

NÉHÁNY MEGJEGYZÉS A GAZDASÁGI FOLYAMATOK ERGODIKUSSÁGÁRÓL

Medvegyev Péter

A dolgozat az ergodikusság közgazdasági szerepével kapcsolatos néhány megjegyzést tartalmaz. Az ergodikusság közgazdaságtanban való alkalmazhatósága számos problémát vett fel, amelyek közül a legfontosabb, hogy a gazdasági folyamatokat sokkal stabilabbnak és előrejelezhetőbbnek feltételezi, mint amilyenek a valóságban; így módon az elmélet hamis gyakorlati következményeket sugall.

JEL-kódok: A00, A10, A11

Kulcsszavak: ergodikusság, előrejelezhetőség, nagy számok törvénye, Brexit

Bélyácz Iván nemrég írt „Az ergodicitás vitatott szerepe a (pénzügyi) közgazdaságtanban”¹ című dolgozata számos igen fontos és alapvető kérdést vet fel. A cikk legfontosabb gondolata, hogy a közgazdasági folyamatok nem feltétlenül ergodikusak, így az általános, a közgazdaságtanban is használt, gyakran más tudományterületekről importált, statisztikai modellek nem használhatók. Miként a szerző megjegyzi, a tapasztalat során mindig sztochasztikus folyamatokat látunk. Egy sztochasztikus folyamat mindig két metszettel rendelkezik. Egyrészt egy időbeli metszettel, amikor a folyamat trajektóriáit vizsgáljuk, és egy úgymond „véletlen” mentén vett metszettel, amikor egy rögzített időpontban tekintjük a lehetséges véletlen értékeket. A statisztika terminológiájával beszélhetünk tehát idősorokról és keresztmetszeti adatokról. Mind a két metszet esetén felvethető, hogy létezik-e az átlag, és az átlagnak milyen relevanciája van. Ha egy rögzített időpontban nézzük a folyamatot, akkor egy valószínűségi változót tekintünk, és ilyenkor a nagy számok törvénye biztosítja az átlag létezését. Ha azonban időben nézzük a folyamatot, és egy aktuális realizációt tekintünk, akkor az időben vett átlagot tekintjük. Ilyenkor, ha létezik az időben vett átlag, akkor ergodikusságról beszélünk. Vagyis egy $X(T, \omega)$ sztochasztikus folyamat esetén, ha az idő szerint vett $\lim_{T \rightarrow \infty} X(T, \omega)/T$ átlag valamilyen értelemben minden ω esetén létezik, akkor ergodikusságról beszélünk. Természetesen az ergodikusság, mint számos más közgazdasági fogalom, a fizika területéről került át a közgazdasági gondolkodásba. Az ergodikusság bizonyításának eredeti célja annak indoklása volt, hogy miért léteznek az olyan makroszkopikusan

¹ BÉLYÁ CZ IVÁN (2017): Az ergodicitás vitatott szerepe a (pénzügyi) közgazdaságtanban (*Gazdaság és Pénzügy*, 4. évf. 1. sz. 3–58. o.)

megfigyelhető fogalmak, mint a nyomás vagy a hőmérséklet, vagyis a mikroszkopikus világban létező, lényegében végtelen számú kis részecske kaotikus viselkedése miként eredményezi a makroszkopikus világban tapasztalható stabil értékeket. Természetesen a gondolatmenet közgazdasági átplántálása igen problémás, hiszen sem a lényegében végtelen számú egyed, sem azok lényegében azonos súlya, vagyis az egyedek homogenitása nem tekinthető közgazdaságilag életszerű feltevésnek. Miként a dolgozat hangsúlyozza, ez az átlag nem keverendő össze a minden t időpontban külön-külön vett $E(X(t))$ várható értékkel, amely természete szerint az ω változó szerint vett olyan súlyozott átlag, ahol a súlyokat a megfelelő valószínűségek adják. Várható értéket csak valószínűségi változó szerint lehet venni, tehát az ergodikus átlag nem tekinthető várható értéknek. Ebből következően egy folyamat ergodikusságának elemzése fontos és releváns kérdés. Számos, a gyakorlatban felmerülő probléma valójában nem a várható értékhez, hanem az ergodikus átlaghoz kötődik. Közben igen fontos és pontos különbségtételről van szó, azt hiszem, nem célszerű a két kérdést túlzottan szétválasztani. Egyrészt a konkrét statisztikai gyakorlatban a kétfajta átlag gyakran keveredik. Legtöbbször arról van szó: a vizsgálat során felteszik, hogy a folyamat stacioner, vagyis időben a véletlen jellege nem vagy kontrollált módon változik, és így a különböző időpontokhoz tartozó értékek tekinthetők valamilyen fix eloszlásból vett valószínűségi változó sorozatnak. Véleményem szerint nem arról van szó, hogy a várható érték mondjuk létezik és értelmes fogalom, de az ergodikus átlag rossz vagy nem létező fogalom. A kérdés szerintem sokkal inkább arról szól, hogy általában a statisztikai modellek, a valószínűség-számításra alapozott közgazdasági megközelítés mennyire releváns, illetve milyen korlátokkal bír. Én nem gondolom, hogy az időben vett átlag vagy az ω szerint vett átlagolás használhatósága gyökeresen eltér. Mind a két esetben azonos fundamentális problémáról van szó.

A probléma lényege, hogy a közgazdaságtan speciális helyet foglal el a tudományok között. Hogy némiképpen teátrálisan fogalmazzak, középen áll a kozmológia és a mérnöki tudományok, illetve az azok alapját képező fizika és kémia között. Nem érzem magam igazán hivatottnak arra, hogy végleges és megmáshíthatatlan véleményt formáljak a kozmológia modern tudományáról, de nekem igen gyakran az a benyomásom, hogy az alkalmazott, igen komoly matematikai eszköztár ellenére, a feltett kérdésekre adott válaszok relevanciája nem sokkal nagyobb, mint a klasszikus görög mitológiáé, ahol, ha jól emlékszem, *Kronosz* megeszi a saját gyermekeit. A közgazdaságtan minden vitatott állítása nagyságrendekkel megalapozottabb, tapasztalatokkal jobban alátámasztott, mint a modern természettudományos eredettan. A másik oldalon persze ott áll a fizika és a számos ráépülő műszaki tudomány, amelynek az eredményei elképesztők, és amelyhez viszonyítva a közgazdaságtan üres fecsegés, és mese hab-

bal. Természetesen – ahogy a kozmológiai kutatások fontosságát senki nem kérdőjelezi meg, hiszen a legalapvetőbb emberi kérdésekre keresi a választ –, a közgazdasági kutatások is megkérdőjelezhetetlenül fontosak. Mind a két esetben a rendelkezésünkre álló ismeretek alapján egy logikailag tetszetős választ akarunk adni egy számunkra fontos kérdésre. Egyszerűen arról van szó, hogy nem minden fontos kérdést tudunk egyformán jól és megalapozottan megválaszolni. Részben azért, mert nincsenek adataink, megfigyeléseink, részben azért, mert a rendszerek bonyolultsága túlnő az emberi felfogóképességen. Az emberi elme legfőbb trükkje a leegyszerűsítés, úgymond, a lényeg kiemelése. Ezért keressük az okokat, hisszük, hogy a dolgoknak van célja és értelme, szeretjük az axiomatikus rendszereket, amelyek azt bizonyítják, hogy egyszerű és kézenfekvő alapelvekből a világ megérthető. Ez azonban nem mindig működik. A gazdasági kérdésekre adott válaszaink pontosságát nem veszi fel a versenyt a mérnöki tudományokban elvártakkal. A gazdasági rendszerek a sok párhuzamosság miatt túl bonyolultak. Vagyis szerintem nem az a kérdés, hogy a folyamatok ergodikusak-e vagy sem, hanem az, hogy mennyire tudjuk érvényesíteni, illetve mennyire releváns az esetleges ergodikusságból eredő időbeli átlag. A megjegyzésem fő mondanivalója az, hogy még ha létezik is az időbeli átlag, ez az átlag nem bír semmilyen érdemi relevanciával, ugyanis a releváns időhorizontokon a rendelkezésünkre álló adatok alapján nem tudjuk megbecsülni.

A gazdasági folyamatok rendkívül stabil ciklusokra épülnek. Ezek a ciklusok alapvetően biológiai jellegűek. Vannak stabil napi, heti, ciklusok és vannak hosszabb-rövidebb egyéb ciklusok is. Télen hideg van, tehát fűteni kell, a gyerekek minden nap enni kell adni, iskolába kell járnia, dolgozni kell menni, stb. De vannak az egyes generációk életvitelében jelentkező, stabil és kiszámítható hosszabb, évtizedes ciklusok is. A fiatalok udvarolni akarnak, párt keresnek, ezért fontos számukra a külső megjelenés, így követik a divatot. Az idősebbek jól kiszámítható módon különböző betegségektől szenvednek stb. Vagyis, hogy egy újabb közhelyet mondjak, valójában tényleg nincs új a nap alatt. Ugyanaz a történet ismétlődik meg újra és újra térben és időben. A közgazdasági elmélet a gondolkörének középpontjába az egyént és annak döntéseit helyezi. Ez önmagában nem probléma, de az jelentős mértékben félrevezető, ha nem hangsúlyozzuk, hogy az egyéni preferenciák egyáltalán nem egyéniek, hanem igen jelentős mértékben lényegében biológiailag meghatározottak. Ezek a fundamentális, jól megfigyelhető és igen stabil egyedi ciklusok adódnak össze, és biztosítják a társadalmak rendkívüli stabilitását. Ha lehet valamit tanulni az elmúlt évtizedek történetéből, az az, hogy egy ország társadalmi-gazdasági élete milyen lassan változik, és milyen elképesztő tehetetlensége van a gazdasági folyamatoknak. Az alapvető biológiai igények által irányított ciklusokat kiszolgáló rendszerek

üzemeltetésében a gazdasági és a mérnöki munka szinte összeolvad. Nehéz eldönteni, hogy hol végződik a műszaki tartalom és hol kezdődik a pusztán gazdasági tartalom. Rengeteg a határterület, az érintkezés.

Természetesen tudjuk, hogy az ember nem csak kenyéren él. A biológiai szint fölött egyéb társadalmi, szellemi igények is megjelennek. Minél feljebb megyünk az absztrakciós szintek között, annál inkább a gazdasági, társadalmi megfontolások lesznek uralkodóak, de egyúttal az ismeretek is egyre kevesebbek, vagy egyre nehezebben kezelhetők és megfoghatók lesznek. Ahogy felfelé lépünk a Maslow-piramis lépcsőin, az igények által generált folyamatok egyre kevésbé megfoghatók, egyre kevésbé kiszámíthatók, ugyanis egyre absztraktabbak.

Az absztrakciós csúcs a pénzügyi piacok, ahol a konkrét termékek már teljesen eltűnnek, és csak a vágyak, remények, légvárak és blöffök egymás közötti kereskedéséről van szó. Hiába ontják a számítógépek az adatokat, ezek az adatok csak azt tükrözik, hogy a légvárépítők mit gondolnak aktuálisan a légvárakról. A sajátjaikról, illetve a többi piaci szereplő légvárairól. Természetesen egy adott pillanatban. A gazdaságok stabilitását biztosító, tényleges biológiai ciklusok, bár még mindig ott vannak, de már csak nagyon a háttérben vannak jelen. A toronyházak felső emeletéről már nem is látszanak. Miközben gyakran elhangzik, hogy a pénzügyi élet adatokkal jól alátámasztott módon megfigyelhető, a pénzügyi modellezés egyik nehézsége, hogy a modellezendő folyamat rendkívül ingatag. Hogy a Bélyácz Iván által használt terminológiát használjam, a pénzügyi folyamatok valóban nem ergodikusak. Pontosabban ez sem igaz. Ha lehet hinni *Thomas Piketty* munkájának, akkor hosszabb idő átlagában a hozamok stabil átlaggal rendelkeznek, vagyis történelmi léptékekkel a pénzügyi folyamatok ergodikusak. A gond csak az, hogy az ergodikusságot biztosító történelmi lépték valójában irreleváns. Túl hosszú a jelen szempontjából. Ahogy senkit nem igazán érdekel, hogy milyen hozamok voltak *Napoleon* korában, az sem érdekel igazán senkit, hogy milyen hozamok lesznek száz vagy kétszáz év múlva. Mindenkit az érdekel, hogy a következő, rövid időszak múlva mi lesz a hozam. Hogy a következő időpont most egy nap múlva, vagy egy tizedmásodperc múlva értendő, az már egy másik kérdés. Sok jel mutat arra, hogy a tizedmásodperc a relevánsabb időhorizont. De akkor miért is lennének a folyamatok ergodikusak? Milyen csoda biztosítaná a rendszer időben való stabil viselkedését? Nyilván semmi. Vagyis miközben számos gazdasági folyamat stabil, kiszámítható, statisztikailag jól mérhető, egyszerű ciklikus folyamatok eredője, a pénzügyi folyamatok területén tulajdonképpen semmilyen stabilizáló ciklust nem találunk, ugyanis az absztrakció, a vágyak egy igen magas szintjén létező folyamatról van szó. A pénzügyi piacok a megtakarítások értékét próbálják eldönteni. Vagyis a jelen ismeretek alapján próbálnak a jövőre vonatkozó

döntéseket vagy inkább becsléseket hozni. Ugyanakkor azt is látni kell, hogy a megtakarítás fogalma egy társadalmi konvenció, ha úgy tetszik, egy jogi keretbe öntött, logikai fikció. A megtakarítás mindig egy ígéret. Ha befizeted a nyugdíjjárulékot, majd tisztességes nyugdíjat fogsz kapni. Valóban? És mint tudjuk, az ígéret szép szó, ha megtartják, úgy jó.

Érdemes azonban itt is némi további pontosítást elvégezni. A 2008-as gazdasági válság alapján rendítette meg a gazdasági folyamatokat, és rendezte át a világgazdaságot. A mostanság lezajló politikai földcsuszamlások mindegyike ennek a válságnak a következménye. A válság következtében alapvetően megrendült a bizalom a megtakarítások értékállóságában, ami másképpen azt jelenti, hogy a biztos jövőbe vetett bizalom megingott. Amikor valaki felvette a svájcifrank-hitelt, azt gondolta, akárcsak a hitelt adó, hogy annak árfolyama hosszabb távon is stabil lesz. Mikor az árfolyam összeomlott, a hitelfelvevő élete is összeomlott. Explicit vagy implicit módon kapott egy ígéretet, amire semmi garancia nem volt. Hogy megint Bélyácz Iván dolgozatára hivatkozzam, azt gondolta – mert azt sugallták neki –, hogy az árfolyam ergodikus, vagyis stabil időbeli átlaggal rendelkezik, miként a nyomás vagy a hőmérséklet. Következésképpen a társadalomban megrendült a versenybe mint egyensúlyt és biztonságot teremtő társadalmi berendezkedésbe vetett hit. Kaptam egy ígéretet, a törlesztőrészletem ennyi meg annyi lesz. De ezt az ígéretet senki nem akarja betartani. Az emberi igények között fontos szereppel bír a biztonság és a stabilitás iránti vágy. Ha a piaci folyamatok nem ergodikusak, akkor a stabilitás iránti vágyat ki fogja biztosítani? Ki védi meg a kisbefektetőt, az átlagembert, a keményen dolgozó kisembert? Igen veszélyes módon sokan újra a gondoskodó államban látják a biztonság kulcsát. Ha másért nem, akkor azért, mert rögzíteni tudja az árakat. Nő a protekcionizmus, a bezárkózás iránti igény. Sokan az amúgy valóban hatalmas, de nyomorgó Keletben látják a jövőt, és nem a gazdag és rendkívül fejlett Nyugatban. Nyugat a káosz, Kelet a stabilitás. Ennek a gazdasági-társadalmi elbizonytalanodásnak előbb vagy utóbb a gazdaságról szóló elméletekben, így a közgazdasági elméletekben is tükröződnie kell. Az ergodikusság megkérdőjelezése része ennek a folyamatnak.

A közgazdaságtannal kapcsolatos, időnként felvetett vád, hogy nem volt képes a 2008-as válságot előre jelezni. Ez azonban egy teljes félreértés. A pénzügyi piacokon folyó kereskedés jellege és tartalma alapján igen távol áll a már említett biológiai, fizika ciklusoktól. Ennek megfelelően az áralakulás úgymond fundamentumai közvetlenül nem érvényesülnek. Hogy a Thomas Piketty által vázolt gondolat körben érveljek, a gazdaság növekedési üteme, a g legyen 1%. Ezt a piaci szereplők kicsinek gondolják, ők 5%-ot szeretnének. Hogy ennek van-e alapja vagy sem, az érdektelen. Ha a befektetők elvárása 5% akkor a hozamom

5% lesz. Vagy legalábbis úgy mondják, és viszonylag hosszabb távon a befektetők elégedettek is lesznek. Vigyázat, csak ígéretről van szó! Világos, hogy előbb vagy utóbb ebből gond lesz. Egy rendszerben, ahol az erőforrások 1%-kal bővülnek, a befektetők hozamai nem lehetnek tartósan 5%-on. Az ígéreteket előbb vagy utóbb a befektetők be akarják váltani, és az absztrakció egy alacsonyabb szintjén akarják a hozamokat realizálni. Például ki kell fizetni a nyugdíjakat. Megígérték a magas nyugdíjat. Tessék fizetni! Ja, hogy nincs miből? A fák nem nőnek az évig, minden buborék előbb vagy utóbb ki fog pukkadni. Természetesen az, hogy megtudjuk, mikor fog a buborék elpattanni, lehetőleg percre, sőt inkább másodpercre pontosan, naiv és nyilvánvalóan tarthatatlan elvárás. Vagyis az, hogy lesz pénzügyi válság, azt tulajdonképpen mindenki tudta, aki ezt tudni akarta. Véleményem szerint sokkal inkább arról volt szó, hogy a pénzügyi közgazdászok nem akarták a válságot előre jelezni, hanem sokkal inkább a buborék növelésében voltak érdekeltek. És ehhez a matematikai, statisztikai elméletek is hozzákötődtek. Természetesen nem arról van szó, hogy egyfajta keresztapaként a gonosz bankárok táskában vitték a pénzt, és megvásárolták a vezető matematikusok hallgatását. Sokkal inkább arról volt szó, hogy úgymond alkalmazást vittek a tudós társadalomnak. A modern matematika rendkívül kifinomult gondolatokkal operál, és az absztrakció igen magas szintjén érvényesül. Ennek megfelelően a konkrét gyakorlattól, ha jobban tetszik, a valós világtól igen elszigetelt körben léteznek. Evvel minden matematikus tisztában van. Ennek következtében teljes erejéből, szinte gyerekes naivitással keresi a kapcsolatot a külső, a matematikán kívüli világgal. Egy matematikus számára nincsen nagyobb dicsőség, mint az általa kutatott vagy ismert elmélet gyakorlati haszna. Nem arról van tehát szó, miként azt sokan hiszik, hogy a matematikusok elzárkóznak az alkalmazásoktól, hanem arról, hogy gyermeketeg módon keresik azt. Gondoljunk bele abba, mekkora elégtétel volt az a felismerés, hogy a modern matematikára a pénz csillogó világa igényt tart. Nyilván sokan feladták a tudományos karrierjüket, és egy piros versenyautóban látogattak vissza a korábbi szerzetesi cellájukba. A többség azonban boldog volt, hogy hallgatók jelentek meg az előadásaikon.

Hogy visszatérjünk a statisztikai elemzések relevanciájának kérdéséhez, érdemes egy jelenleg nagy figyelmet kapott, másik tudományos tévedést elemezni. A közvélemény-kutatások látványos csődjét. A kérdés megítélésem szerint azért fontos, mert rávilágít a statisztikai modellezés legalapvetőbb problémáira, vagyis közvetlen módon az ergodikusság problémájára. A kérdés a következő: miért mondtak látványosan csődöt a közvélemény-kutatók? Az elmúlt év két legjelentősebb politikai eseménye idején, az amerikai elnökválasztáskor és a brit népszavazás során miért nem tudták az eredményt előre jelezni? Mind a két esetben a közvélemény-kutatók magabiztosan letették a garast az egyik kime-

net mellett, és éppen a másik jött be. Miként tudjuk, a puding próbája az evés. A statisztikai módszerek próbája az előrejelzés. Most ez nem sikerült. Kétszer. Hangsúlyozni kell, hogy a lehető legegyszerűbb, matematikailag leginkább körüljárt és kivesézett kérdésről van szó. Csak egy valószínűséget kell előre jelezni. Tudom, a „csak” szó nem teljesen indokolt, de azért nem egy többszektoros, több időszakos dinamikus sztochasztikus modellről vagy egy bonyolult kockázatkezelési modellről van szó. A kudarc által feltett kérdésre két válasz adható: egy rövid és egy hosszabb. A rövid válasz igen egyszerű: nem tudhatták és nem is tudták az eredményt, de mivel ezt a megbízóiknak, illetve a közvélemény előtt nem merték vagy nem akarták bevallani, inkább blöfföltek. A blöffölés során a vágyaikat összekeverték a tudományos érvelés során elvárható távolságtartással. Azt mondták, amit szerettek volna látni és nem azt, amit láttak, pontosabban nem láttak.

A hosszabb válaszhoz némi matematikai fejtegetésre van szükség. 2016, de vélhetően az egész évtized legfontosabb politikai eseménye a Brexit népszavazás volt. A világ már régóta beszél kaszinókapitalizmusról, de úgy tűnik, most már megszületett a kaszinókormányzás műfaja is. Van abban valami félelmetes, ahogy egy büszke, évszázados politikai kultúra, amely mintája volt a világ jelentős részének, feldob egy érmét, és jövőjét nem az értelemre alapozza, nem a bölcs politikai megfontolástól teszi függővé, hanem attól, hogy a feldobott érme melyik oldalára esik. Kiindulásképpen térjünk vissza az alapokhoz, a nagy számok törvényéhez. Miként ismert, kétféle nagy számok törvénye van, az erős és a gyenge. Az erős törvény azt állítja, hogy a relatív gyakoriság a valószínűséghez tart. A gyenge törvény jelentőségét az adja, hogy az lehetőséget ad a konvergencia sebességének becslésére. Legyen adva valamilyen A esemény, amelynek a valószínűsége legyen p . Végezzünk el n kísérletet, és tegyük fel, hogy ebből az A esemény r_n -szer következett be. Vagyis r_n/n legyen az A esemény valószínűségéhez tartozó relatív gyakoriság. A törvény szerint tetszőleges $\varepsilon > 0$ és $\delta > 0$ esetén van olyan N küszöb, hogy ha $n \geq N$, akkor $P(|r_n/n - p| \geq \varepsilon) < \delta$. Az állítás igazolása lényegében triviális, ami azonban távolról sem triviális, az a konvergencia sebessége. A sebességgel kapcsolatos legfontosabb kérdés, hogy adott ε és δ esetén milyen nagy az N ? A Brexit kapcsán a várt p nagyon közel volt az 50%-hoz, így ahhoz, hogy hasznos és pontos becslést tudjunk adni, az ε értékét nagyon kicsire kell venni, ugyanis éppen az a kérdés, hogy most $p = 0,49$, vagy $p = 0,51$. Az alábbiakban tehát $\varepsilon = 0,01$ -gyel fogunk számolni. Ugyanakkor a dolog rendkívüli fontossága miatt a δ értékét is kicsinek kell venni. Nemcsak nagyon pontosan, hanem nagyon biztosan is szeretnénk tudni a végeredményt. Egy közismert megfontolás a centrális határeloszlás tételére épül:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\left(\left|\frac{r_n}{n} - p\right| \geq \varepsilon\right) &= \mathbf{P}\left(\left|\frac{r_n - np}{n}\right| \geq \varepsilon\right) = \mathbf{P}\left(\left|\frac{r_n - np}{\sqrt{npq}}\right| \geq \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\varepsilon\right) \approx \\ &\approx \mathbf{P}\left(|N(0,1)| \geq \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\varepsilon\right) \leq \mathbf{P}\left(|N(0,1)| \geq \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{1/4}}\varepsilon\right) = \\ &= 2(1 - \Phi(2\sqrt{n\varepsilon})) = \delta. \end{aligned}$$

Ha $\varepsilon = \delta = 0,01$, akkor

$$\Phi(2\sqrt{n\varepsilon}) = 1 - \frac{\delta}{2} = 0,995,$$

amiből

$$2\sqrt{n\varepsilon} = 2,5758.$$

Tehát

$$n \geq \left(\frac{2,5758}{2 \cdot 0,01}\right)^2 = 16587.$$

A gondolatmenet kapcsán érdemes hangsúlyozni, hogy a centrális határeloszlás tételében a konvergencia sebessége nem végtelenül gyors. Több matematikai megfontolás is ismert, amely a sebességet számszerűsíti. Ezek jellegüket tekintve négyzetgyökös sebességet implicálnak. Vagyis ha megszázaszorozzuk a minta nagyságát, a hiba csak egy tizedessel fog csökkenni. Például ezres minta esetén, ha a becslt valószínűség 50%, akkor a binomiális és normális eloszlás távolsága körülbelül 1,26%. Négyezres minta esetén körülbelül a fele, vagyis 0,063%. Ezek az értékek nagyon kicsik, de nem szabad elfelejteni, hogy a hiba, amit meg szeretnénk becsülni, az 1%. Vagyis egy ezres minta esetén a számolásban elkövetett hiba nagyobb, mint amit becsülni szeretnénk.

A *Financial Times* összegyűjtötte a népszavazással kapcsolatos közvélemény-kutatásokat.² Ezek közül egyetlenegy volt, amelyben húszezer embert kérdeztek meg; ez a közvélemény-kutatás 2014. január 20-án történt. Ekkor 41% gondolta, hogy ki kell lépni, és ugyanennyi gondolta, hogy maradni kell. Egy másik, 2015 december 5-én végzett mintavételben 10 015 személyt kérdeztek meg, itt 42% gondolta, hogy ki kell lépni, és 40%, hogy maradni kell. Az utolsó, 2016. június 22-én tartott közvélemény-kutatás során 4700 személyt kérdeztek meg, akkor

² Június 22-én négy közvélemény-kutatás volt, abból kettő eltalálta a végeredményt, kettő nem! Ebben a cikkben a két hibás eredményre jutó közvélemény-kutatást elemzem (l. <https://ig.ft.com/sites/brexit-polling/>).

55% mondta, hogy maradni akar és 45% gondolta, hogy ki kell lépni. Ha $\delta = 1\%$, akkor a

$$2,5758 = 2\sqrt{n}\varepsilon$$

szabály alapján

$$\varepsilon = \frac{2,5758}{2\sqrt{n}} = \frac{2,5758}{2\sqrt{4700}} = 1,8786 \times 10^{-2} \approx 2\%$$

Vagyis az 55%-hoz képest a lehetséges hiba 2% alatt lesz, vagyis a minta alapján esetleg gondolhatták, hogy a Brexit-szavazás eredménye alapján Nagy-Britannia nem fog kilépni az EU-ból. Ironikus, de érdemes megjegyezni, hogy a végeredmény 51,89% volt, ami a $p = 50\%$ -hoz képest valóban 2%-on belül volt, csak éppen a másik oldalon.

Ez a közvélemény-kutatás széles körben ismertté vált, és igen megnyugtatóan hatott. Elképzelhető, hogy mivel a közvéleménykutatás a bent maradásra adandó szavazatok nagy fölénységét mutatta, jelentős mértékben befolyásolta a szavazás végeredményét, ugyanis nagyban hozzájárult a szavazók utólag kimutatható feleletességéhez, meggondolatlanságához. Sokan gondolták, hogy a szavazásnak valójában nincs tétje, és így a tényleges tartalomtól függetlenül általános elégedetlenségüknek adtak hangot.

Természetesen tisztában vagyok avval, hogy a nagy számok törvényének közvetlen alkalmazása nem helyes. A világ mindig jóval bonyolultabb, mint a tankönyv, és ezért egy egyszerű tankönyvi példát nem lehet az eredményekre ráhúzni. Valójában a fenti megfontolások mögötti matematikai feltételek egyike sem teljesült. A mintában szereplő elemek eloszlása nem volt azonos. Közismert, hogy a szavazás eredménye függött az életkortól, a képzettségtől, a lakóhelytől és számos egyéb dologtól. Világos, hogy a mintaelemek egymástól is függtek, hiszen valószínűleg a közvetlen kérdés esetén egyszerűbb egy nagyvárosban válaszolni hajlandó egyedet találni, mint vidéken, és elképzelhető, hogy bizonyos társadalmi csoportokban jelentős a választ nem adók vagy a szándékosan rossz választ adók aránya. Vagyis a modellkockázat jelentős, és ezért a szükséges $\varepsilon = 0,01$ elvárás tarthatatlan, ugyanis az N növelése éppen a nagy modellkockázat miatt egy ponton túl már értelmetlen. Mivel ez ismert, a kutatók a minta kiértékelésekor súlyokat alkalmaznak. Ha jók a súlyok, akkor az eredmény pontos lesz, ha azonban rosszak, akkor az eredmények nagyon rosszak lesznek. Természetesen az eredményből látszik, hogy most az alacsony mintaszám mellett még rossz súlyokat is alkalmaztak.

A látványos melléfogásra nagyon sokan nagyon sok magyarázatot adnak. Ezek legtöbbször a társadalmi-szociológiai háttérre koncentrálnak. Ezen elemzések jogoságát nem vitatom, de nyilván csak utólagos érvelések, amelyeknek a tudományos értéke csekély. Sajnos, a közvélemény-kutatás célja az előrejelzés, és nem az utólagos magyarázat. Számunkra azonban nem ez a fontos. A lényeg az, hogy sem az adatok minősége, sem mennyisége alapján felelős becslés nem volt adható, és a gazdasági folyamatok statisztikai elemzésének legfőbb korlátja éppen ez. Egyre többször találkozunk avval, hogy a különböző adatokat egyfajta véletlenszám-generátornak tekintve, bonyolult és áttekinthetetlen statisztikai modellekkel érvelnek a kutatók. Hosszabb évek alatt összegyűjtött, tízezres nagyságrendű adatok alapján próbálnak statisztikai következtetésre jutni. Legfőbb eszközeik a modern programcsomagok, amelyek működése teljesen ismeretlen, és bizonyos pontosságigény felett kiszámíthatatlan. Sem a hibák jellegéről, sem azok nagyságáról a kutatóknak nincs elképzelése. Azonos adatokon egy másik programcsomag esetleg némiképpen vagy jelentősen más eredményt ad. Ilyenkor jön elő az adatok szakértői alapon való manipulálása, súlyozása. Vagyis a statisztikai háttér csak egy paraván, amely mögé a tudatlanságunkat elrejtjük.

Végezetül egy záró megjegyzés. Mennyire vehető komolyan a *Samuelson*-féle ergodikussági hipotézis? Ahhoz, hogy ezt megválaszoljuk, érdemes tanulmányozni a keletkezési körülményeit. Samuelson az MIT közgazdasági tanszékén dolgozott. Az MIT a világ egyik legjelentősebb tudományos központja. Az MIT területén a legmagasabb az egy négyzetméterre eső Nobel-díjasok száma. Egy ilyen helyen a levegőből is matematika folyik. Számomra Samuelson munkásságának egyik legdöbbenetesebb eleme, hogy milyen hamar felismerte például az Itô-kalkulus lehetséges pénzügyi alkalmazhatóságát. Amikor Samuelson a hatvanas években az Itô-kalkulust az árfolyamok mozgását leíró matematikai elmélet tengelyébe helyezte, a legtöbb matematikai szakspecialista sem igazán tudta, hogy mégis milyen matematikai elméletről van szó. Samuelson egy elképesztően tág ismeretekkel rendelkező, rendkívül szellemes gondolkodó, akinek a képességeit csak méltatni lehet. Nemcsak rendkívül sokat tud, hanem tudását igen szellemesen kombinálja és interpretálja is. Egy az MIT-hez hasonló, matematikával telített szellemi környezetben egy kutatót csak akkor vesznek komolyan, ha maga is a matematika nyelvén beszél. Teljesen természetes módon adódik, hogy átveszi a környezetében elfogadott fogalomalkotást, viselkedési formákat, terminológiákat. Ha ehhez hozzáteszük, hogy munkássága során az Egyesült Államok gazdaságilag és politikailag a csúcson volt, és nemigen bukkantak fel a manapság jogosan felmerülő kérdések, akkor kézenfekvően adódik, hogy valaki bedobja a termodinamika megalapozását adó fogalmat. Miért? Egyszerűen azért, mert jól hangzik, és lehet vele az egyetemi kávézóban villogni.