

IMPLICIT KORRELÁCIÓ A DEVIZAPIACON

Irodalmi áttekintés

Misik Sándor

A korreláció kiemelkedő tőkepiaci szerepét nem kell bemutatni. Míg eleinte az árfolyamok és a hozamok vizsgálata kötötte le a tudományművelők széles körét, később az opcióértékelési elméletek és a fejlett idősoralapú modellek a volatilitást tolták előtérbe. Napjainkban lényegében a korreláció helyes becslésén áll vagy bukik számos portfóliókezelési stratégia, származtatott piaci spekuláció vagy fedezési stratégia. Az implicit korreláció az opciós árak alapján megfigyelhető implicit volatilitásból kiszámítható, egyfajta piaci várakozás két devizaárfolyam jövőbeli korrelációja kapcsán. Az implicit korreláció algebrai és geometriai interpretációja és a főbb idősoralapú modellek bemutatását követően az empirikus tesztek eredményeit ismerteti a cikk. Az idősoralapú modelleket kiegészítve, addicionális információt nyerhetünk a várható realizált korrelációkra.

JEL-kódok: G13, F31, C53

Kulcsszavak: implicit korreláció, GARCH, korreláció-előrejelzés

1. MÓDSZERTAN

1.1. Implicit korreláció

Implicit korreláció számítására akkor van lehetőség, amikor két terméket összeköt valamilyen harmadik termék, vagy az egyik termék része a másiknak. Az első esetre példa a devizapiac, ahol a devizapárak hármas determináltsága alapján két devizapárból mindig kiszámítható az arbitrázsmentes spot árfolyam. A második esetre jó példa a részvényindexek és az őket alkotó egyedi részvények kapcsolata, hiszen ekkor az index varianciája az azt alkotó egyedi részvények súlyozott varianciája és kovarianciája.¹ Szintén használatos az implicit korreláció kiszámítása hitelderivatívák esetén, ahol meglehetősen nagy tétje van a várható korrelációk becslésének.² Ismert az összefüggés az azonnali devizapiacra, amely szerint a három devizából képezhető három devizapár árfolyama az arbitrázsmentesség miatt minden pillanatban kölcsönösen meghatározza egymást (nevezzük ezt az összefüggést a devizaárfolyamok hármas determináltságának). Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az egyik devizapár árfolyama minden pillanatban kifejezhető a

1 Lásd bővebben: SKINTZI, VASILIKI D. – REFENES, APOSTOLOS N. (2005)

2 Lásd bővebben: HULL, J. C. – WHITE, A. D. (2006)

másik kettő árfolyam szorzataként vagy hányadosaként. Például a $HUF/USD = \frac{HUF/EUR}{USD/EUR}$, azaz a dollár forintban kifejezett ára mindig megegyezik az euró forintban és dollárban kifejezett árának hányadosával. Ha nem így lenne, akkor az arbitrázsőrök a félrejegyzéseket kihasználva, kockázatmentes profita tennének szert. Ezen összefüggésből már sejthető, hogy valamilyen kapcsolat lehet a devizapárookra kötött opciós ügyletekből számítható, implicit volatilitások között is.³ A kapcsolat a devizaárfolyamok loghozamain keresztül ragadható meg, amelyekre *Campa, J. M. – Kevin Chang, P. H.* (1998) alapján a következő összefüggés áll fenn:

Legyen S_1, S_2 , illetve S_3 a három devizából képzett három devizaárfolyam. A szerzők például $S_1 = DEM/USD$, $S_2 = JPY/USD$, illetve $S_3 = JPY/DEM$ jelölést használják. Le-

gyen S_3 kifejezhető az S_2/S_1 hányadossal, tehát. $JPY/DEM = \frac{JPY/USD}{DEM/USD}$ Legyen to-

vábbá s_1, s_2, s_3 a három devizaárfolyam t -edik napi loghozama, amely a k -adik devizapárra vonatkozóan az alábbi módon számítható ki: $s_k = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$. Ek-

kor az $s_3 = s_2 - s_1$, ami levezethető az árfolyamok logaritmusain keresztül.⁴ Ismeretes továbbá, hogy két korrelált valószínűségi változó különbözetéből képzett harmadik valószínűségi változó varianciája az alábbi összefüggéssel írható fel (*Medvegyev – Száz, 2010, p. 262.*):

$$\sigma_{3,t,T}^2 = \sigma_{1,t,T}^2 + \sigma_{2,t,T}^2 - 2\rho_{t,T}\sigma_{1,t,T}\sigma_{2,t,T}, \tag{1}$$

ahol t a megfigyelés kezdő, T a megfigyelés utolsó időpontja, ρ az első és a második devizaárfolyam loghozamának korrelációja az adott időszakra vonatkozóan. Ebből tehát kifejezhető a korreláció:

$$\rho_{t,T} = \frac{\sigma_{1,t,T}^2 + \sigma_{2,t,T}^2 - \sigma_{3,t,T}^2}{2\sigma_{1,t,T}\sigma_{2,t,T}} \tag{2}$$

Látható, hogy az egyenlet jobb oldalán az egyes valószínűségi változók (devizalozhozamok) szórásai és varianciái szerepelnek, így már csupán az a kérdés, hogy ezen volatilitásokat „honnan szerezzük”. Egyik lehetséges megoldás, hogy az opciós árjegyzések alapján visszaszámított (implicit) volatilitásokat vesszük alapul, ekkor implicit korrelációt számítunk. Egy másik megoldás lehet valamilyen időszoralapú volatilitásbecslés felhasználása, aminek a nemzetközi szakirodalomban elfogadott módszertana valamilyen GARCH (általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás) modell becslése. Az így kapott korrelációs együtthatót GARCH-alapú korrelációnak hívják.

3 Az implicit volatilitásról lásd bővebben: ZSEMBERY (2003)

4 $\ln(S_{3,t}/S_{3,t-1}) = \ln(S_{3,t}) - \ln(S_{3,t-1}) = \ln(S_{2,t}/S_{1,t}) - \ln(S_{2,t-1}/S_{1,t-1}) = \ln(S_{2,t}) - \ln(S_{2,t-1}) - [\ln(S_{1,t}) - \ln(S_{1,t-1})] = \ln(S_{2,t}/S_{2,t-1}) - \ln(S_{1,t}/S_{1,t-1}) = s_2 - s_1$.

A devizapárok hármas determináltsága, és az ebből következő korrelációs determináltság nagyon látványos interpretációját adja *Walter, Ch. – Lopez, J. A. (1999): The Shape of Things in a Currency Trio* című tanulmánya. A trigonometria segítségével vizualizálható az implicit korreláció:

1. ábra

Volatilitás-korreláció háromszögek

Exhibit 1:

Volatility and correlation triangle for the USD/DEM/JPY trio (8-SEP-1998)

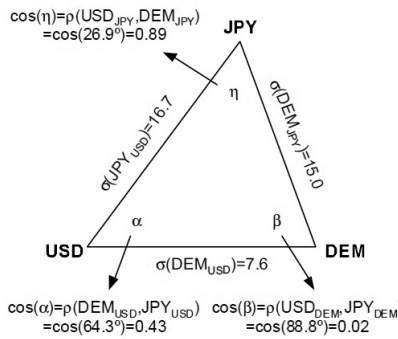
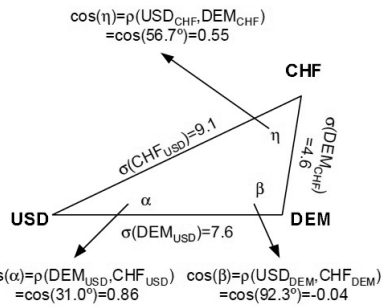


Exhibit 2:

Volatility and correlation triangle for the USD/DEM/CHF trio (8-SEP-1998)



Forrás: *Walter – Lopez (1999), p. 3.*

A háromszög oldalhosszai arányosak a két devizából álló devizapár implicit volatilitásaival, míg az általuk bezárt szög koszinusza a két devizapár implicit korrelációja. Mindez a trigonometriából jól ismert koszinusztétel⁵ alkalmazása az implicit volatilitás és implicit korrelációk esetére:

$$\sigma_c^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\rho_{ab}\sigma_a\sigma_b, \quad (3)$$

amely eredmény megegyezik az (1) képlettel. A baloldali háromszög esetén az USD/DEM és USD/JPY implicit volatilitása a háromszög c, illetve b oldalának a hossza, illetve ezen két devizapár közötti implicit korreláció értéke az α szög koszinusza. Fontos megjegyezni, hogy mivel loghozamok varianciájából indulunk ki, a devizapárok jegyzése indifferens, azaz például $\sigma_{\text{USD/DEM}} = \sigma_{\text{DEM/USD}}$. A háromszög alakjából az alábbi megállapítások tehetők:

1. Nagy oldalhossz nagy magas implicit volatilitást jelez adott devizapár esetén.
2. Kicsi bezárt szög magas implicit korrelációt jelez két devizapár között.
3. 90 foknál nagyobb szög negatív implicit korrelációt jelez két devizapár között.

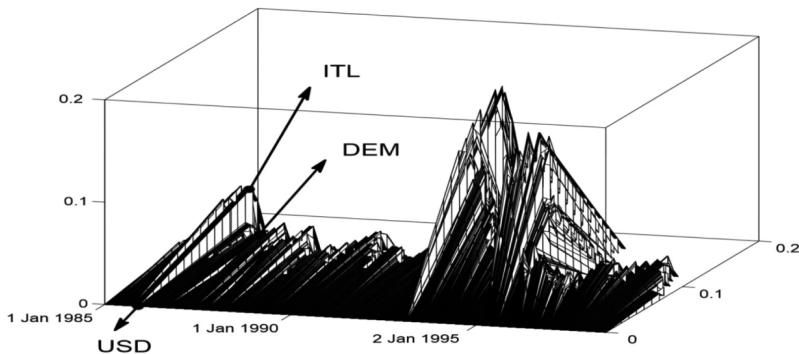
⁵ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$

A szerzők felhívják a figyelmet arra is, hogy a devizatriók kapcsolatrendszerének geometriai ábrázolása nemcsak statikus, de dinamikus szemléletben is interpretálható, erre az USD, DEM és ITL devizákból képzett devizapárok 90 napos szórás-korrelációjának az alakulását mutatják be példaként. A vizsgált időszak 1985. január 1. – 1998. június 30.:

2. ábra

Volatilitás-korreláció háromszögek sorozata (USD/DEM/ITL)

Exhibit 3:
Series of volatility and correlation triangle for the currency trio USD/DEM/ITL
(90 day historical volatilities and correlations)



Forrás: Walter – Lopez (1999), p. 5.

Jól látható, hogy 1992-ben a korábban erős korrelációt mutató ITL/USD és DEM/USD devizapárok kapcsolata megváltozott, és megnőtt a líra volatilitása. Ezt mutatja háromszögek „líra” éleinek a meghosszabbodása, valamint a „dollár” csúcsnál lévő szög megnövekedése, ami az ITL/USD és DEM/USD közötti korreláció csökkenését jelzi. A változás oka a líra kiválása volt az Európai Monetáris Rendszerből 1992 szeptemberében.

A devizatriókból képzett volatilitás-korreláció háromszögek fontos tulajdonsága, hogy a három volatilitás (tehát élhossz) determinálja a három korrelációt, fordítva viszont nem igaz az állítás (ha például adott korrelációk esetén minden élhosszt arányosan megnövelünk, akkor megnöttek a volatilitások változatlan korrelációk mellett). A tanulmány megállapítja továbbá, hogy a három devizapár közötti három implicit korrelációnak teljesítenie kell a háromszög szögeinek összegére fennálló 180 fokos (π) összefüggést:

$$\arccos(\rho_1) + \arccos(\rho_2) + \arccos(\rho_3) = \pi \quad (4)$$

Így két ismert implicit korrelációból automatikusan következik a harmadik:

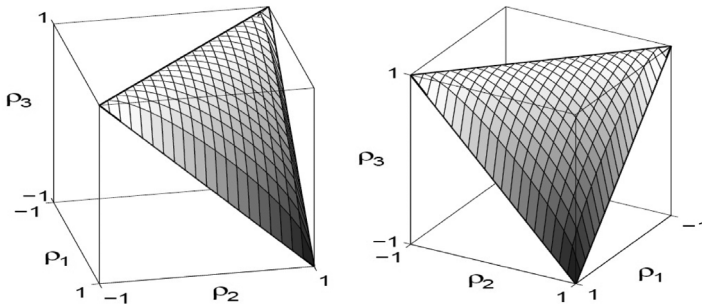
$$\rho_3 = \cos(\pi - \arccos(\rho_1) - \arccos(\rho_2)) \quad (5)$$

Ekkor a lehetséges korrelációtriók háromdimenziós térben ábrázolhatók egy $-1; 1$ intervallumon értelmezett éllel rendelkező kockában:

3. ábra

Lehetséges korrelációkombinációk

Exhibit 4:
Possible correlation combinations in a currency trio



Forrás: Walter – Lopez (1999), p. 6.

Ezen a ponton érdemes végiggondolni bizonyos határeseteket. Amikor két korreláció is 0, akkor a harmadik 1 vagy -1 , ami geometriailag nem interpretálható, mivel nem létezik olyan háromszög, amelynek két szöge is 90 fok. Ekkor tehát két devizapár nem korrelál egyik devizapárral sem, míg a harmadik tökéletes pozitív vagy negatív lineáris kapcsolatban van az egyikkel. Bár a példa fikció, de ha a CHF/EUR árfolyam fixálva lenne 1,20-as szinten, akkor az USD/EUR és CHF/USD árfolyamok tökéletesen negatívan korrelálnának egymással, mivel

$$\text{USD/EUR} = \frac{\text{CHF/EUR}}{\text{CHF/USD}}, \quad \text{azaz } \text{USD/EUR} = \text{CHF/EUR} \times \text{USD/CHF} \quad \text{azaz}$$

$$\text{USD/EUR} = 1,2 \times \text{USD/CHF}.$$

Ez a példa az alábbi kérdést veti fel: ha a CHF/EUR fixálva van, akkor az opciós piac áraz-e volatilitást vagy sem, azaz van-e opciós piac? Amennyiben a piaci szereplők bizonyosak a fixált árfolyam tartós fennmaradásban, akkor bizonyára senki nem fog vásárolni opciót, tehát nem lesz piac, és nulla lesz az implicit volatilitás. Ekkor tehát nem értelmezhető a volatilitások és korrelációk közötti háromszög-összefüggés. Amennyiben viszont van opciós piac, mert bizonyos szereplők a

fixálás megszűntetésére számítanak, lesz valamekkora implicit volatilitás, és az implicit korreláció valószínűleg nem nulla lesz.

A devizapárok korrelációinak továbbá ki kell elégítenie a korrelációs mátrixok pozitív szemidefinitesség feltételét. Ez a feltétel a 3×3 -as korrelációs mátrixok estén az alábbi:

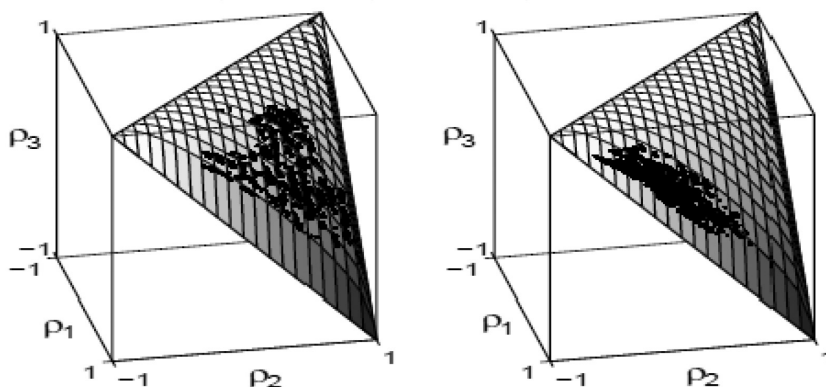
$$\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 - 2\rho_1\rho_2\rho_3 \leq 1 \tag{6}$$

Összefoglalva: tehát a devizapiaci implicit korrelációs mátrixok az elképzelhető háromváltozós korrelációs mátrixok azon részhalmazát alkotják, amelyek elemire fennáll a (4)-es összefüggés. Érdekes és látványos elemzési lehetőséget biztosít a realizált historikus és a lehetséges korrelációk együttes ábrázolása; erre a célra a szerzőpáros az USD–DEM–JPY, illetve az USD–DEM–CHF devizatriókat vette górcső alá. A vizsgált időszak 1985. január 1. – 1998. június 30., ugyancsak 90 napos periódusokra bontva:

4. ábra

Historikus korrelációk a lehetséges kombinációk terében

Exhibit 6:
Three-month historical correlations in the currency trios USD/DEM/JPY and USD/DEM/CHF (January 1, 1985, through June 30, 1998)



Forrás: Walter – Lopez (1999), p. 8.

A szerzők a ρ_1 és ρ_2 dimenziók mentén jelölik a JPY és a CHF esetén a másik két devizával való korrelációt. Látható, hogy a CHF esetén stabilabb a korreláció, mint a JPY-nél, azaz a realizált pontok kevésbé szóródnak. Különösen igaz ez a CHF esetén a ρ_1 mentén, ami az USD/DEM és USD/CHF loghozamai közötti korreláció, és lényegében véve a CHF–DEM közötti korrelációt mutatja.

1.2. Idősoralapú korreláció

Campa, J. M. – Kevin Chang, P. H. (1998) *The Forecasting Ability of Correlations Implied in Foreign Exchange Options* című munkájában kiváló összefoglalását adják a korreláció idősoralapú modelljeinek. Ezen módszerek a historikus korreláció, az exponenciális súlyozású mozgóátlag (EWMA), valamint a GARCH-modell. A historikus korreláció esetén a szerzők az elmúlt egy, illetve három hónapos realizált korrelációt tekintették a jövőre vonatkozó jóslatnak:

$$\rho_{a-b,t-T}^{HIST} = \frac{\sum_{j=1}^n (r_{a,t} - \bar{r}_a) (r_{b,t} - \bar{r}_b)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{a,t} - \bar{r}_a)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{b,t} - \bar{r}_b)^2}} \quad (7)$$

ahol $r_{a,t}$ illetve $r_{b,t}$ az a , illetve b devizaárfolyamok t napi loghozama, míg \bar{r}_a , illetve \bar{r}_b az adott időszakra jellemző, átlagos napi loghozam.

Az EWMA-módszer a JP Morgan RiskMetrics™ által kifejlesztett metódus a korreláció előrejelzésben, amelynek az a lényege, hogy a közelmúlt adatai nagyobb súlyt kapnak, és ezek a súlyok exponenciális ütemben csökkennek:

$$\rho_{a-b,t-T}^{EWMA} = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^n \lambda^j} \right] \sum_{j=1}^n \lambda^j \rho_{a-b,t-j-T} \quad (8a)$$

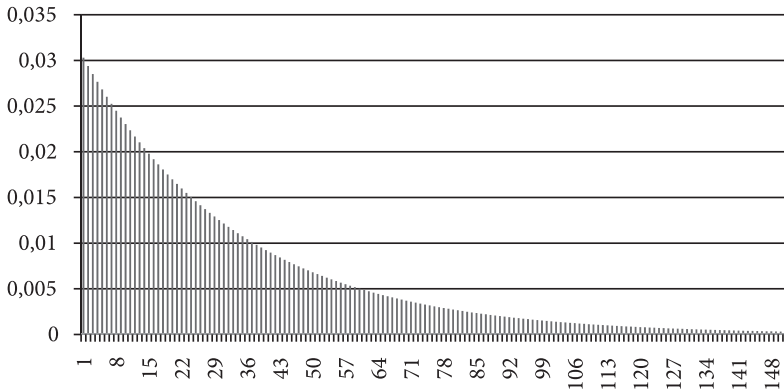
ami átírható a következő formába:

$$\rho_{a-b,t-T}^{EWMA} = \frac{\sum_{j=1}^n \lambda^j (r_{a,t} - \bar{r}_a) (r_{b,t} - \bar{r}_b)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^j (r_{a,t} - \bar{r}_a)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^j (r_{b,t} - \bar{r}_b)^2}} \quad (8b)$$

A képletben szereplő λ paraméter határozza meg a súlyok csökkenésének ütemét. A szerzőpáros a szakirodalom tapasztalataival összhangban⁶ az egy hónapos előrejelzéshez 0.97-es λ paramétert és $n = 151$ napos visszatekintést határozott meg mint optimális értékeket.

⁶ Lásd bővebben: JP Morgan (1996), p. 100.

5. ábra
Súlyok ($\lambda = 0,97$; $n = 151$)



Mind a historikus, mind pedig az EWMA-korreláció közvetlenül a megfigyelt korrelációk alapján jósol. Az időben változó volatilitásmodellezéséhez az általános autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (GARCH) modell alkalmazása széles körben elterjedt. A szerzőpáros a GARCH-alapú korreláció kiszámítása során az egyes devizapárok napi loghozamának feltételes varianciáját, illetve az árfolyampárok loghozamainak feltételes kovarianciáját modellezve számítja vissza a korrelációt. Az egyes árfolyamok feltételes varianciájának modellezése történhet egymástól függetlenül, illetve kétváltozós GARCH-moddal is. Egyváltozós esetben a három devizapár varianciájából származtatható a közöttük lévő devizapáronkénti korreláció, amely -1 és 1 között bármilyen értéket felvehet. Ezzel szemben a kétváltozós GARCH-módszer esetén az egyes devizapárok varianciáit és a közöttük lévő kovarianciát szimultán becslik, tehát eleve kapcsolatot feltételeznek az egyes devizapárok között. Ekkor az egyes devizapár feltételes varianciája nemcsak a saját korábbi értékeitől függ, hanem a másik devizapár hozamainak késleltetett értékeit is figyelembe veszik. A szerzőpáros Lagrange-multiplikátor-teszt alapján elvetette az egyváltozós módszer alkalmazását, így a továbbiakban a kétváltozós módszert alkalmazták. A kétváltozós GARCH(p, q) általános modellje a következő:

$$s_t = \bar{s} + \epsilon_t$$

$$vech(H_t) = c + \sum_{i=1}^q A_i vech(\epsilon_{t-i} \epsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}) \quad (9)$$

$$\epsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, H_t)$$

ahol s_t a két devizapár t napi loghozamának 2×1 -es vektora, a napi loghozamok átlagait tartalmazó 2×1 -es vektor, ε_t 2×1 -es hibavektor. A vech operátor a szimmetrikus mátrix alsó háromszögéből képez oszlopvektort a háromszögmátrix oszlopainak „egymásra pakolásával”. H_t a 2×2 -es kovarianciamátrix, jelen esetben tehát $\text{vech}(H_t)$ egy 3×1 -es oszlopvektor, amely tartalmazza az első devizapár loghozamának varianciáját, a két devizapár loghozamainak kovarianciáját, valamint a második devizapár loghozamának varianciáját. ψ_{t-1} a $t-1$. időpontban rendelkezésre álló információkat jelenti. C 3×1 -es vektor a konstansokat tartalmazza, amelyek a GARCH-modellben a változó (variancia és kovariancia) hosszú távú egyensúlyi értékét adják. Az $(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-1}')$ a hibák diadikus szorzatait tartalmazó 2×2 -es mátrix, melynek átlóiban a két devizapár loghozamainak négyzetes hibái, míg átlón kívül a hibák keresztszorzatai találhatóak. Ezek félvektorizációja 3×1 -es oszlopvektorral alakítja. Ez az oszlopvektor balról szorozva van A_i 3×3 -as mátrixszal, amely a GARCH-modell ARCH-összetevője (a hibatagokra vonatkozó együtthatókat tartalmazza), és ami azért 3×3 -as, mert mind a devizapárok varianciájának, mind pedig kovarianciájának becslésekor szerepeltetik a másik két változó hibatagját is. Az általános képlet q -adrendű ARCH-tagot ad össze (q darab késleltetett hibatagot alkalmaz), míg p -edrendű GARCH-tag szerepel, amelyek együtthatóit a B_i 3×3 -as mátrix tartalmazza (itt is szerepel a másik két változó, ezért 3×3 -as mátrix). Ezen általános felíráshoz képest az A_i illetve B_i mátrixokat diagonális mátrixszá alakítják, azaz a variancia/kovariancia becslésénél csupán saját késleltetett értékei szerepelnek. Ez azt jelenti, hogy az általános képletben szereplő 23 paraméter helyett csupán 11-et kell becsülni. A paraméterek becslését az alábbi log-likelihood függvény maximalizálásával érik el:

$$L_t(\theta) = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |H_t(\theta)| - \frac{1}{2} \varepsilon_t(\theta)' H_t^{-1}(\theta) \varepsilon_t(\theta) \quad (10)$$

ahol θ az összes paramétert tartalmazó vektor. Mivel a szakirodalom eredményei alapján a GARCH(1,1) specifikáció jól működik a napi devizahozamokon, a szerzők ezt a specifikációt választották, így a (9)-es képletből kikerülnek a szummák. Az így kapott vektoregyenlet egyes sorait az alábbiak szerint írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} s_t &= \bar{s} + \varepsilon_t \\ h_{ij,t} &= c_{ij} + \alpha_{ij} \varepsilon_{i,t-1} \varepsilon_{j,t-1} + \beta_{ij} h_{ij,t-1} \\ \varepsilon_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, H_t) \end{aligned} \quad (11)$$

Mindez mátrixokkal és vektorokkal felírva:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t+1} \\ h_{12,t+1} \\ h_{22,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} \\ \omega_{12} \\ \omega_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t}^2 \\ \varepsilon_{1,t}\varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{2,t}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Mivel a GARCH-modell becslése napi adatok alapján egynapi előrejelzést ad, az egy, illetve három hónapos előrejelzéshez rekurzív jelleggel behelyettesítik az n napi becsléseket, ahol a négyzetes hibák megegyeznek a becstelt varianciákkal:

$$\bar{h}_{ij,t+1} = \hat{c}_{ij} + \hat{\alpha}_{ij} \varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t} + \hat{\beta}_{ij}\bar{h}_{ij,t} \quad (13)$$

ahol \bar{h} a becstelt variancia (kovariancia). Mivel a varianciák időben additívak, az n napra vonatkozó variancia-előrejelzés egyszerűen a becstelt értékek összege. A szerzők háromféle megközelítést említenek a paraméterek becslésére a mintavétel szempontjából:

- 1) A teljes mintán alapuló paraméterbecslés, ami akkor ad jó eredményeket, ha a minta időben stabil.
- 2) Az úgynevezett rolling GARCH, azaz a paraméterek becslését csak az elmúlt fix hosszúságú időszak adatai alapján hajtjuk végre.
- 3) A kettő kombinációja az updating GARCH, amely az adott pillanatig rendelkezésre álló, összes adatot felhasználja.

A szerzőpáros a rolling GARCH mellett teszi le voksát, amely változékonny időszakok esetén az instabil koefficiensek miatt jobb becslést ad. Ennek során 1000 napos minta (4 év) alapján becstelték a GARCH-modell paramétereit.

EMPIRIKUS EREDMÉNYEK

2.1. Campa – Kevin Chang (1998)

A Campa – Kevin Chang szerzőpáros 1989. január 3. és 1995 május 23. között 1600 kereskedési nap adatait dolgozta fel DEM/USD, JPY/USD, valamint JPY/DEM keresztárfolyamokat vizsgálva (1998). Az implicit volatilitásokat az adott napon megfigyelhető egy, illetve három hónapos forward ATM terpesz opciók árazása alapján számolták. Értelemszerűen az egy hónapos implicit volatilitások az egy, a három hónapos volatilitások a három hónapos korreláció-előrejelzésben játszottak szerepet. A rolling GARCH-előrejelzéshez 1000 kereskedési nap ada-

taít használták, tehát az 1989. januári becsléshez 1985 eleji kereskedési adatokat is felhasználtak. A szerzők a különböző módszerekkel kapott előrejelzések jóságát háromféleképpen értékelték ki:

1. átlagos négyzetes hiba gyöke (RMSE),
2. regressziót futtatnak a realizált korrelációk és az egyes előrejelzések között, majd ezek R^2 -ét (tehát a magyarázott variancia hányadát) hasonlították össze,
3. végül többváltozós regressziót futtattak, amelyben egymás mellett több módszer is szerepel magyarázó változóként. Ebben az esetben Wald-teszt segítségével döntötték el, hogy az implicit korreláció mellé egyéb változót adva, szignifikánsan növekedett-e a modell prediktív ereje.

A négyzetes hiba módszer alapján az alábbi eredményeket kapták:

1. táblázat

1-3 hónapos előrejelzések átlagos négyzetes hibája (*Campa–Kevin Chang*)

Módszer	RMSE	RMSE
	1 hónap	3 hónap
Historikus	0,2215	0,1472
Implicit	0,1702	0,1377
EWMA	0,182	0,1639
GARCH(1,1)	0,2082	0,1691

Forrás: *Campa – Kevin Chang* (1998), p. 27.

Mint látható, mind az egy, mind pedig a három hónapos időtávon az implicit korreláció kisebb négyzetes hibát ejt, azaz pontosabb becslést ad. Ezen túlmenően valamennyi módszer becslése javul az időtáv növelésével, tehát hosszabb távon stabilabb a korreláció és az átlaghoz való visszatérés jellemzi.

A következőkben regressziót becsültek, ennek során a realizált korrelációt először az egyes módszerekkel egyenként, majd azok kombinációjával, valamint egy konstanssal magyarázták. Itt fontos megjegyezni, hogy a regressziós becslés által kapott paraméterek standard hibái korrekcióra szorulnak (a valóságnál kisebb varianciát kapunk) az átfedő megfigyelési időszakok miatt.

2. táblázat

1-3 hónapos előrejelzések regressziós együtthatói (Campa–Kevin Chang)

1 hónap					
Konstans	Implicit	Historikus	GARCH(1,1)	EWMA	R ²
0,151*	0,741*				0,29
(0,060)	(0,090)				
0,361*		0,369*			0,13
(0,056)		(0,089)			
0,402*			0,302*		0,08
(0,129)			(0,052)		
0,206*				0,643*	0,21
(0,076)				(0,122)	
0,152**	0,762*	-0,023			0,29
(0,060)	(0,115)	(0,099)			
0,252**	0,823*		-0,0263		0,31
(0,106)	(0,090)		(0,193)		
0,136**	0,650*			0,117	0,29
(0,068)	(0,117)			(0,148)	
0,235**	0,749*	-0,052	-0,268	0,161	0,31
(0,112)	(0,138)	(0,104)	(0,197)	(0,158)	
3 hónap					
Konstans	Implicit	Historikus	GARCH(1,1)	EWMA	R ²
0,174**	0,678*				0,30
(0,082)	(0,123)				
0,250*		0,560*			0,31
(0,076)		(0,127)			
0,415**			0,268		0,03
(0,187)			(0,331)		
0,318*				0,440**	0,15
(0,103)				(0,182)	
0,168**	0,369*	0,327**			0,34
(0,080)	(0,126)	(0,152)			
0,278	0,800*		-0,309		0,32
(0,145)	(0,161)		(0,324)		
0,177**	0,710*			-0,039	0,3
(0,090)	(0,194)			(0,253)	
0,293**	0,551*	0,805*	-0,221	-0,666**	0,43
(0,116)	(0,151)	(0,217)	(0,246)	(0,305)	

Megjegyzés: *1%-os szignifikanciaszint mellett különbözik nullától

**5%-os szignifikanciaszint mellett különbözik nullától

Forrás: Campa – Kevin Chang (1998), p. 28–29.

A kapott együttthatók mindegyike kisebb egynél, és a GARCH(1,1) – három hónapos időtáv kombináció kivételével minden koefficiens szignifikánsan nem nulla. A modell általános jóságát mutató, korrigált R^2 az implicit korreláció esetében a legmagasabb egy hónapos időtávon.

2.2. Walter – Lopez (2000)

A *Walter – Lopez* szerzőpáros (2000) az USD–DEM–JPY viszonylatban 1990–1997 között 1679 megfigyelés, míg az USD–DEM–CHF viszonylat esetén 1993–1997 között 910 megfigyelés alapján vizsgálta meg az implicit korreláció prediktív erejét. Hasonlóan *Campa – Kevin Chang* (1998)–hoz, az implicit volatilitás forrását a forward ATM straddle opciók képezik. A szerzőpáros eredményei szerint az USD–DEM–JPY trió esetén az implicit korreláció torzított becslése a későbbi realizált korrelációnak, de sok esetben a historikus adatokon nyugvó modellekhez képest addicionális információt nyújtottak a jövőbeli realizált korreláció kapcsán. A szerzőpáros eredményei nem támasztják alá *Campa – Kevin Chang* (1998) eredményeit az implicit korreláció felsőbbrendűségével kapcsolatosan egy hónapos időtávon – ugyancsak az USD–DEM–JPY viszonylatban:

3. táblázat

Előrejelzési hibák 1 hónapos időtávon USD–DEM–JPY viszonylatban (*Walter–Lopez*)

Módszer	$\rho(\text{DEM/USD}; \text{JPY/USD})$		$\rho(\text{USD/DEM}; \text{JPY/DEM})$		$\rho(\text{USD/JPY}; \text{DEM/JPY})$	
	MSE	RMSE	MSE	RMSE	MSE	RMSE
Implicit	0,048*	0,182	-0,024*	0,233	-0,080*	0,297
Historikus(20 nap)	0,003	0,218	0,002	0,281	-0,001	0,323
Historikus(60 nap)	0,016	0,187	-0,009	0,262	-0,028**	0,295
Historikus(120 nap)	0,026*	0,189	-0,013	0,279	-0,043*	0,310
EWMA (0,94)	0,009	0,188	-0,005	0,243	-0,016	0,288
EWMA (0,97)	0,018	0,177	-0,009	0,241	-0,034**	0,279
EWMA (0,99)	0,031*	0,190	-0,010	0,257	-0,069*	0,319
GARCH	0,012*	0,17	0,014*	0,238	-0,017*	0,278

Megjegyzés: *1%-os szignifikanciaszint mellett különbözik nullától

**5%-os szignifikanciaszint mellett különbözik nullától

Forrás: *Walter–Lopez* (2000), p. 33.

Az USD–DEM–CHF devizatrió esetén az implicit korreláció szintén nem bizonyult felsőbbrendűnek az idősorokon alapuló módszerekhez képest:

4. táblázat

**Előrejelzési hibák 1 hónapos időtávon USD–DEM–CHF viszonylatban
(Walter–Lopez)**

Módszer	$\rho(\text{DEM/USD}; \text{CHF/USD})$		$\rho(\text{USD/DEM}; \text{CHF/DEM})$		$\rho(\text{USD/CHF}; \text{DEM/CHF})$	
	MSE	RMSE	MSE	RMSE	MSE	RMSE
Implicit	0,017*	0,041	-0,232*	0,363	0,151*	0,260
Historikus(20 nap)	-0,000	0,040	-0,018	0,332	0,020	0,259
Historikus(60 nap)	-0,002	0,040	-0,006	0,292	0,003	0,230
Historikus(120 nap)	-0,004	0,046	-0,002	0,294	0,001	0,227
EWMA (0,94)	-0,001	0,035	-0,010	0,293	0,008	0,226
EWMA (0,97)	-0,003	0,037	-0,005	0,278	0,004	0,215
EWMA (0,99)	-0,008	0,042	-0,011	0,278	0,014	0,207
GARCH	-0,005	0,043	-0,077	0,289	0,055*	0,195

Megjegyzés: *1%-os szignifikanciaszint mellett különbözik nullától.

Forrás: Walter–Lopez (2000), p. 35.

A szerzőpáros kiemeli, hogy a franktrió esetén az implicit korreláció addicionális prediktív erejének hiánya visszavezethető a korrelációk és volatilitások időbeli stabilitására.

Végső következtetésük szerint az implicit korreláció kétségbe vonható felsőbbrendűsége két lehetséges tényezőre vezethető vissza. Egyrészt az implicit volatilitás kinyerésére használt Garman–Kohlhagen-modell rosszul specifikált, másrészt elképzelhető, hogy bizonyos opciós piacok – amelyeknek az alapján az implicit korrelációt számítják – nem hatékonyak. Ez utóbbi főként a CHF-trió esetén feltételezhető, ahol bizonyos opciós ügyletekre igen kicsi a bankközi forgalom. Mindez a JPY-trió esetén nem áll fenn.

2.3. Castrén – Mazotta (2005)

Az implicit korreláció vizsgálatának viszonylag friss eredményeit Castrén, O. – Mazotta, S. szerzőpáros publikálta (2005), akik EUR, USD, GBP, JPY, PLN és CZK devizák között vizsgálták meg az implicit korreláció előre jelző képességét, összehasonlítva a GARCH-, illetve EWMA-módszerekkel. Az időtáv 1992–2004, 1999 előtt az EUR helyét a DEM foglalta el. Az eredmények szerint az implicit korreláció előre jelző képessége devizapáronként és időszakonként eltérő, a legjobb modellek pedig az implicit és az idősoralapú modellek kombinációi. Tanulmányukban továbbá megvizsgálták a japán központi bank jengyengítő intervencióit és azok hatását a korrelációkra. Az eredmények szerint – az EUR–USD–JPY hármas vizsgálata alapján – a Bank of Japan USD-vásárlása a JPY-nel szemben megerősítette a negatív korrelációt a JPY/EUR, illetve USD/EUR között. A realizált korrelációt magyarázó modellbe beemelve az intervenciót, szignifikáns negatív együttthatót kaptak:

5. táblázat

Az USD/EUR és JPY/EUR korrelációját magyarázó regressziós modell együttthatói az intervenció figyelembevételével és anélkül (Castrén–Mazotta)

Módszer	Teljes minta			Euró bevezetése utáni minta		
	Korreláció	Intervenció	R ²	Korreláció	Intervenció	R ²
Implicit	0,747*		0,205	0,924*		0,359
	(0,105)			(0,113)		
	0,745*	–0,28*	0,22	0,920*	–0,013*	0,365
	(0,067)	(0,053)		(0,069)	(0,044)	
Historikus	0,564*		0,314	0,583*		0,343
	(0,053)			(0,076)		
	0,561*	–0,197*	0,326	0,581*	–0,013*	0,349
	(0,037)	(0,045)		(0,050)	(0,044)	
EWMA	0,874*		0,235	1,168*		0,382
	(0,112)			(0,143)		
	0,871*	–0,022*	0,242	1,163*	–0,011*	0,387
	(0,079)	(0,046)		(0,093)	(0,044)	
GARCH	0,858*		0,329	0,834*		0,362
	(0,066)			(0,094)		
	0,854*	–0,020*	0,341	0,832*	–0,014*	0,370
	(0,049)	(0,045)		(0,094)	(0,045)	

Megjegyzés: *5%-os szignifikanciaszint mellett különbözik nullától

Forrás: Castrén – Mazotta (2005), p. 26.

2.4. Esposito – Laruccia (1999)

Nem sok kutatás foglalkozik az implicit korrelációval kapcsolatos további lehetőségekkel, mint például a devizaárfolyamok mögöttes struktúrájának feltérképezésével. Erre tesz kísérletet *Esposito – Laruccia* (1999), akik a dollár árfolyamok mögöttes mozgatórugóit térképezték fel implicit korrelációkra alkalmazott főkomponens-elemzéssel, 1999-es adatok figyelembevételével. Mivel az összes dollárral szemben kereskedett devizára nem létezik likvid opciós piac, így csak a főbb devizák figyelembevételével történt meg az elemzés:

6. táblázat

Az implicit korrelációs mátrix sajátérték-sajátvektor felbontása
(*Esposito–Laruccia*)

Sajátértékek	1	2	3	4
érték	2,6983	0,7084	0,574	0,0192
variancia magyarázott hányada	0,6746	0,1771	0,1435	0,0048
kumulatív magyarázott hányad	0,6746	0,8517	0,9952	1
Sajátvektorok	1	2	3	4
EUR	0,5833	-0,0973	0,3365	0,7329
GBP	0,4325	-0,4755	0,764	-0,0565
JPY	0,3926	0,8637	0,3112	-0,0548
CHF	0,5645	-0,1358	-0,4541	-0,6758

Forrás: Esposito – Laruccia (1999), p. 17.

Látható, hogy a dollárárfolyamok varianciájának 67,46 százalékát az első főkomponens magyarázza, ami nagyjából azonos súllyal tartalmazza mind a négy devizát némi EUR- és CHF-túlsúllyal. A második és harmadik komponensért a JPY, illetve a GBP felelős.

3. ÖSSZEGZÉS ÉS TOVÁBBI LEHETSÉGES KUTATÁSI KÉRDÉSEK

Amint az empirikus eredmények alapján látható, az implicit korreláció megkerülhetetlen „szereplője” a devizapiaci korrelációbecsléseknek. Bár az előrejelzési pontosság devizatriónként és időben változó, sok esetben hasznos addicionális információt hordoz a várható korreláció kapcsán, és önmagában is sok esetben felbrendűnek bizonyul az idősoralapú korrelációbecslésekhez képest.

A bemutatott eredmények kapcsán felmerülhet az olvasóban két további kérdés is: hogyan szerepelne az implicit korreláció frissebb adatokon, illetve a forint vonatkozásában? Ismereteim szerint mind ez idáig az EUR–USD–HUF viszonylatban nem történt még elemzés, így ezen űrt mindenféleképpen érdemes lesz betölteni. Mivel azonban a forintpiacon – nemzetközi mércével mérve – igen alacsony a forgalom, némileg erős feltételezéssel kell majd élnünk az implicit volatilitások mint piaci várakozások kapcsán. *Gereben Áron – Pintér Klára* 2005-ös MNB-műhelytanulmányának (*Gereben – Pintér*, 2005) eredményei szerint a hónapon belüli időtávon az implicit volatilitás hasznos információt hordoz a későbbi realizált volatilitás kapcsán, de torzítottan becslésként azt, és az idősoralapú becslésekhez képest nem tekinthető felsőbbrendűnek. A torzítás kapcsán két fontos megjegyzés: ha egy adott devizatrió kapcsán minden devizapár implicit volatilitása egy irányban torzított, akkor az implicit korreláció torzítása kisebb mértékű lesz. Az MNB által vizsgált időszakban a HUF/EUR piacon árfolyamsáv volt érvényben, ami önmagában torzíthatta az implicit volatilitásokat.

Nincs azonban szükség adminisztratív árfolyam-korlátozásra: *Rebonato* (2004) híres mondása szerint az implicit volatilitás az a rossz érték, amelyet egy rossz képzetbe írva, a helyes árfolyamot kapjuk meg, mivel a piacok nem teljesek és nem információhatékonyak, valamint az implicit mértékek gyakran kereslet-kínálati egyensúlytalanságokat tükröznek (például a részvényt piacon a szereplők többsége long pozícióban van, így fedezési céllal a put opciók iránt nagyobb a kereslet, mint a call opciók iránt).

A volatilitásfelület kezelése mind térben, mind időben állandó jelleggel megkérdőjelezi az implicit korreláció számításának relevanciáját. A volatilitásfelülethez hasonlóan a korreláció is felületet alkot a lehívási ár és a futamidő függvényében. Ennek kapcsán érdekes összehasonlításra ad alkalmat a „megszokott” ATM-opciók helyett 10 és/vagy 25 deltájú opciók áraiból származó, implicit korrelációk számítása és kiértékelése. Mindez feltehetően a nagy forgalmú devizatriók esetén nyerhet értelmet, mint például az EUR–USD–JPY.

Ugyancsak érdekes megvizsgálni a jegybanki intervenciók hatását a korrelációk előrejelzése kapcsán, különösen a JPY–CHF-keresztárfolyamok kapcsán.

IRODALOMJEGYZÉK

- CAMPA, J. M. – KEVIN CHANG, P. H. (1998): The Forecasting Ability of Correlations Implied in Foreign Exchange Options. *Journal of International Money and Finance* 17 (6.), pp. 855–880.
- CASTRÉN, O. – MAZOTTA, S. (2005): Foreign Exchange Option and Returns Based Correlation Forecasts. Evaluation and Two Applications. ECB Working Paper, 447.
- ESPOSITO, M. – LARUCCIA, E. (1999): Exchange rates statistical properties implied in fx options. Banca Commerciale Italiana.
- GEREBEN ÁRON – PINTÉR KLÁRA (2005): Devizaopciókból számolt implikált volatilitás: érdemes-e vizsgálni? *MNB-tanulmányok*, 39.
- HULL, J. C. – WHITE, A. D. (2006): Valuing Credit Derivatives Using an Implied Copula Approach. *Journal of Derivatives* 14, pp. 8–28.
- JP Morgan (1996): RiskMetrics Technical Document. 4th Edition. JP Morgan.
- MEDVEGYEV PÉTER SZÁZ JÁNOS. (2010): *A meglepetések jellege a pénzügyi piacokon*. Budapest: Bankárképző.
- REBONATO, R. (2004): *Volatility and Correlation – The Perfect Hedger and the Fox*. 2nd Edition, John Wiley & Sons Inc.
- SKINTZI, VASILIKI D. – REFENES, APOSTOLOS N. (2005): Implied Correlation Index: A New Measure of Diversification. *Journal of Futures Markets* 25 (2), pp. 171–197.
- WALTER, CHRISTIAN – LOPEZ, JOSE A. (2000): Is Implied Correlation Worth Calculating? Evidence from Foreign Exchange Option Prices. *Journal of Derivatives* 7 (3), pp. 65–82.
- WALTER, CHRISTIAN – LOPEZ, JOSE A. (1999): The Shape of Things in a Currency Trio. Federal Reserve Bank of San Francisco Working Papers 4.
- ZSEMBERY, LEVENTE (2003): A volatilitás előrejelzése és a visszszámított modellek. *Közgazdasági Szemle* L. évf. június, pp. 519–542.