

## MIKOR ÉRI MEG ELŐTÖRLESZTENI?

### *Egy elméleti modell az előtörlesztési jog értékelésére*

*Kalfmann Petra*

A banki könyvi kamatkockázat egyik sajátos vetülete az ún. beágyazott opciók értékelése és ezek hatásának számszerűsítése a banki portfóliók értékére. A jelzálog-portfóliók egyértelmű sajátossága az előtörlesztés lehetősége, amely a hitelfelvevő számára biztosít lehetőséget a hitel lejárat előtti visszatörlesztésre. Az előtörlesztési opciók értékelésére széles irodalom áll rendelkezésre az amerikai piacokon, ám az európai piacokra ezek a modellek nem érvényesíthetők a piacok strukturális eltérései miatt. Banki adatok hiányában egy elméleti modellt alkottam az előtörlesztési opció modellezésére, aminek az alapján kimutatható, hogy függően a banki portfólió összetételétől (kamatszint, lejárat), az előtörlesztési opciónak jelentős hatása lehet mind a rövid távú, azaz az egyéves kamatbevételek összegére, mind a pénzáramlások megváltozásán keresztül a banki portfólió diszkontált értékére, és ezáltal a gazdasági tőke értékére.<sup>1</sup>

*JEL-kódok:* G21, G28, G29

*Kulcsszavak:* bank, jelzálog, bankszabályozás, banki könyvi kamatlábckockázat, előtörlesztési opció

### 1. A TÉMA AKTUALITÁSA

A kamatkockázat kezelése önmagában nem újkeletű dolog a bankok számára, kiforrott módszertanok léteznek a kockázat számszerűsítésére, fedezésére és hatékony monitorozására. A banki könyvi kamatkockázat kiemelt kezelése a Bazel II. szabályozás (BCBS, 2004; EC, 2006) kialakulásával került előtérbe a gazdasági tőkeszámítási logika szabályozói szintre emelésével a második pilléren belül. A szabályozás a kötelező tőketartalékolást meghatározó minimum tőkekövetelményt kiegészítette a bankok saját kockázatértékelésére vonatkozó második pillérrel, ezen belül szükséges felmérni az összes releváns kockázatot, amelyekre saját módszertan szerint kell tőkét képezni. A második pillér alatt számszerűsítendő kockázatok között említik a banki könyvi kamatkockázatot. A szabályozás kötelező módszertant nem határoz meg a második pillérbeli

---

<sup>1</sup> A szerző a Kaposvári Egyetem PhD-hallgatója, jelen cikk a doktori disszertációja alapján készült, az abban megfogalmazottak csak és kizárólag a szerző véleményét fejezik ki.

kockázatok számszerűsítéséhez, ezt támogatandó, több felügyeleti ajánlás látott napvilágot.

A banki könyvi kamatkockázat kiemelt jelentőségét jelzi, hogy a második pillérben nevesített kockázatok közül a banki könyvi kamatkockázat az egyetlen, amelyhez kapcsolódóan a szabályozó elvárja stresszteszt elvégzését is, és ennek eredménye alapján kvázi kötelező tőkeképzést (BCBS, 2004; EC, 2006). Az elmúlt időszak szabályozói iránymutatásai is a kockázat jelentőségét jelzik, 2014 tavaszán látott napvilágot a Bázeli Bizottság banki könyvi kamatkockázattal foglalkozó bizottsága (Task Force on the Interest Rate Risk in the Banking Book – TFIR) által megfogalmazott javaslat a kockázat első pillér alatti kezelésére vonatkozóan, amely nem nyerte el a szakma képviselőinek támogatását (IIF, 2014). Ugyanezen javaslatot beépítették a 2015 júniusában publikált konzultációs anyagba is (BCBS, 2015), mint a banki könyvi kamatkockázat felülvizsgált mérési módszertanának egyik opcióját. A kockázat kiemelt figyelemmel történő kezelését alátámasztja az általánosan alacsony kamatkörnyezet és az óvatosság, amely arra ösztönöz, hogy a kamatok várható növekedéséből adódó kockázatokra a bankrendszer kellő tartalékokkal készüljön fel.

A banki könyvi kamatkockázat alapvetően a mérleg árazási szerkezetéből adódó sajátosságokra vezethető vissza: az eszközök és források eltérő lejárat szerkezetük miatt eltérő árazási és átárazási tulajdonsággal rendelkeznek, eltérő referenciahozamok mentén árazódnak át, amelyek egymással sem korrelálnak tökéletesen. További sajátossága a mérlegtételeknek az ügyfelek viselkedésére vezethető vissza: egyrészt a szerződéses lejáratral nem rendelkező forráselemek esetén a kamatkörnyezet változására a betétesek eltérő módon reagálhatnak (betétek állományának mozgatása), másrészt az adósoknak lehetőségük van élni a hitelek előtörlesztésével a szerződéses lejárat előtt, ám ezen döntésüket nem mindig hozzák meg pénzügyileg racionális módon. Ezeket a hatásokat hívjuk összefoglalóan az opciós tulajdonságokból adódó kockázatoknak. Az ügyfélviselkedésből adódó mérlegváltozások nem jelezhetők előre determinisztikusan, a hatás egy része visszavezethető a kamatkörnyezet változására adott, pénzügyileg racionális döntésekre, míg egy másik része az ügyfelek egyéb karakterisztikái mentén előre jelezhető viselkedési mintákra vezethető vissza.

A banki könyvi kamatkockázat hatását a kereskedési könyvi<sup>2</sup> tételektől eltérő módon mérhetjük. Míg a kereskedési könyvi tételek esetén az eszközöket a piaci árazás (mark-to-market) alapján naponta újraértékelik, és így naponta mérhető

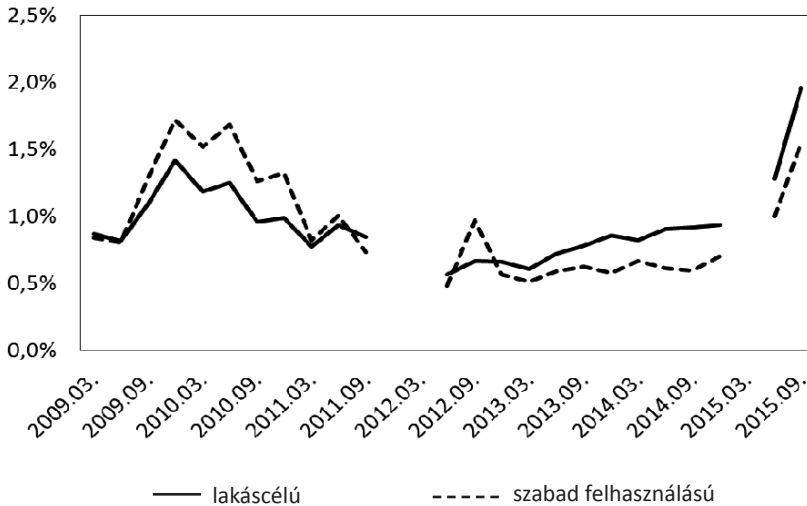
---

2 A kereskedési könyvbe tartoznak azok a pénzügyi eszközök, amelyeket a bank eladási céllal tart saját portfóliójában árfolyamnyereség, illetve egyéb ár- és kamatnyereség elérése céljából. Továbbá ide tartoznak a kereskedési könyvben vállalt pozíció fedezésére szolgáló műveletek, valamint az e pozíció kockázatát csökkentő műveletek az OTC (tőzsdén kívüli kereskedés) piacon és az aktív, illetve passzív repóműveletek.

a kamatok mozgásából eredő potenciális nyereség/veszteség mértéke, addig a banki könyv esetén a kamatok változásának hatását olyan tételekre vonatkozóan akarjuk mérni, amelyeknek nincsenek piaci, így piaci árak sem elérhető. Ezen okból a banki könyvi kamatkockázat mérésére nem alakultak ki olyan piaci szokványok, mint a kockázatotott érték (VaR) módszertana a piaci kockázatokra.

A másik ok, ami miatt a kialakult piaci kockázati mérési módszerek nem alkalmazhatóak módosítás nélkül, a banki könyvben szereplő tételekre vonatkozó számos feltételezés, amely hatással van a kockázat számszerűsítésének folyamatára. Ez elsősorban azért merül fel, mert a banki könyvi tételek jelentős része ún. opciós tulajdonságokat rejt magában, ami megnehezíti ezen eszközök várható pénzáramlásainak modellezését. Ezek jellegzetes példái a látra szóló betétállomány, illetőleg a jezáloghitelekhez kapcsolódó előtörlesztési lehetőség. Az opciós tulajdonságok hatással vannak a banki tételekből származó pénzáramlásokra, ezáltal a kockázati kitettségekre és a bank gazdasági tőkeszintjére, így attól függően, hogy milyen feltételezésekkel élünk az ezen tételekből fakadó kockázati kitettség meghatározására, azok jelentősen befolyásolhatják a gazdasági tőke szintjét. Részleges ismereteink vannak ezen opciós tulajdonságoknak a gazdasági tőkére gyakorolt hatásáról, a banki gyakorlatok ezek számszerűsítésének megközelítésére szerteágazóak, továbbá a rendelkezésre álló irodalom is sokféle megközelítést javasol, ebből a későbbiekben válogatást mutatok be.

A hazai jelzálog-portfólión az előtörlesztés mértéke 2009-ig visszamenőleg átlagosan 1 százalékponton alakult, ha nem vesszük figyelembe a kedvezményes végtörlesztés hatását, amelyet nem a piaci folyamatok indukáltak. Az előtörlesztés mértékében a devizaelszámolást követően figyelhető meg trendszerű elmozdulás.

**1. ábra****A jelzálog-portfóliók előtörlesztési mértékének alakulása**

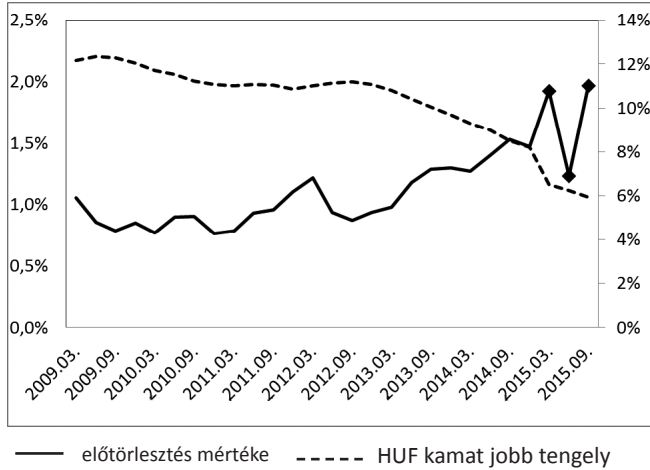
*Forrás:* MNB, saját számítás alapján saját szerkesztés<sup>3</sup>

Az előtörlesztés mértékében jelentős eltérés tapasztalható a forint- és a deviza-alapú hitelporfólió esetén: míg a forintportfólióknál átlagosan 1%-os szinten stabilizálódott az érték, addig a devizaalapú hiteleknel a végtörlesztés előtti szintről 0,5%-os szintre süllyedt, és ott stabilizálódott. A devizaelszámolást követően az előtörlesztés szintje emelkedni kezdett, amit a szabályozói könnyítésekén kívül a forint kamatszint csökkenése is támogat. A piaci környezet kedvez az előtörlesztésnek, ami kiemelt aktualitást ad az előtörlesztés mérésének és modellezésének.

<sup>3</sup> A kedvezményes végtörlesztés és a devizaelszámolás hatásai nem szerepelnek az ábrán, mivel azok egyszeri hatása eltorzítja az ezeken kívüli trendeket.

## 2. ábra

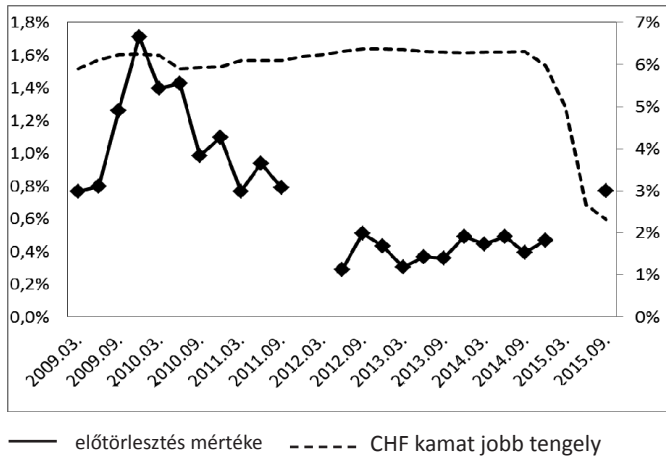
### A forintban denominált lakáscélú jelzáloghitelek előtörlesztési mértékének és átlagos kamatszintjének alakulása



Forrás: MNB, saját számítás alapján saját szerkesztés<sup>4</sup>

## 3. ábra

### A svájci frankban denominált lakáscélú jelzáloghitelek előtörlesztési mértékének és átlagos kamatszintjének alakulása



Forrás: MNB, saját számítás alapján saját szerkesztés<sup>5</sup>

4 A devizaelszámolást követően forintosított portfóliók előtörlesztési mértékét a 2015-ös adatok mutatják.

5 A kedvezményes végtörlesztés és a devizaelszámolás hatásai nem szerepelnek az ábrán, mivel azok egyszeri hatása eltorzítja az ezeken kívüli trendeket.

## 2. A BANKI KÖNYVI KAMATKOCKÁZATHOZ KAPCSOLÓDÓ GAZDASÁGI TÖKEMODELLEK

### 2.1. Általános gazdasági tőkemodellek

A banki könyvi kamatkockázat hatását a fellelhető irodalom, a nemzetközi felügyeleti ajánlások és a nemzetközi nagybankok gyakorlata alapján kétféle megközelítésben lehet számszerűsíteni. A *jövedelemalapú megközelítés* a kamatok mozgásának a banki jövedelemre, elsősorban a kamateredményre (net interest income – NII) gyakorolt hatását méri, míg a *gazdasági tőkeérték alapú megközelítés* a banki portfólió jövőbeni pénzáramlásának újraértékelése alapján kívánja számszerűsíteni a tőke (jelen)értékében bekövetkező változás mértékét.

*Bessis* (1998) és *Matten* (1996) (in: *Van Mullem*, 2004, p. 39.) szerint „a jövedelemalapú és a tőkeérték alapú megközelítés is alkalmazható a gazdasági tőkeszint számításához. A jövedelemalapú megközelítés az Earnings-at-Risk (EaR) módszertan gyakorlati alkalmazását jelenti, míg a tőkeérték-alapú megközelítés a duration gap és a VaR-módszertanok leképezése”. Megközelítésük szerint a jövedelem alapú módszertan esetén a kamatok volatilitása (*Bessis*, 1998; in: *Van Mullem*, 2004, p. 39.), illetőleg az eredmény volatilitása a kockázat forrása (*Matten*, 1996; in: *Van Mullem*, 2004, p. 40.), míg a tőkeérték-alapú módszertan ezzel összhangban a banki könyv nettó jelenértékének volatilitásán alapszik (*Van Mullem*, 2004, p. 40.).

Az *Oliver, Wyman & Company* (2001) által alkalmazott módszertan szerint „a kamatkockázat nem más, mint a banki könyv nettó eszközértékének vagy a tőke jelenértékének a volatilitása” (*Van Mullem*, 2004, p. 41.). Az OWC-modellbe beépítésre kerül az ügyfélviselkedések hatásának mérése is a kamatkörnyezet változásának hatásán keresztül. A koncepció fontos része a menedzsment beavatkozási lehetőségének figyelembe vétele, mely arra vonatkozó feltételezés, hogy „a menedzsment kellő időben képes reagálni a túl nagy veszteség elkerülése érdekében, és így a valódi veszteség várhatóan alacsonyabb lesz, mint az előre jelzett, függően attól, hogy mikor történik meg a közbeavatkozás” (*Van Mullem*, 2004, p. 43.).

*Emmen* (2001) modelljében arra tesz kísérletet, hogy „meghatározza azt a maximális értékvesztést, amit a nem várt kamatmozgások miatt a bank elszenvedhet egy éves időhorizonton”. Megközelítése szerint „a gazdasági tőkeérték a mai érték és az egy év múlva várható legrosszabb kimenetelű (worst case) szcenárió melletti érték közötti különbség. Az egy évvel későbbi piaci érték nem más, mint az akkori pozíciók jelenértéke plusz a következő évben várható kamatbevétel” (*Van Mullem*, 2004, p. 44.).

A fenti gazdasági tőkemodellek mindegyikének megvannak az előnyei és a hátrányai. A tőkemodellek felépítését az 1. táblázatban foglalom össze.

### 1. táblázat

#### Kiválasztott gazdasági tőkemodellek összefoglalása

	Bessis&Matten	OWC	Emmen
Jövedelemalapú	igen	nem	nem
Tőkeérték-alapú	igen	igen	igen
Kamatkockázat definíciója	banki könyv NPV-volatilitása	banki könyv NPV-volatilitása	mérleg piaci értékének változása
Feltételezett mérleg-struktúra	stabil	stabil, going concern	dinamikus
Ügyfélviselkedés figyelembe vétele	nem	igen	igen
Lefedett kockázati faktorok	átárazási hozamgörbe opciós (részlegesen)	átárazási hozamgörbe opciós (részlegesen)	átárazási hozamgörbe

Forrás: Van Mullem (2004) alapján saját szerkesztés

### 2.2. Az előtörlesztési opció modellezési lehetőségei

Az irodalomban alapvetően megkülönböztetik az optimális döntéshozatali mechanizmust alapul vevő pénzügyi modelleket, illetőleg az egyéni döntéshozatalt az optimálistól eltérítő faktorok hatását is számszerűsítő modelleket. A modellezési technikákban jelentős eltérés mutatkozik az amerikai és az európai piacokat jellemző karakterisztikák szerint. Az amerikai piacokra jellemző az elsődleges követelések másodpiaci értékpapírosítása, ezeknek az értékpapíroknak a beárazásához szükséges azok pénzáramlásának előrejelzése, amit elsősorban az előtörlesztés téríthet el az eredetileg tervezett pénzáramlástól, továbbá jóval nagyobb szabadságfokkal lehetséges a hitelek előtörlesztése. Az európai piacok szerkezete ettől eltérő, az előtörlesztési lehetőség általában korlátozott (jelentős költségek terhelik), illetőleg az előtörlesztési lehetőség értékének és banki portfólióra vetített hatásának számszerűsítése a banki likviditás- és tőkemenedzsment miatt fontos, ezért szerepet kapnak a belső adatokra épülő scorecard típusú modellezési megközelítések is.

A nemzetközi irodalomban fellelhető számos modellt *Vasconcelos* (2010) két nagy csoportra bontja. A modellek egyik nagy csoportja azon a feltételezésen alapul, hogy „az előtörlesztés mindig optimálisan történik, azaz az adós akkor él az előtörlesztési lehetőségével, ha a jelzálog értéke meghaladja a fennálló kintlévőség és az előtörlesztéshez kapcsolódó tranzakciós költségek összegét” (*Vasconcelos*, 2010, p. 5.). A modellek másik nagy csoportja „exogén előtörlesztési szabályt feltételez, amely arra alapul, hogy a megfigyelt valós előtörlesztések kockázat-hozam szempontból sok esetben nem optimálisan történnek. Az irracionális döntések eredményeként előfordulhatnak olyan előtörlesztések, amikor az aktuális kamat a szerződéses kamat felett van, amit egy optimális feltételezésen alapuló modell nem fedne le” (*Vasconcelos*, 2010, p. 5.).

A retail jelzálog-portfóliókhöz kapcsolódó előtörlesztési opciók modellezéséről széles körű irodalom áll rendelkezésre az amerikai piacra vonatkozóan. Ennek hátterében az áll, hogy a jelzáloggal fedezett kötvények (mortgage backed securities – MBS) piaca az amerikai tőkepiacon fejlődött ki, és ezen eszközök árazásának előfeltétele az előtörlesztési opció modellezése, aminek a hatását a kötvények cash flow-jában kell figyelembe venni (*Kalotay et al.*, 2004). Az MBS-eknek fejlett másodpiaca van, ezért árazásuk alapvetően piaci alapon történik. Az európai piacokra viszont nem ez a piaci szerkezet, finanszírozási modell a jellemző. Emiatt az amerikai modellek nem alkalmazhatók változatlan formában az európai jelzálogpiacokra.

Egyik alapvető amerikai empirikus modell *Kang és Zenios* tanulmánya, amelyre gyakran „*Wharton*” előtörlesztési modellként is hivatkoznak (*Kang–Zenios*, 1992). Az ebben szereplő változók határozzák meg későbbi és más piacokra vonatkozó empirikus tanulmányok keretrendszerét is. A Wharton-modell négy változót tartalmaz az előtörlesztés magyarázó változójaként (*De Vreede*, 2008, p. 23–24.):

- *Refinanszírozási ösztönző*: a refinanszírozási ösztönző a mindenkori jelzáloghozam,  $R$  és az adott jelzáloghitel kuponja,  $C$  közötti abszolút vagy relatív különbséget méri. A mutató az előtörlesztésre vonatkozó pénzügyi ösztönzést fejezi ki.
- *Szezonalitás*: a szezonális az előtörlesztési rátákban megfigyelhető évszakfüggést fejezi ki. A megfigyelések szerint az előtörlesztés szintje nyáron általában magasabb, míg télen alacsonyabb.
- *Korosság*: a korosság azt fejezi ki, hogy az előtörlesztés a jelzálogok folyósítását követő első években alacsonyabb, míg azt követően folyamatosan nő.
- *Kiegészítés*: a kiegészítés a korosság lejárat hatása, ami portfóliósinten értelmezhető. A kiegészítés azt a hatást írja le, mely szerint az előtörlesztés csökken, ahogy a jelzálog-portfólió korosodik, azaz közeledik a lejáratához. Ezt több faktoral



lehet magyarázni. Egy jelzálog-portfólió esetén, amint fennáll a pozitív ösztönző az előtörlesztésre, akkor várhatóan a legaktívabb adósok élnek először ezzel a lehetőséggel, míg mások további kamatcsökkenésre várnak, neutrális számukra a kamatkörnyezet változása, vagy nem kapnának máshol hitelt, ezért nem élnek az előtörlesztés lehetőségével. Amint egy későbbi időpontban újból előáll a pozitív előtörlesztési ösztönző, a portfólióban maradt adósok kevésbé reagálnak erre aktívan, azaz csökken az előtörlesztés kockázata, ezáltal a lejáráthoz közeledve csökken az előtörlesztési ráta a teljes portfólión.

Az előtörlesztés hatásának számszerűsítéséről több empirikus tanulmány is elérhető. *Doff* 2001-es tanulmányában a holland jelzálogadósok előtörlesztési viselkedését vizsgálta, az elemzést a Rabobank adatain végezte 1997 és 2000 közötti időtávon. *Doff* az ún. túlélési (survival) elemzést alkalmazta három típusú jelzálogra: annuitásos, unit-linked és csak kamatot fizető jelzálogokra. A modellek végső magyarázó változói az alábbiak lettek: refinanszírozási ösztönző, szezonális, korosság (*Van Mullem*, 2004, p. 143.). *Charlier és Van Bussel* 2001-es tanulmányában külön modellt állított fel a unit-linked és csak kamatot fizető jelzálogokra. „A unit-linked konstrukciók esetén azt tapasztalták, hogy az előtörlesztési ráta növekszik a jelzálogszerződés korával. Amennyiben a kiegészítő faktort kizárjuk a modellezésből, pozitív összefüggés figyelhető meg az előtörlesztés és a refinanszírozási ösztönző között. Ha a kiegészítő faktor is bevonásra kerül, a refinanszírozási ösztönző magyarázó ereje megszűnik, és szerepét a kiegészítő faktor veszi át. Az ingatlan típusa ugyancsak erős magyarázó változónak bizonyult” (*Van Mullem*, 2004, p. 143.; *Charlier–Bussel*, 2001, p. 23.). *Alink* 2002-es tanulmányában készített egy általános modellt, és az egyes terméktípusokra különböző modelleket is logisztikus regresszió alkalmazásával. A modelleket a holland SNS Bank adatain fejlesztette és a DBV és Rabobank adatain mérte vissza. A végső bevont magyarázó változók az alábbiak lettek: szezonális, refinanszírozási ösztönző, LTV-érték, adós kora, kamatlábváltozás, piaci kamatláb és a jelzálog ranghelye. További dummy változók: közvetítőn keresztül értékesítették-e a jelzálogot, az ingatlan típusa, a jelzálog-konstrukció típusa, továbbá, hogy a jelzálog hanyadik kamatperiódusban van (*Van Mullem*, 2004, p. 146.). *De Vreede* 2008-ban a Fortis Bank egyik fiókjának, a Fortis Bank Mijndrecht jelzálog-portfóliójának az előtörlesztési viselkedését vizsgálta. Az elemzésben megkülönböztetett exogén és endogén változókat, amelyek befolyásolhatják az előtörlesztést. A modellépítés eredményeként az alábbi releváns változók kerültek kiválasztásra mint magyarázó változók (*De Vreede*, 2008):

- *Exogén változók*: refinanszírozási ösztönző, hozamgörbe meredeksége, kamatlábváltozás iránya, kamatszint.
- *Endogén változók*: korosság, LTV, jelzálog rangja, adós életkora, ingatlan típusa, ingatlan földrajzi elhelyezkedése, kamatozás típusa, jelzálog típusa, értékesítési csatorna, távolság a bankfióktól.

Mindegyik fenti tanulmányban kimutatták, hogy az előtörlesztésnek jelentős hatása van, az előtörlesztési ráta mindegyikben jelentős mértékű volt.

Az angol piacra vonatkozóan 2001-ben jelent meg egy aktuárius megközelítésű elemzés a jelzálog-előtörlesztés modellezési tapasztalatairól. A szerzők tanulmányukban kétféle modellezési lehetőséget különböztetnek meg (*Perry et al., 2001, p. 4.*):

- *Optimális előtörlesztést feltételező modellek:* ezen modellek akkor alkalmazhatóak az előtörlesztési opció modellezésére, és ezen keresztül a banki könyvi NPV-hatás előrejelzésére, amikor az előtörlesztés pénzügyileg racionális az adósok számára. Ezek az események lefedik az előtörlesztési események többségét.
- *Optimálistól eltérő előtörlesztést feltételező modellek:* ezek a modellek figyelembe veszik azokat az eseményeket is, amikor az előtörlesztés pénzügyileg nem racionális, azt más körülmények indukálják, pl. jelentősebb megtakarításból származó előtörlesztés, fedezet eladása, stb. Ezeket a faktorokat viselkedési faktoroknak hívják.

A tanulmány az angol jelzálogpiac 65%-át lefedő piaci szereplők részvételével készült. Ezen adatok alapján az alábbi kockázati faktorok lettek a legrelevánsabbak (*Perry et al., 2001, p. 10.*):

- *Hitel kora:* az adósok többsége a hitelfelvételt és az ezzel járó folyamatot követően nem kíván refinanszírozni vagy újból lakást váltani, ezért az előtörlesztés inkább a hitel élettartamának második felére jellemző.
- *Ingtatlanár-változás:* amikor az ingatlanárak nőttek, megnövekedett az ingatlanpiaci tranzakciók száma, ami magasabb előtörlesztést is eredményezett;
- *Kamatváltozások és kamatkülönbség:* a kamatkülönbség a jelzálog jelenlegi kamata és egy másik hitelező által felajánlott kamat közötti különbség; megfigyelések szerint minél magasabb a kamatkülönbség, annál magasabb az előtörlesztési aktivitás.
- *Előtörlesztési költségek:* az előtörlesztési költségek egy bizonyos költségszint felett csökkentik az előtörlesztési hajlandóságot.

Az UniCredit&Universities keretében *Consalvi* és *Scotto di Freca* 2010-ben írt tanulmányt az előtörlesztési modellezés eredményeiről az UniCredit jelzálogportfólióját vizsgálva. A szerzők a túlélési modell (survival analysis) módszertanát felhasználva, viselkedésalapú scorecardokat határoztak meg a fix és változó kamatozású jelzálog-portfóliókra. Tanulmányukban leírják, hogy az előtörlesztési opció mérése két elméleti megközelítésre vezethető vissza: a pénzügyi megközelítésre, amely az arbitrázsvelen alapszik, és az opcióértékelési modellekre vezetik vissza; valamint a viselkedési megközelítésre, amelyet ökonometria

modellekkel képeznek le. A pénzügyi megközelítés alkalmas a vételi jogot tartalmazó értékpapírok (callable securities) értékelésére, míg a viselkedési megközelítés a retail jelzálog-portfóliók előtörlesztési trendjeinek elemzésére. A viselkedési megközelítésen belül kiemelt szerepe van az ún. túlélési modelleknek, melyre a szerzők is támaszkodnak tanulmányukban (*Consalvi–Scotto di Freca*, 2010, p. 2–3.). A modelleket az UniCredit 2005–2009 között előtörlesztett lakossági jelzálog-portfóliójára fejlesztették a szerzők. A változó és a fix kamatozású hitelekre eltérő modelleket határoztak meg. A legfontosabb eltérés a két modell között az, hogy a fix kamatozású hitelek esetén a refinanszírozási ösztönzőt is releváns változóként vonták be a modellbe. Ezt leszámítva, mindkét modellbe szinte ugyanazon változókat vonták be az adóra jellemző adatok közül: az adós korát, nemzetiségét, az adós foglalkozását és annak szektorát, továbbá a hitel eredeti lejáratát (*Consalvi–Scotto di Freca*, 2010).

A következő fejezetben bemutatok egy általános elméleti keretrendszert, amely egy leegyszerűsített gazdasági tőkemodell elemeire épül az optimális előtörlesztés figyelembe vételével.

### 3. ELMÉLETI MODELLEK

#### 3.1. Általános keretrendszer

Az alábbiakban kísérletet teszek az előtörlesztési opció banki portfólió értékére vetített hatásának a modellezésére egy általános példán keresztül. Mivel a számításokhoz nem állnak rendelkezésre valós banki adatok, ezért a modellezés középpontjában az optimális előtörlesztési opció modellezési lehetősége és elvi hatásának számszerűsítése áll. Ebből következően nem térek ki az egyedi, nem optimális döntésekből fakadó előtörlesztési lehetőségek alkalmazásának hatásvizsgálatára.

A modellezést egy hipotetikus banki portfólión végzem. A modell általános logikai keretrendszerét egy egyszerű példán keresztül mutatom be. Vegyünk egy hitelportfóliót, amelynek négy eleme van, paramétereit a 2. táblázat tartalmazza. A hitelportfólió kamatbevételi pénzáramlása és a jelenlegi hozamgörbe a 3. táblázatnak megfelelően alakul.

**2. táblázat****Hipotetikus hitelportfólió elemei**

	<b>1. hitel</b>	<b>2. hitel</b>	<b>3. hitel</b>	<b>4. hitel</b>
Hitelösszeg	1 000 000	1 000 000	1 000 000	1 000 000
Kupon	5%	6%	7%	8%
Hátralévő lejárat (év)	5	6	7	4

Az előtörlesztési opció lehívását a refinanszírozási ösztönző meghatározásával jelzem előre. Ez a megközelítés a szakirodalomban elfogadott módszertan, az előtörlesztési modellek többsége különböző definíciók szerint ezt alkalmazza. A refinanszírozási ösztönzőt az határozza meg, hogy a hozamgörbe mentén érvényes aktuális par hozamgörbe hogyan alakul. Amennyiben az adott hátralévő lejáratához tartozó par kamat<sup>6</sup> kedvezőbb, mint a jelenlegi kupon, akkor optimális döntést feltételezve megtörténik a hitel előtörlesztése.

**3. táblázat****A hitelportfólió kamatbevételi pénzáramlása és a hozamgörbe**

<b>Év</b>	<b>CF1</b>	<b>CF2</b>	<b>CF3</b>	<b>CF4</b>	<b>r</b>
1	50 000	60 000	70 000	80 000	6,0%
2	50 000	60 000	70 000	80 000	5,8%
3	50 000	60 000	70 000	80 000	5,6%
4	50 000	60 000	70 000	80 000	5,4%
5	50 000	60 000	70 000		5,2%
6		60 000	70 000		5,0%
7			70 000		4,8%

*Forrás:* saját számítás alapján saját szerkesztés

A vizsgálatot két időpontra végzem el: a mostani hozamgörbe mentén, illetőleg az egy év múlvai hozamgörbe mentén, feltételezve egy akkori állapotot (ezt fogja kiváltani a későbbiekben a hozamgörbe modellezése). Ezen két időpont vizsgálata mellett az az érv szól, hogy a tervezési ciklus általában egyéves, ezért a kamateredményre történő hatás vizsgálatát érdemes leszűkíteni erre az időszávrá. További feltételezés, hogy amint megtörténik a hitel előtörlesztése, az előtörlesztett tőkeértéket az új par kamaton a fennmaradó lejáratra kihelyezik, így módosítva a hitelportfólió pénzáramlását.

<sup>6</sup> A par kamatláb az a névleges kamatláb (kuponráta), amely mellett a kötvényt névértéken lehet kibocsátani az aktuális spot hozamgörbe mellett.

Mindezekből adódóan a kamateredményre gyakorolt hatást úgy mérem, hogy az eredeti pénzáramlás kamatbevételének és az előtörlesztéseket követően előálló új pénzáramlás kamatbevételének a különbségét határozom meg. A példánál maradva, a számítást a 4. táblázatban szemléltetem.

#### 4. táblázat

##### A hitelportfólió várható előtörlesztései

Év	CF1	CF2	CF3	CF4	r0	par0	r1	par1
<i>k</i>	5%	6%	7%	8%				
1	50 000	<b>60 000</b>	<b>70 000</b>	<b>80 000</b>	6,0%	6,00%		
2	<b>50 000</b>	60 000	70 000	80 000	5,8%	5,81%	5,8%	5,80%
3	50 000	60 000	70 000	80 000	5,6%	5,61%	5,4%	5,41%
4	50 000	60 000	70 000	80 000	5,4%	<b>5,43%</b>	5,0%	5,03%
5	50 000	60 000	70 000		5,2%	5,24%	4,6%	<b>4,64%</b>
6		60 000	70 000		5,0%	<b>5,06%</b>	4,2%	4,27%
7			70 000		4,8%	<b>4,88%</b>	3,8%	3,89%

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

A jelenlegi hozamgörbe ( $r_0$ ) mentén a 2–4. hiteleket az első évben megéri előtörleszteni, mivel a par hozamgörbe mentén az ezek hátralévő lejáratához tartozó par kamatok kedvezőbbek, azaz alacsonyabb kupon mellett lehet ezeket a hiteleket refinanszírozni. Az első hitel esetén ez csak az egy évvel későbbi hozamgörbe mellett reális lehetőség, ezért ezen hitel esetén egy év múlva történik meg az előtörlesztés. Feltételezve, hogy a visszatörlesztett hitelösszeget az új par kamat mellett helyezik ki újból, a banki hitelportfólió pénzáramlása megváltozik, az eredményt az 5. táblázat mutatja.

#### 5. táblázat

##### A hitelportfólió új kamatbevételi pénzáramlása

Év	CF1	CF2	CF3	CF4
<i>k</i>	4,64%	5,06%	4,88%	5,43%
1	50 000	50 569	48 751	54 263
2	46 449	50 569	48 751	54 263
3	46 449	50 569	48 751	54 263
4	46 449	50 569	48 751	54 263
5	46 449	50 569	48 751	
6		50 569	48 751	
7			48 751	

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

Az előtörlesztési opciónak a hipotetikus hitelportfólió kamatbevételére gyakorolt hatása az előrejelzési periódus egyéves idejére vetítve várhatóan 22,7%-os csökkenést eredményez. A részletes eredményeket a 6. táblázat szemlélteti.

## 6. táblázat

### Az előtörlesztés hatása a hitelportfólió kamatbevételi pénzáramlására

	Pénzáramlás
Eredeti kamatbevétel	1 420 000
Módosított kamatbevétel	1 097 518
Változás	-322 482
Változás (%)	-22,7%

Forrás: saját számítás alapján, saját szerkesztés

Amennyiben a banki könyv jelenértékére vetített hatást szeretnénk számszerűsíteni, a pénzáramlásokat ki kell egészíteni a tőketörlesztésekkel, és az így kapott kötvények jelenértékében bekövetkezett változást kell meghatározni. Az eredményt a 7. táblázat mutatja.

## 7. táblázat

### Az előtörlesztés hitelportfólió jelenértékére vetített hatása

	Jelenérték
Eredeti pénzáramlás	4 248 982
Módosított kamatbevétel	3 977 905
Változás	-271 078
Változás %	-6,4%

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

A számítások során az egyszerűség kedvéért azzal a feltételezéssel élek, hogy az egyes periódusokban csak a kamatot fizetik meg, a tőketörlesztés a lejáratkor egy összegben esedékes. A valóságban a lakossági jelzáloghitelek annuitásos törlesztésűek. A tőketörlesztésre tett feltételezés egyszerűsítésére alapvetően azért volt szükség, hogy a számításokat Excel VB-ben leprogramozva, kellően egyszerű számítási módszert tudjak alkalmazni. Az annuitásos törlesztés valamennyire pontosítaná a számításokat, ám a végső eredményt és következtetéseket nem befolyásolja. Az annuitásos és a végén egy összegben törlesztő (bullet) pénzáramlások esetén a pénzáramlás hatásának különbözete egyre nő a refinanszírozási kamatszint csökkenésével. Az összefüggés lineáris. Ennek az

alapján levonható a következtetés, hogy az annuitásos számítások és a bullet típusú számítások eredményei lineáris összefüggések alapján megfeleltethetők egymásnak. A bullet típusú hitelek esetén továbbá konzisztensen magasabb pénzáramlási hatást mutathatunk ki, azaz ezen módszerrel túlbecsüljük a vég-eredményt. A fentiek alapján megállapítható, hogy a számítási módszertanra tett egyszerűsítés nem torzítja a végső eredményeket, alkalmas következtetések levonására.

A hozamgörbe modellezésére a Cox, Ingersoll és Ross-modellt (CIR) alkalmazom. A hozamgörbe modellezéséhez teoretikus paraméterbeállításokat alkalmazok a számítások során. Ennek oka, hogy az is vizsgálható legyen: az ezekben bekövetkező változásokra mennyire érzékenyen reagálnak a végső eredmények? A CIR egyensúlyi hozamgörbemodel, amelyben a kamatlábak csak nemnegatívak lehetnek. A pillanatnyi kamatláb ( $r$ ) alakulásának folyamata a kockázatmentes világban a modell szerint:

$$dr = a(b-r)dt + \sigma\sqrt{r}dz,$$

ahol  $a$ ,  $b$  és  $\sigma$  konstans. A modellben átlaghoz való visszahúzás érvényesül, a szórás  $\sqrt{r}$ -el arányos. Ez azt jelenti, hogy ha a rövid kamatláb növekszik, akkor a szórása is nő.

### 3.2. Hipotetikus banki portfólió és a számítások menete

A modell összeállításakor jelentős egyszerűsítésekkel kellett élnem a vizsgált hitelportfólió összetételére vonatkozóan. Az egyszerűség kedvéért a hitelportfólió öt elemből áll, amelyek egy-egy alportfóliót képviselnek. Ezen alportfóliók eltérnek átlagos kamatszintben és hátralévő futamidőben, karakterisztikáikat a 8. táblázatban foglalom össze. A portfólióbeállításoknak az a célja, hogy azok kamatszintekben és lejáratokban is diverzifikáltak legyenek, hasonlóan a valódi portfóliók összetételéhez.

#### 8. táblázat

##### A hipotetikus hitelportfólió összetétele

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.
Tőkearány a teljes portfólióban	20%	20%	20%	20%	20%
Átlagos kamatszint	4%	5%	6%	7%	8%
Átlagos hátralévő lejárat (év)	10	5	6	7	4

A kamatkörnyezetre az alábbi kiinduló feltételezésekkel éltem: a rövid kamat 6%-on áll, és hosszú távú 4%-os szintre tér vissza. A CIR-modellt a 9. táblázatban

szereplő paraméterekkel alkalmazom. A beállított kamatszint alkalmazkodik a hitelportfólió kamatösszetételéhez.

## 9. táblázat

### A CIR-modell paraméterei – csökkenő hozamgörbe

CIR-paraméterek	
$r_0$	6%
$a$	0,5
$b$	4%
$\sigma$	5%

A modell logikai keretrendszere az alábbiak szerint foglalható össze:

1. *Hozamgörbe-modellezés.* A CIR-modell alapján modellezem a rövid kamatlábat és a hozzá tartozó hozamgörbepontokat, 30 éves időtávra, havi lépésközzel. A rövid kamatláb lehetséges lefutásait havi lépésközzel ( $\Delta t = 1/12$ ) modellezem az egyes hitelportfólió-elemek hátralévő lejáratának futamidejére.
2. *Par hozamgörbe meghatározása.* Minden egyes hozamgörbéhez meghatározom a par hozamgörbékét. A par hozamgörbékét használtam az aktuális refinanszírozási kamatok közelítésére; feltételezve, hogy a hitelek fair módon árazzák be, a par kamatlábon lehet refinanszírozáshoz jutni a piacon. A számítások egyszerűsítésére a par kamatokat nem korrigálom a hitelportfólió egyedi kockázatával, mivel ez alapvetően csupán a kamatszinteket tolja el, a refinanszírozási döntési mechanizmust nem befolyásolja. Ezzel a modell könnyen kiegészíthető.
3. *Refinanszírozási ösztönző meghatározása.* Az adott hátralévő lejáratához tartozó par kamatláb és a hitelportfólió átlagos kamatszintjének összehasonlítása alapján határozom meg a refinanszírozási ösztönzőt. Az összehasonlítást egészen addig a pontig folytatom, amíg a szimulált par kamatláb nem csökken a kupon értéke alá, de legkésőbb a hátralévő lejáratig. Amennyiben a szimulált par kamatláb a kupon értéke alá csökken, élve az optimális előtörlesztés feltételezésével, megtörténik az előtörlesztés. A számításokat elvégzem előtörlesztési költségek figyelembevétele nélkül – feltételezve, hogy az előtörlesztés korlátlanul megtehető –, illetőleg előtörlesztési költség figyelembevételével is. A költségek figyelembevételével elvégezhető annak az elemzése, hogy a költségek mennyiben tudják befolyásolni az optimális előtörlesztési lehetőséget.
4. *Kamatbevételi hatás meghatározása.* Amennyiben a par kamatláb a kupon értéke alá csökken, és emiatt megtörténik az előtörlesztés, azzal a feltéte-



lezéssel élek, hogy a visszatörlesztett tőkét újból kihelyezik az aktuális kamatlábon, azaz a par kamatlábon. Az új kamatláb alapján kiszámítható a fennmaradó lejáratra a pénzáramlás, illetőleg az eredeti pénzáramlás és a módosított pénzáramlás közötti különbség. A pénzáramláshatást meghatározom diszkontálás nélkül, illetőleg a diszkontált pénzáramlás alapján is. A pénzáramláshatásra támaszkodik a jövedelemalapú megközelítés hatásának vizsgálata, amelynek célja a kamatbevételi hatás becslése. A diszkontált pénzáramláshatás célja az eszközérték változásának becslése, és ennek az alapján a gazdasági tőkeérték-alapú hatás kiszámítása.

5. *Eredmények meghatározása stresszelt kamatpálya esetén.* A számításokat megismétlem stresszelt kamatkörnyezet esetén is, két okból: 1. a fenti kamatkörnyezet-modellezés a normalitás feltételezésével él, ami normális üzletmenet esetén megfelelő, de válsághelyzetben nem alkalmas a potenciális veszteségek szimulására; emellett 2. a kamatkockázat elemzése során jogszabályi követelmény is a stresszelt kamatkörnyezet melletti gazdasági tőkeértékhatás meghatározása. A számításokhoz a stresszelt kamatpályát a hozamgörbe párhuzamos eltolásával határozom meg, aminek a mértékét a rövid forinthozamok 99%-os, egyéves VaR-értéke alapján számítom.

A modell valós banki adatok hiányában nem tér ki a nem optimális döntések hatásának vizsgálatára. Az optimálistól eltérő döntések hatása torzítja az optimális döntések hatását, különböző okok miatt erősítheti, illetőleg gyengítheti is azt. Az optimálistól eltérő döntéseket valós banki adatokon lehet becsülni, ezért ezek feltételezett hatását a modellben nem veszem figyelembe, mivel túl sok feltételezéssel kellene élni azok beépítéséhez, ami megkérdőjelezná az eredmények értelmezhetőségét.

Ezen feltételezés megítélésem szerint nem gyengíti a modell alkalmazhatóságát. Egy strukturált elemzés kapcsán azt is előrelépésnek gondolom, hogy egy „vegyszer” helyzet elemzése megtörténik, mert ennek esetleges tőkehatását sem látjuk még pontosan, illetőleg ennek eredménye jelenthet kiindulópontot a további „torzító” hatások mértékének elemzéséhez. Emiatt építem fel a modellezést is azon logika mentén, hogy először egy tisztán optimális döntési helyzetet elemzek, ezt módosítom a költségtényező beemelésével, és innen lehetne továbblépni az egyedi torzító tényezők beemelésével. Azt gondolom, ezt akkor lehet megtenni, ha az előző két lépés során az az eredmény születik, hogy tisztán az opciós kockázatok tőkehatása jelentős lehet, ezért érdemes a kérdéskörrel foglalkozni. Amennyiben már kezdő lépésként egy komplexebb viselkedési struktúrát modelleznénk (amit valós adatok hiányában csak erős feltételezések mellett lehetne megtenni), a modell nem adna lehetőséget arra, hogy az egyes elemek (optimális és nem optimális döntési helyzetek) hatását külön-külön is elemezzük.

A viselkedési faktorok beépítését modellezési szempontból két oldalról lehet megközelíteni. Az egyik, amely szerint azon kérdésre keressük a választ, hogy milyen szociodemográfiai és egyéb faktorok magyarázzák az előtörlesztést. Ennek alapján előtörlesztési viselkedési scorecardot lehet építeni, ami képessé teszi a bankot azon portfóliók beazonosítására és értékelésére, amelyek jobban ki vannak téve az előtörlesztés kockázatának. Egy scorecard-fejlesztést feltételezések alapján nem lehet előírni, ehhez mindenféleképpen belső banki elemi adatokra van szükség. A másik megközelítés az lehet, hogy azonosítunk néhány olyan eseményt, amelyet optimálistól eltérő előtörlesztésnek tekintünk (pl. előtörlesztés örökségből, ingatlanértékesítésből stb.), ezek mértékére teszünk becslést, és ezt az optimális előtörlesztés felett addicionálisan figyelembe vesszük. Ennek mértékét historikus adatok alapján lehet becsülni – modellezési szempontból ennek a mértéke egy százalékos érték, amelyet rá lehet vetíteni a teljes portfólióra.

### 3.3. Jövedelemalapú megközelítés

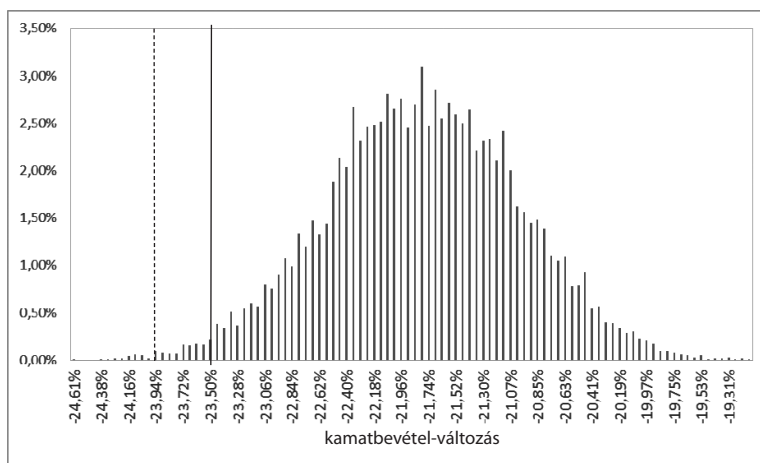
#### 3.3.1. Előtörlesztési költség nélkül

A hipotetikus hitelportfóliókra a fenti logika mentén 10 000-es szimulációval határoztam meg a potenciális kamatbevételi hatásokat. Mivel a számítások csak az előtörlesztést vizsgáltam, új hitelkihelyezés nem történt, ezért csak az ún. downside risket, azaz a negatív kamatbevételi hatást vettem figyelembe. Ennek megfelelően az eredmények az egyes alportfóliókra a potenciális kamatbevételi kiesés mértékét mutatják az eredetileg tervezett kamatbevételekhez képest a teljes futamidőre. A számítások a pénzáramláshatást vizsgálták, diszkontálási hatás nélkül. A kamatbevételi hatást azzal a feltételezéssel határoztam meg, hogy előfinanszírozás esetén az előfinanszírozott tőkét az alacsonyabb kamaton helyezik ki a hátralévő futamidőre. A kamatbevételi hatás így az eredeti kamatbevételi pénzáramlás és a megváltozott kamatbevételi pénzáramlás nominális értékének különbözete.

Az egyes hitelportfólió-elemek együttes kamatbevételi hatás eloszlását mutatja a 4. ábra.

#### 4. ábra

#### A teljes hitelportfólió-pénzáramlás változása alapján meghatározott kamatbevételi hatás eloszlása\*



Megjegyzés: \*szaggatott vonal – 99%-os konfidenciaszint, teljes vonal – 95%-os konfidenciaszint

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

Az egyes hitelportfólió-elemekre és a teljes hitelportfólió-hatásra vonatkozó legfontosabb statisztikákat a 10. táblázat tartalmazza.

#### 10. táblázat

#### A kamatbevételi hatás statisztikái – csökkenő hozamgörbe

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
Kupon	4%	5%	6%	7%	8%	
Hátralévő futamidő	10	5	6	7	4	
Átlag	-0,87%	-5,61%	-22,84%	-34,90%	-39,44%	-21,81%
Szórás	0,77%	2,60%	1,96%	1,51%	1,99%	0,78%
95%-os konfidenciaszint	-2,40%	-9,97%	-26,05%	-37,37%	-42,67%	-23,10%
99%-os konfidenciaszint	-3,36%	-11,82%	-27,39%	-38,36%	-44,08%	-23,62%

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

A vizsgált alportfóliók kamatszintje és az aktuális kamatkörnyezet, továbbá az annak változására tett feltételezés jelentősen befolyásolja az eredményeket. A feltételezett csökkenő kamatkörnyezeti hatás eredőjeként a 3–5. alportfóliók

esetén jelentős hatása volt az előtörlesztési lehetőségnek, összességében a teljes portfólió kamatbevételének közel negyede veszélyeztetett. Ezen alportfóliók esetén a hatások az első 12 hónapra koncentráálódtak, így az éven belüli kamatbevételi hatás jelentős volt.

Amennyiben a kamatbevételi hatást csak az első 12 hónapra vizsgáljuk, azaz az első évben várt kamatbevételhez viszonyítjuk az egyes kamatpályák mentén első évben potenciálisan kieső kamatbevételek mértékét, a statisztikák a 11. táblázatnak megfelelően változnak meg.

### 11. táblázat

#### A kamatbevételi hatás statisztikái – csökkenő hozamgörbe, éven belüli hatás

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
<i>Kupon</i>	4%	5%	6%	7%	8%	
<i>Hátralévő futamidő</i>	10	5	6	7	4	
Átlag	-2,66%	-21,31%	-35,71%	-45,70%	-49,50%	-34,91%
Szórás	6,14%	2,26%	1,58%	1,24%	1,63%	1,04%
95%-os konfidenciaszint	-16,85%	-24,97%	-38,28%	-47,70%	-52,10%	-37,02%
99%-os konfidenciaszint	-17,25%	-26,61%	-39,28%	-48,44%	-53,09%	-37,77%

*Forrás:* saját számítás alapján saját szerkesztés

Az éven belüli hatás sokkal erőteljesebben jelentkezik. Az így kapott eredmény egy potenciális maximum, mivel optimális döntési mechanizmus feltételezésével éltem, illetőleg nem számoltam előtörlesztési és tranzakcionális költségekkel. Eszerint a hipotetikus portfólión, csökkenő kamatkörnyezetet feltételezve, 95%-os konfidenciaszinten a tervezett egyéves kamatbevétel harmada potenciálisan veszélyeztetett. A kamateredmény hatása ennél jóval kisebb, mivel a kamatok csökkenése a forrásköltségek csökkenésében is megjelenik, így a nettó hatásnak a kamatbevételekre meghatározott, elvi maximumnál jóval kedvezőbbnek kell lennie.

A kamatkörnyezetre tett feltételezések megváltoztatása jelentős hatással van az eredményekre. A számításokat elvégeztem emelkedő kamatkörnyezetet feltételezve is a 12. táblázatban szereplő paraméterekkel.

**12. táblázat****A CIR-modell paramétereit – növekvő hozamgörbe**

CIR-paraméterek	
$r_0$	5%
$a$	0,5
$b$	7%
$\sigma$	5%

Ilyen beállítások mellett az egyes hitelportfólió-elemekre és a teljes hitelportfólió-hatásra vonatkozó legfontosabb statisztikákat a 13. táblázat tartalmazza. Az emelkedő kamatkörnyezet esetén az előtörlesztési lehetőség hatása a kamatbevételi szintekre jóval gyengébb.

**13. táblázat****A kamatbevételi hatás statisztikái – növekvő hozamgörbe**

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
<i>Kupon</i>	4%	5%	6%	7%	8%	
<i>Hátralévő futamidő</i>	10	5	6	7	4	
Átlag	0,00%	-0,06%	-0,52%	-8,66%	-23,47%	-6,57%
Szórás	0,03%	0,23%	0,70%	1,38%	1,84%	0,51%
95%-os konfidenciaszint	0,00%	-0,43%	-1,90%	-10,96%	-26,34%	-7,46%
99%-os konfidenciaszint	-0,01%	-1,12%	-3,20%	-11,78%	-27,93%	-7,83%

*Forrás:* saját számítás alapján saját szerkesztés

A kamatbevételi hatást az első 12 hónapra vizsgálva, azaz ha az első évben várt kamatbevételhez viszonyítjuk az egyes kamatpályák mentén első évben potenciálisan kieső kamatbevételek mértékét, a statisztikák megváltoznak (14. táblázat).

**14. táblázat****A kamatbevételi hatás statisztikái – növekvő hozamgörbe, éven belüli hatás**

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
<i>Kupon</i>	4%	5%	6%	7%	8%	
<i>Hátralévő futamidő</i>	10	5	6	7	4	
Átlag	0,00%	0,00%	-2,89%	-23,92%	-36,08%	-15,78%
Szórás	0,00%	0,00%	6,37%	1,22%	1,47%	1,35%
95%-os konfidenciaszint	0,00%	0,00%	-17,01%	-26,04%	-38,53%	-18,85%
99%-os konfidenciaszint	0,00%	0,00%	-17,51%	-26,73%	-39,44%	-19,28%

*Forrás:* saját számítás alapján saját szerkesztés

A növekvő kamatpálya esetén a potenciálisan veszélyeztetett kamatbevétel 95%-os konfidenciaszintet feltételezve az éves kamatbevétel közel egyötöde, azaz a hatás még akkor is jelentős, amikor a kamatkörnyezetre tett feltételezések elvileg nem kedveznek az előtörlesztésnek. A hatás mértékét és természetét alapvetően befolyásolja a vizsgált hitelportfólió összetétele, mivel a hatás a magas kuponnal rendelkező alportfóliók esetén jelentkezett, amelyek esetén a kuponhoz képest alacsony szintről induló kamatok mellett növekvő kamatok feltételezve is van értelme az előtörlesztésnek. Természetesen az így kapott eredmény ebben az esetben is potenciális maximumnak tekinthető.

**3.3.2. Előtörlesztési költséggel**

A számításokat elvégeztem előtörlesztési költség beépítésével is. Az előtörlesztési költségre azzal a feltételezéssel éltem, hogy előtörlesztés esetén 2%-os fix díjat kell fizetni. Az előtörlesztési költség a refinanszírozási ösztönzőn keresztül hat a pénzáramlásra. Eszerint a refinanszírozás akkor történt meg a modellben, ha az adott hátralévő lejáráthoz tartozó par kamat és az előtörlesztési díj fennmaradó lejáratra szétszított évesített értékének az összege együttesen is alacsonyabb volt, mint a kupon. Az előtörlesztési díj beépítése bizonyos esetekben eltéríti a csupán par kamatszint alapján meghozott refinanszírozási döntést, mivel a díj figyelembevétele mellett már nem éri meg a refinanszírozás. A díj figyelembevételel számított modelleredményeket a 15. táblázatban foglalom össze.

**15. táblázat****A kamatbevételi hatás statisztikái –  
csökkenő hozamgörbe előtörlesztési költséggel**

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
<i>Kupon</i>	4%	5%	6%	7%	8%	
<i>Hátralévő futamidő</i>	10	5	6	7	4	
Átlag	-3,32%	-8,93%	-22,86%	-34,84%	-39,37%	-22,78%
Szórás	2,88%	2,75%	1,90%	1,50%	2,00%	0,99%
95%-os konfidenciaszint	-6,55%	-12,27%	-25,94%	-37,23%	-42,65%	-24,25%
99%-os konfidenciaszint	-7,73%	-13,79%	-27,14%	-38,14%	-44,03%	-24,67%

*Forrás:* saját számítás alapján saját szerkesztés

Az előtörlesztési díj bevezetése tovább rontja a kamatbevételi hatást (a hatást a teljes futamidő alatt elérhető kamatbevételhez viszonyítva). Ennek az az oka, hogy a díj miatt kevesebbszer történik meg ugyan az előtörlesztés, ám amikor a hitel a modell szerint refinanszírozásra kerül, az átlagosan alacsonyabb kamatlábon történik, mint abban az esetben, amikor nem volt előtörlesztési díj a modellben.

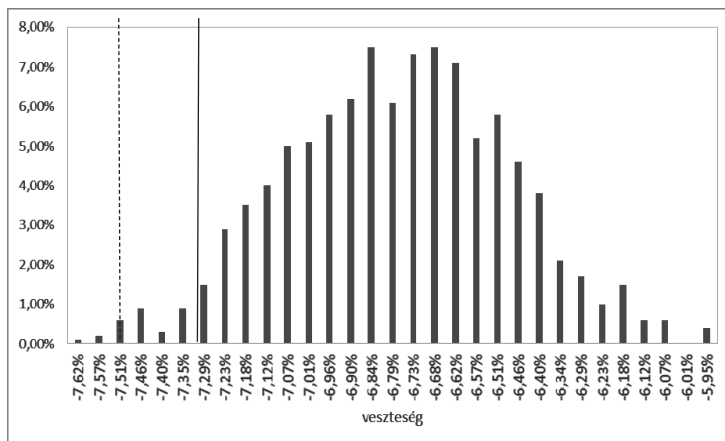
**3.4. Tőkeérték-alapú megközelítés**

A tőkeérték-alapú megközelítés esetén a cél a kamatváltozásból adódóan a gazdasági tőkeértékben bekövetkezett változás meghatározása. A számításokhoz az eszközök és a források értékében bekövetkező változásokat is meg kellene határozni, és ezek különbsége adná a gazdasági tőkeérték változását, illetőleg annak eloszlását. A szimuláció során a hitelportfólió diszkontált pénzáramlás-változását vizsgáltam, a forrásoldal szimulálását nem vettem figyelembe, így a hitelportfólió értékváltozása ceteris paribus lecsapódik a gazdasági tőkeérték változásában. A gazdasági tőkeértékben bekövetkezett változást a diszkontált pénzáramlásban bekövetkezett változások és az eredeti tőkeérték hányadosaként határoztam meg.

A számításokat csökkenő és növekvő kamatkörnyezetet feltételezve is elvégeztem. Csökkenő kamatkörnyezet esetén a teljes hitelportfólióra vetített gazdasági tőkeértékhatást az 5. ábra szemlélteti.

## 5. ábra

A teljes hitelportfólió diszkontált pénzáramlás-változása alapján meghatározott gazdasági tőkeértékhatás eloszlása\*



Megjegyzés: \*szaggatott vonal – 99%-os konfidenciaszint, teljes vonal – 95%-os konfidenciaszint

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

Az egyes hitelportfólióelemekre és a teljes hitelportfólió-hatásra vonatkozó, legfontosabb statisztikákat a 16. táblázat mutatja. A diszkontált pénzáramlás-hatás esetén az eredmények alacsonyabbak, mint a kamatbevételi hatás esetén, ami a diszkontálás tényével magyarázható. Amennyiben az eredményeket tőkekövetelményre kívánjuk lefordítani, akkor ezek az eredmények használhatók erre a célra.

## 16. táblázat

A gazdasági tőkeérték-alapú hatás statisztikái – csökkenő hozamgörbe

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
Kupon	4%	5%	6%	7%	8%	
Hátralévő futamidő	10	5	6	7	4	
Átlag	-0,27%	-1,23%	-7,03%	-14,30%	-11,18%	-6,80%
Szórás	0,24%	0,55%	0,61%	0,68%	0,57%	0,30%
95%-os konfidenciaszint	-0,75%	-2,15%	-8,04%	-15,42%	-12,12%	-7,28%
99%-os konfidenciaszint	-1,00%	-2,49%	-8,43%	-15,84%	-12,49%	-7,49%

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

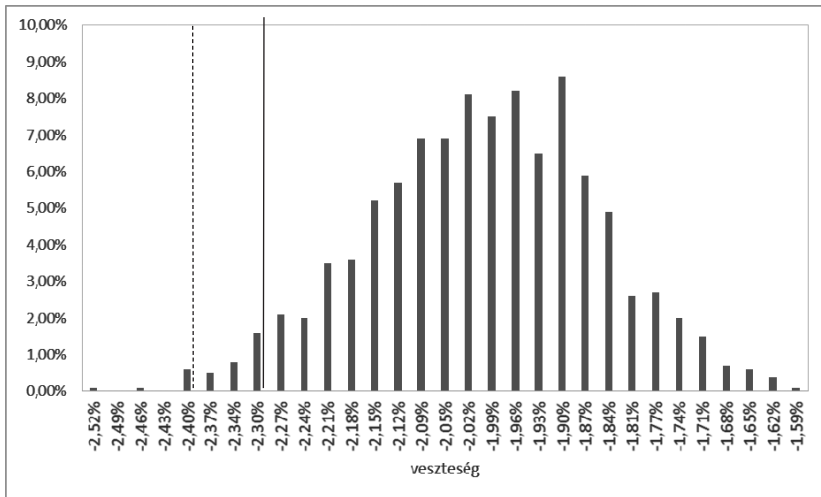


A teljes hitelportfólióra vetítve, 95%-os konfidenciaszinten az eszközök piaci értéke potenciálisan 7,28%-kal csökkenhet, ami – a forrásállomány értékváltozását figyelmen kívül hagyva – lecsapódik a tőke piaci értékének változásában, így a gazdasági tőkeérték változásában. Ennek eredményeként a hipotetikus hitelportfólió tőkekövetelménye a banki könyvi kamatkockázat előtörlesztési opciós tulajdonsága miatt 95%-os konfidenciaszinten 7,28% a teljes kitétségre vetítve.

Növekvő kamatkörnyezet esetén az eloszlást a 6. ábra mutatja. Az egyes hitelportfólió-elemek és a teljes hitelportfólió-hatásra vonatkozó, legfontosabb statisztikákat a 17. táblázat tartalmazza. Növekvő kamatkörnyezet esetén, hasonlóan a jövedelemalapú megközelítéshez, ugyancsak van hatása az előtörlesztésnek, annak mértéke közel harmada a csökkenő kamatkörnyezet esetén kapott eredménynek.

## 6. ábra

### A teljes hitelportfólió diszkontált pénzáramlás-változása alapján meghatározott gazdasági tőkeértékhatás eloszlása\*



Megjegyzés: \*szaggatott vonal – 99%-os konfidenciaszint, teljes vonal – 95%-os konfidenciaszint  
 Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

**17. táblázat****A gazdasági tőkeérték-alapú hatás statisztikái – növekvő hozamgörbe**

Alportfóliók	1.	2.	3.	4.	5.	Teljes hatás
<i>Kupon</i>	4%	5%	6%	7%	8%	
<i>Hátralévő futamidő</i>	10	5	6	7	4	
Átlag	0,00%	-0,01%	-0,14%	-3,42%	-6,52%	-2,02%
Szórás	0,01%	0,04%	0,20%	0,56%	0,52%	0,15%
95%-os konfidenciaszint	0,00%	-0,07%	-0,56%	-4,33%	-7,39%	-2,28%
99%-os konfidenciaszint	0,00%	-0,21%	-0,88%	-4,70%	-7,71%	-2,38%

Forrás: saját számítás alapján saját szerkesztés

**3.5. Stressz kamatkörnyezet alkalmazása**

Az EBA (European Banking Authority) által 2015 májusában kiadott<sup>7</sup>, a korábbi CEBS (Committee of European Banking Supervisors) által megfogalmazott irányelveket felülvizsgáló, a banki könyvi kamatkockázat kezelésére vonatkozó irányelvben is kiemelt célként jelenik meg a kamatsokk alkalmazása a kamatkockázati kitettség mértékének értékelésére. Az irányelv szerint az intézmények kötelesek felmérni a gazdasági tőkeérték és a nettó kamatjövedelem érzékenységét a hozamgörbe potenciális változásaira, ideértve a párhuzamos eltolódást, illetőleg az alakváltozásokat. Mindemellett kötelesek a szabályozó által is előírt mértékű kamatsokk gazdasági tőkeértékre vetített hatását felmérni. A szabályozói kamatsokk mértéke: a hozamgörbe párhuzamos, hirtelen +/-200 bázispontos eltolása; amennyiben ez alacsonyabb, mint a kamatszintekben aktuálisan megfigyelt változás, akkor a kamatok napi változásainak 99%-os VaR-értékét<sup>8</sup> kell alapul venni a számításokhoz.

A 18. táblázatban szerepelnek a forinthozamgörbe kiemelt pontjaira számított statisztikák és kiemelten az egyéves VaR-érték 99%-os konfidenciaszint mellett, bázispontban kifejezve. A három hónapos forinthozamgörbe-ponthoz (mint a rövid kamat közelítéséhez) tartozó, 5 éves adatsor alapján meghatározott, egyéves VaR-értékekből határoztam meg a hipotetikus portfóliókra alkalmazott kamatstressz-elmozdulás mértékét, amit a 19. táblázat tartalmaz.

<sup>7</sup> EBA/GL/2015/08, Guidelines on the management of interest rate risk arising from non-trading activities

<sup>8</sup> 5 éves periódusra visszatekintő időtávon számolt napi kamatváltozások 99. percentilise, évesítve.

**18. táblázat****A forinthozamgörbe kiemelt pontjainak VaR-értékei**

<b>Forinthozam- görbe-pontok</b>	<b>M3</b>	<b>M6</b>	<b>M12</b>	<b>Y3</b>	<b>Y5</b>	<b>Y10</b>
Átlag	-0,13%	-0,13%	-0,13%	-0,09%	-0,07%	-0,05%
Szórás	1,61%	1,40%	1,40%	1,94%	2,00%	1,88%
Éves szórás	25,42%	22,21%	22,07%	30,74%	31,59%	29,76%
VaR (1 nap, %)	3,74%	3,27%	3,25%	4,52%	4,65%	4,38%
VaR (1 év, %)	59,13%	51,67%	51,34%	71,52%	73,50%	69,22%
VaR (1 év, bp)	0,60%	0,53%	0,51%	1,51%	2,19%	2,69%

*Forrás:* MÁK, saját számítás alapján saját szerkesztés

**19. táblázat****Kamatstressz-szenáriók a modellezésben**

<b>Stresszszcenáriók</b>	<b>Csökkenő hozamgörbe</b>	<b>Emelkedő hozamgörbe</b>
$r_0$	6%	5%
$b$	4%	7%
VaR (1 év, bp)	3,55%	2,96%

*Forrás:* saját számítás alapján saját szerkesztés

Csökkenő kamatkörnyezetet feltételezve, a stresszoldali elmozdulás hatását megvizsgáltam a szimulált hozamgörbék 355 bázispontos, párhuzamos lefelé és felfelé történő eltolásával is. A hozamgörbe lefelé történő elmozdulását feltételezve, a jövedelmi hatás mindegyik alportfólióban jelentős; a teljes portfólióra vetítve, a hatás közel négyszerese a nem stressz kamatkörnyezet eredményeihez képest. Az alportfóliók esetén is jelentős hatást a kamatkörnyezet hirtelen megváltozása indokolja: a modellben alkalmazott 6%-os szintről hirtelen 4% alá csökken a kamatszint, ami mindegyik alportfólió esetén megnöveli az előtörlesztések előfordulását. A hozamgörbe felfelé történő eltolása esetén jelentősen csökken az előtörlesztésre való hajlandóság, így annak hatása jóval alacsonyabb a nem stresszkörnyezethez képest. Valódi stresszszcenáriónak a csökkenő hozamgörbe lefelé történő eltolását tekinthetjük. A gazdasági tőkeérték-alapú hatás a nem stressz környezethez képest négyszeres eredményt produkál.

Növekvő kamatkörnyezetet feltételezve, a stresszoldali elmozdulás hatását megvizsgáltam a szimulált hozamgörbék 296 bázispontos, párhuzamos lefelé és felfelé történő eltolásával is. A hozamgörbe lefelé történő elmozdulása, hasonlóan a csökkenő kamatkörnyezetben kapott eredményekhez, több mint ötszöröse a nem stressz kamatkörnyezetben megfigyelhető eredményeknek. A csökkenő kamatkörnyezetben alkalmazott stresszeredményekhez képest a kapott eredmények az előzők felé teszik ki. A hozamgörbe emelkedése ugyancsak nem okoz érdemi stresszszcenárió. A gazdasági tőkeérték-alapú eredményeknél hasonló a tendencia: a hozamgörbe csökkenése esetén hatszor nagyobb potenciális veszteségeket kapunk a nem stressz kamatkörnyezethez képest.

#### 4. ÖSSZEFOGLALÁS

A modell az optimális előtörlesztési opció hatását vizsgálja a banki portfólió pénzáramlására és a gazdasági tőke értékére. A modell eredményei alapján egyértelműen kijelenthető, hogy a banki portfólió összetételétől (kamatszint, lejárat) függően, az előtörlesztési opciónak jelentős hatása lehet mind a rövid távú, azaz az egyéves kamatbevételek összegére, mind a pénzáramlások megváltozásán keresztül a banki portfólió diszkontált értékére, ezáltal a gazdasági tőke értékére. Az eredményeket nagyban befolyásolja a portfólió kamatösszetételének (kuponszinteknek) és a kamatkörnyezetre gyakorolt változásoknak (csökkenő/növekvő hozamgörbének) az egymáshoz való viszonya. Csökkenő hozamgörbe esetén a hatás erőteljesebben csapódik le, míg növekvő hozamgörbe esetén ugyancsak valid a refinanszírozási ösztönző hatása, ám ennek mértéke kevésbé erőteljes. A modellbe nem építettem bele az egyedi adósok viselkedésmintáinak vizsgálatát, mivel azt csak valós banki adatokon lehet elvégezni.

Az előtörlesztési költség beemelése a modellbe érdekes irányba mozdítja el az eredményeket, mivel erőteljesebb kamatbevételi hatást eredményez, mint a költség nélküli változat. A költségelemlről intuitív módon azt gondolnánk, hogy jelentősen korlátozza az előtörlesztési opció alkalmazását, ezáltal csökkenti annak hatását. Az eredmények alapján levonható tanulság: a modellben beállított költségszint túl alacsony volt ahhoz, hogy több optimális döntést érvénytelenítsen, így az események darabszámában bekövetkező csökkenés kompenzálja az alacsonyabb kamatszinten történő kiváltás kamatbevételre tett hatását. Az alkalmazott költségszint viszont nem lehet sokkal magasabb annál a fair árnál, mint az előtörlesztéshez kapcsolódó, belső banki adminisztrációs folyamatok költségvonzata, ami a kieső kamatbevételeknek töredékét sem kompenzálja.

Az értékesítési csatornák közötti különbségeket és ezek eltérő ösztönzési mechanizmusát nem vettem figyelembe a modellben, így azoknak az előtörlesztés-

re gyakorolt hatásáról a modell alapján nem tudok következtetést levonni. Az ügynöki értékesítési csatorna alkalmazása erőteljes torzító hatást vihet a rendszerbe, mivel nem feltétlenül az ügyfél számára optimális döntést támogatja, illetőleg olyan további költségelemet épít be, amely részlegesen jelentkezik az ügyfélnél, ám jelentős portfólióhatása lehet eredményoldalon.

A modell eredményei alapján állítható, hogy a kamateredmény hatása a kamatkörnyezetre tett feltételezésektől függően igen jelentős lehet mind rövid távon, mind a teljes futamidőn várható kamatbevételre. A jövedelemhatás szempontjából nem veszem figyelembe a mérleg dinamikus változását, azaz annak a hatását, hogy akár többszöri előtörlesztések is előfordulhatnak, átárazódhat a portfólió, nőhetnek a volumenek, ezért a kapott eredmények csak arra megfelelőek, hogy rövid távon az optimális előtörlesztés hatását mutassák, amely az éven belüli kamatbevételi hatásra ad indikációt egy potenciális maximumot meghatározva. Mivel a jövedelemhatás nem veszi figyelembe a pénz időértékét, ezért ez a módszer nem alkalmas a hosszú távú hatások számszerűsítésére, de megfelelő eszköz a rövid távú bevétel menedzselésére.

A tőkeértékben történő változást a pénzáramlások jelenértékében történő változás eredményeként származtatom a modellben. Ez a megközelítés lehetővé teszi a hosszú távú hatások számszerűsítését is, mivel egy elméleti kötvényárat, illetőleg az abban bekövetkező változást határozza meg. Módszertanilag ez a megközelítés illeszkedik bele a tőkekövetelmény meghatározási logikájába, amelyre hosszú távú tőkemenedzsment-döntéseket lehet alapozni.

A modellszámításokat kétféle kamatkörnyezetet feltételezve készítettem el: egy csökkenő és egy növekvő hozamgörbe mellett. A portfólió összetételére vonatkozóan tőkeértékben egyforma súllyal szerepelnek a hitelportfólióban az egyes alportfóliók. Csökkenő hozamgörbe esetén a kamatbevételi hatás erőteljesebben csapódik le, míg növekvő hozamgörbe esetén ugyancsak valid a refinanszírozási ösztönző hatása, ám ennek mértéke kevésbé erőteljes. A hatás az egyes alportfólió-elemekre eltérően jelentkezik. A kupon növekedésével egyre erősebb a kamatbevételi hatás mind csökkenő, mind növekvő hozamgörbék esetén.

Az összetételhatást külön nem építettem be a modellbe, az az arányok módosításával lineárisan változtatná az eredményt. Ennek a faktornak akkor lenne értelme, ha modelleznénk az egyes alportfóliók közötti korrelációkat, amelyeket a szimulációhoz használt véletlen számok korrelálásával lehetne beépíteni a modellbe.

## HIVATKOZÁSOK

- Basel Committee on Banking Supervision (2004): International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, A Revised Framework. Basel, June.
- Basel Committee on Banking Supervision (2015): Interest Rate Risk in the Banking Book, Consultative document. Basel, June.
- CHARLIER, E. – VAN BUSSEL, A. (2001): Prepayment Behaviour of Dutch Mortgagors: An Empirical Analysis. CentER Discussion Paper, Vol. 2001-64, Tilburg: *Econometrics*, September.
- Committee of European Banking Supervisors (2006): Technical aspects of the management of interest rate risk arising from non-trading activities under the supervisory review process. London, October.
- CONSALVI, M. – SCOTTO DI FRECA, G. (2010): Measuring prepayment risk: an application to UniCredit Family Financing, UniCredit and Universities, Working Paper series, No. 05, May.
- European Banking Authority (2015): Guidelines on the management of interest rate risk arising from non-trading activities, Final Report. London, May.
- European Council (2006): Directive 2006/48/EC of the European Parliament and of the Council of 14 June 2006 relating to the taking up and pursuit of the business of credit institutions. Brussels, June.
- Institute of International Finance, International Banking Federation (2014): Interest Rate Risk in the Banking Book (IRRBB) – Industry Perspective, June.
- KALOTAY, A. – YANG, D. – FABOZZI, F. J. (2004): An Option-Theoretic Prepayment Model for Mortgages and Mortgage-Backed Securities. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 7, No. 8, pp. 949–978.
- KANG, P. – ZENIOS, A. S. (1992): Complete prepayment models for mortgage-backed securities. *Management Science*, Vol. 38, No. 11, pp. 1665–1685.
- VAN MULLEM, T. P. G. (2004): *Economic capital for Dutch retail banking books. A study on the effects of embedded options in Dutch retail banking books on interest rate risk and economic capital Thesis*. Arnhem.
- PERRY, R. – ROBINSON, S. – ROWLAND, J. (2001): A Study of Mortgage Prepayment Risk. The Actuarial Profession, Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, November.
- VASCONCELOS, P. (2010): Modelling Prepayment Risk: Multinomial Logit Model Approach For Assessing Conditional Prepayment Rate. Non-Confidential Version. Master Thesis, University of Twente, September.
- DE VREEDE, R. (2008): *Mortgage Prepayments at Fortis Bank Mijdrecht, Why do Fortis Bank Mijdrecht clients repay?* Thesis. Universiteit van Amsterdam, June.