2016/1. szám (3. évfolyam): Gazdaság és Pénzügy

PIACI KOCKÁZAT MÉRÉSE ELŐRETEKINTŐ LAVAR–MODELLEL

Madar László – Tálos Bettina – Kocsis Ádám

A piaci kockázathoz szorosan kapcsolódik a likviditási kockázat. A piaci kockázatok számszerűsítésére best practice alkalmazott VaR (Value-at-Risk) alapú általános modell az elemzésünkben vizsgált közép-kelet-európai és közel-keleti régióban alulbecsülheti a kockázatokat. Ennek oka az elérhető adatok mennyiségének nem megfelelő mértéke és minősége. A régió fejlettebb (nagyobb kapitalizáció, likviditás) tőkepiaci közvetítőrendszerrel rendelkező országaiban az adatok elérhetősége megfelelő, azonban korlátozott a kereskedett instrumentumok köre. Ezt a problémát súlyosbítja a részvénypiacok egy stilizált ténye, a likviditás koncentrációja. Eszerint a likviditás néhány instrumentumban koncentrálódik, míg a kisebb értékpapírok esetén az ajánlati könyv mélységének és az elérhető árszinteknek hiánya jelentős árhatást generál egy-egy tranzakció esetén. Ez akár kis mennyiségek esetén is problémát jelenthet egy lyukas ajánlati könyvnél, nagy mennyiség esetén pedig az ajánlati könyv visszatöltődésének dinamikája teszi kérdésessé a tranzakció tényleges árhatását. A kockázatkezelési modelleknek ezért kezelnie kell a portfólió piaci és likvidációs értéke közötti különbséget. Ezen hatás mérését és egy alternatív, likviditással korrigált VaR-becslés kialakítását vizsgáljuk tanulmányunkban.[1]

JEL kódok: C01, C18, C24, C52, C53, G21

Kulcsszavak: LAVaR, likviditási korrekció, piaci kockázat

1. HÁTTÉR

A kockázatkezelés során gyakran használt eszköz a kockáztatott érték, vagyis a Value at Risk (VaR) számítás, abból is az ún. delta-normál VaR, mivel számítása egyszerű, gyors és komplex portfóliókat lehet vele értékelni. A VaR azt adja meg, hogy egy adott szignifikanciaszint (α) és egy adott tartási periódus (T) mellett mekkora egy adott pozíción elszenvedhető maximális veszteség akár forintban,

1 A tanulmány az *„Innovatív matematikai modellek kutatása a bázeli banki kockázatok mérésére és tőkekövetelmény számszerűsítésére a piaci, működési, likviditási és másodlagos kockázatok területén; valamint pénzügyi termékek áralakulásának viselkedésalapú előrejelzése”* című, az Új Széchenyi Terv keretében finanszírozott kutatásfejlesztés során (PIAC_13-1-2013-0073 számú projekt) valósult meg.

akár százalékos mértékben. A szignifikanciaszintet piaci kockázatoknál tipikusan 95–99.9% között szokták meghatározni, míg a tartási periódus jellemzően egy nap vagy 10 napos időtáv, illetve a Bázel II. második pillérében akár egy év is lehet. A tartási periódust jellemzően az adott piaci portfólió likviditása szempontjából határozzák meg, vagyis azzal, milyen gyorsan lehet a piacon megszabadulni a pozíciótól. A delta-normál VaR feltételezi a tökéletes likviditási helyzetet.

A hagyományos VaR-számítás nem öleli fel a teljes piaci kockázatot, ugyanis nem veszi figyelembe a likviditási kockázatot. Azzal a feltételezéssel él a hagyományos VaR-számítás, hogy egy fix időintervallumon belül középáron lehet kereskedni az eszközökkel, ami tényleges piaci körülmények között nem feltétlenül igaz. Emiatt szükség van arra, hogy figyelembe vegyük a VaR-számítás során azt, hogy nem a középáron tudunk kereskedni az eszközökkel, vagyis a likviditást is számszerűsíteni kellene.

Több modellcsalád alakult ki a piaci kockázat területén, amely kezelni kívánta a piaci kockázat likviditási aspektusát is. Jellemzően ezek a módszertanok a klasszikus delta-normál keretrendszert fejlesztették tovább, amely segíti ezek értelmezését és összevetését az alapmodellnek számító delta-normál számítási logikával. A piaci likviditási korrekciós modelleket jellemzően angol betűszóval jelölik: LAVaR (Liquidity Adjusted Value at Risk), ezek két nagy csoportra bonthatóak: 1) az ajánlati könyv adatain alapuló modellekre, valamint 2) az optimális végrehajtáson alapuló modellekre.

A likviditási kockázat azonban további két tényezőre bontható: exogén, illetve endogén likviditási kockázatra. Az exogén likviditási kockázat a piaci folyamatokból következik, és egységes minden piaci szereplőre nézve. Erre a típusú likviditási kockázatra egyik piaci szereplő tevékenysége sincs hatással (bár a szereplők együttes tevékenysége már befolyással lehet rá). Az exogén likviditási kockázatot lehet mérni például a bid-ask spread nagyságával, a forgalommal, vagy a legjobb ajánlati szinten elérhető ajánlatok mennyiségével. Az endogén likviditási kockázat a résztvevők által befolyásolható likviditási kockázat, amelynek mértéke a piaci szereplők döntései által befolyásolható. Ilyen például egy nagy pozíció lebonyolítására irányuló kísérlet okozta likviditási hullám.

Likvid piacok esetében a bid-ask spread viszonylag stabil és kicsi értéket vesz fel, míg a legjobb ajánlati szinten elérhető ajánlatok mennyisége viszonylag nagy, és ez is stabil értéket mutat. Emellett a likvid piacokon az is megfigyelhető, hogy jelentős a forgalom. Ezzel szemben a nem likvid piacokon, mint például a fejlődő országok piacain a bid-ask spread értéke nagyon változékony, és nagyobb értéket vesz fel, mint a likvid piacok esetében. Ezen túlmenően a legjobb ajánlati szinten elérhető ajánlati mennyiség értéke is változékony, továbbá gyakran kevés ajánlat figyelhető meg, és a forgalom is jelentősen elmarad a likvid piacokétól.

Elemzésünk során az endogén modellt választottuk a piaci kockázat ezen aspektusának vizsgálatára. Ennek fő oka az, hogy egyrészt ezen modellek az endogén és exogén kockázatot is figyelembe veszik, másrészt az illikvid piacok is megfelelően modellezhetőek a módszertan segítségével, hiszen kellően komplexek, képesek megragadni a piaci kockázatot a tartási periódus függvényében, de nem hat rájuk a piac minden pillanatban.

A megfelelő modell kialakításához a kiválasztott részvények adataiból képzett likviditási mutatószámokon faktorelemzéseket végeztünk arra vonatkozóan, hogy a piaci kockázatot mérő modell bemeneti paraméterei a likviditás különböző dimenzióit sűrítő eljárásnak köszönhetően könnyen értelmezhetők legyenek.

Ahhoz, hogy a modell minél jobban megragadja a piaci likviditásból eredő potenciális veszteséget, célszerű minél több változót használni a főkomponens-elemzéshez (Principal Component Analysis – PCA). A változók redundanciája nem okoz gondot, az azonos típusú változók elkülönülnek a más típusú változóktól, és együtt járulnak hozzá a főkomponens magyarázóerejéhez. A cél az, hogy a variancia minél nagyobb hányadát írják le a főkomponensek.

2. SZAKIRODALMI MODELLEK

A hagyományos kockáztatottérték-számítás azt feltételezi, hogy a pénzügyi eszközökkel minden esetben középáron lehet kereskedni, így nem veszi figyelembe a likviditási kockázatot. Az ebben a fejezetben megvizsgált kutatások azonban kimutatták, hogy a likviditási kockázat nem elhanyagolható arányt képvisel a teljes piaci kockázaton belül.

Lawrence és *Robinson* (1996, in: *François-Heude* és *Van Wynendaele*, 2001) kutatásuk során azt tapasztalták, hogy a likviditási kockázatot kihagyó VaR a piaci kockázatok 30%-os alulbecsléséhez vezet. *Bagnia* et al. (1998) a fejlődő országok viszonylatában a likviditást mellőző modellek kapcsán azt az eredményt kapták, hogy a piaci kockázatot 25-30%-kal becslik alul a modellek. *Stange* és *Kaserer* (2009a) a Deutsche Börse AG adatait vizsgálva hasonló eredményt kapott: 25%-kal alulbecslik a hagyományos modellek a piaci kockázatot.

Bangia et al. (1988) a piaci kockázatot két fő részre osztja: az árkockázatra és a likviditási kockázatra. Az árkockázat a piaci folyamatok hatására jelentősen elmozduló középárfolyamra utaló kockázat, míg a likviditási kockázat az, amikor valamilyen okból nem tudunk a középárfolyamon kereskedni. A likviditási kockázatot további két komponensre bontja: az exogén likviditási kockázatra és az endogén likviditási kockázatra.

2.1. Az exogén likviditási kockázaton alapuló modellek

Bagnia et al. 1998-ban olyan exogén likviditással korrigált VaR-modellt ismertetett, amely a piaci szereplők számára könnyen használható, így be tudták építeni a likviditási kockázatot a kockáztatott érték számításába. A szerzők nevei nyomán BDSS-modellként ismert típus sok későbbi gondolatmenet alapját képezi.

A BDSS-modell csupán a bid-ask spreadet veszi figyelembe számításai során, így a LaVaR értékét úgy kapjuk, ha összeadjuk a hagyományos VaR-t és a bid-ask spreadből számolt likviditási kockázatot:

$$LaVaR = Pmid_t \left[(1 - e^{\mu - \alpha\sigma}) + \frac{1}{2}(\bar{S} + \alpha'\tilde{\sigma}) \right], \tag{1}$$

ahol a $Pmid_t$ az instrumentum t időbeli árfolyama, μ a loghozam, α a loghozam eloszlásának előre megadott százaléka, σ a loghozam szórása, $\bar{S}$ az átlagos relatív spread, α' a relatív spread eloszlása és a $\tilde{\sigma}$ a relatív spread szórása (*Bagnia* et al., 1998, p. 8.).

A bid-ask spread a piaci szereplők számára könnyen elérhető, azonban a modell a spread normális eloszlásán alapul, és a tapasztalatok azt mutatják, hogy a spread eloszlására ez nem igaz. A trendek miatt vastagabb a széle és ferdébb is, mint a normális eloszlás. Előfordulhat továbbá, hogy az eloszlásnak több módusza van. Mivel a modell csupán az exogén változókat veszi figyelembe (az endogén kockázatot nem), alulbecsli a tényleges likviditási kockázatot.

A BDSS-modell normális eloszlást feltételező hibáját kívánja *Ernst* et al. (2008) kiigazítani az eloszlás ferdeségének és csúcsosságának figyelembevételével, azonban a modell további hibáit ez a megközelítés sem orvosolja.

Az endogén kockázat szerepeltetését a modellben a következő alfejezetben bemutatott modellekkel lehet kijavítani, míg a tényleges piaci adatokból becsült korreláció kijavítaná az exogén likviditási kockázat és az árkockázat között tökéletesnek feltételezett korrelációból eredő hibát.

Radnai és *Vonnák* (2009) a BDSS-modellhez hasonló módszert javasolt. A bid-ask spread alapján pótlólagos tőkekövetelményt mutat be a kevésbé likvid eszközök után, egyfajta büntetésként, amiért az illikvid eszközöket a bank nem sorolta át a banki könyvbe. A szerzők véleménye szerint a bid-ask spread azért jó eszköz a likviditás mérésére, mert a likviditás csökkenésével a kereslet és a kínálat elválnak egymástól. „Egy lehetséges megoldás, ha a tőkekövetelményt a spread lineáris függvényeként határozzuk meg, emellett lehetőséget kellene adni a bankoknak, hogy – amennyiben eleget tesznek a becslésre vonatkozó mennyiségi és minőségi feltételeknek – a spread historikus eloszlásán alapuló belső modellezéssel számolhassák ki a pótlólagos tőkekövetelményt.” (*Radnai* és *Vonnák*, 2009, p. 252.)

2.2. Az endogén likviditási kockázaton alapuló modellek

Az endogén likviditási kockázatot is figyelembe vevő modellek pontosabb eredményt adnak a likviditási kockázat nagyságára, hiszen magukban foglalják mind az exogén, mind az endogén likviditási kockázatot.

Az első modell ezen a területen *François-Heude* és *Van Wynendaele* (2001) nevéhez fűződik, akik napon belüli adatokat használnak. Így a napon belüli adatok elérhetőségével lehetővé válik egy pontosabb LaVaR-számítás, amely nem csupán a megfigyelések kivonatát használja egy egész nap eseményeinek jellemzésére. Az általuk kifejlesztett modell a BDSS-modell alapjait alkalmazza, ugyanakkor az ajánlati könyv első öt ajánlatát veszi figyelembe, szemben a BDSS-modellel, mely csupán a legjobb ajánlati szintet vizsgálja. Az új megközelítésnek köszönhetően több, az első öt szinten teljesülő, különböző méretű tranzakció árhatását képesek vizsgálni. A modell a következő egyenlettel írható le:

$$LaVaR = Pmid_t\left[\left(1-\left(1-\frac{\overline{Sp}(Q)}{2}\right)*\left(e^{-\alpha\sigma}\right)\right)+\frac{1}{2}\left(Sp_t(Q)-\overline{Sp}(Q)\right)\right], \qquad (2)$$

ahol *Pmidt* a középár t időpontban, $\overline{Sp}(Q)$ a Q mennyiség melletti átlagos spread, $Sp_t(Q)$ a Q mennyiség melletti spread nagysága t időpontban, α a középárfolyam hozameloszlásának adott százaléka és σ a hozam szórása (*François-Heude* és *Van Wynendaele*, 2001, p.10.).

Giot és *Gramming* (2005, in: *Váradi*, 2012) modelljének alapja az az árhatás, ami egy meghatározott eszköz adásával és vételével keletkezik. „Ez az árhatás, vagyis az, hogy egy piaci megbízást adó piaci szereplő számára milyen áron fog teljesülni egy adott megbízás, az ajánlati könyv mindenkori aktuális állapotától függ. A szerzőpáros ezt a mértéket nevezte el CRT- nek (cost of round trip)." (*Váradi*, 2012, p. 99.)

A modellt a következő egyenlettel lehet kifejezni:

$$LaVaR = 1-\exp\left(\mu_{rnet(q)}+\alpha\sigma_{rnet(q)}\right), \qquad (3)$$

ahol $rnet(q)$ jelöli a nettó hozamot, a $\mu_{rnet(q)}$ a nettó hozam várható értéke, α a nettó hozam eloszlásának adott percentilise, $\sigma_{rnet(q)}$ pedig a nettó hozam szórását jelenti (*Váradi*, 2012, p. 99.).

A modell elsődleges hibája, hogy az empirikus eloszlás helyett t-eloszlást alkalmaz. A hiányosságra megoldást jelent *Stange* és *Kaserer* (2009a) munkája, akik empirikus eloszlással kalkulálnak. A modell nem képes figyelembe venni, hogy a vételi és eladási oldalon eltérő likviditás lehetséges. Az utóbbi hibát *Qi* és *Ng* (2009) munkája javítja, akik szintén napon belüli adatokkal dolgoztak, de a bid és ask oldalra külön-külön kiszámolják a likviditási kockázatot, mert a piac nem szimmetrikusan mozdul el felfelé, illetve lefelé. Ezt a megközelítést a szerzők LAIVaR (liquidity adjusted intraday VaR) modellnek nevezték el. A modell a piaci pozíció függvényében képes mérni a likviditási kockázatot, pontosabban meghatározva a kockáztatott értéket.

3. MÓDSZERTAN

Az elemzés során kialakítottunk egy LAVaR-modellcsaládot, amely segítséget nyújt az intézményeknek abban, hogy piaci kockázataikat likviditással korrigált VaR-módszertannal ragadják meg. A módszertan az endogén modellek családjába tartozik, mivel megpróbálja azt értékelni, hogy egy adott intézmény likviditási mutatói alapján pontosabb likviditási modellt lehet-e létrehozni, mint a delta-normál VaR-modell. Célunk annak elemzése volt, hogy a likviditási modelleknek ki lehet-e alakítani egy olyan családját, amely mikroszinten alkalmazható, és egy adott intézmény vagy vállalat esetén pontosabb, likviditással korrigált képet ad. Elemzésünk tárgyául tűztük ki annak a vizsgálatát is, hogy mennyire lehet prediktív egy ilyesfajta modell.

A kialakított keretet likvid és illikvid piacok részvényein teszteltük, az eredményeket egy hasonló formán kialakított, piaci likviditási mutatószámokat figyelembe nem vevő modellel teszteltük össze.

Az elemzés során három részvény intraday adatait vizsgáltuk. Alapvetően a kelet- és közép-európai piacra fókuszáltunk, de az elemzésbe összehasonlításképpen belevettünk egy fejlett piaci likvid részvényt is, hogy a különböző likviditási szintek közötti különbség látható legyen. Ezen az adatbázison történt meg a likviditással korrigált VaR-módszerek fejlesztése, illetve a főkomponens-elemzés.

A fejlesztés során kialakítottunk egy olyan, likviditással korrigált VaR-modellt, amely tesztjeink alapján kismértékben ugyan, de hatékonyabban tudja megragadni a piaci kockázatokat, mint a klasszikus delta-normál VaR-modell .

A modell specifikációja az alábbi:

$$\mathbf{LAVaR} = \mathbf{G^{-1}(\boldsymbol{\alpha}) \times \boldsymbol{\sigma} \times \sqrt{T} \times (bx + c)}, \tag{4}$$

szemben a klasszikus VaR-specifikációval:

$$\mathrm{VaR} = \mathrm{G}^{-1}(\alpha) \times \sigma * \sqrt{\mathrm{T}}\text{, ahol} \tag{5}$$

$G^{-1}(\alpha)$ a sztenderd normális eloszlás inverze α valószínűségi szint mellett,

σ a vizsgált pénzügyi instrumentum loghozamának szórása,

T az idő, amelyben a szórás és loghozam dimenziója van (praktikusan napi),

bx+c pedig egy likviditási korrekciós regressziós komponens, amely az intraday adatokból képzett likviditási változók és a következő napi loghozam alakulásának együttmozgását írja le.

A regressziós komponenst a modellben historikus adatok alapján, likviditási változókra építve szükséges modellezni. Az esetleges piaci változások miatt a modell (azaz a likviditási regresszió) felülvizsgálata elkerülhetetlen, ám minden más Bázel II-es modellhez hasonlóan elegendő évente megtenni.

A bemeneti adatok, amelyekre a regressziós komponens épül, lehetnek naturáliák, illetve a főkomponens elemzés eredményeképpen kapott főkomponensek is akár. A modell paraméterezésének, elemzésének folyamatát a következő fejezetben mutatjuk be részletesen.

4. ADATOK

A modell szükséges bemeneti adatai két csoportba oszthatók:

- Adatok, amelyek a VaR-számításhoz szükségesek: részvények hozama, szórása és egymással való korrelációik.
- Adatok, amelyek a likviditás számszerűsítéséhez szükségesek: a likviditás egyes dimenzióinak minél szélesebb körű megragadása különböző egy- vagy többdimenziós mutatókkal.

A következőkben áttekintjük a bemeneti adatoktól elvárt paramétereket.

4.1. A VaR-számítás paraméterei

Elemzésünkben a delta-normál módszert használjuk a piaci kockázatok számszerűsítésére. Szükség van tehát a normális eloszlás két paraméterére, a várható értékre és a szórásra. Ekkor azzal a feltételezéssel élünk, hogy a vizsgált részvények árfolyamai lognormális eloszlást követnek, így a hozamok normális eloszlást követnek. Mivel a portfólió a benne található eszközök lineáris kombinációja, ezért a portfólió is normális eloszlású lesz (*Jorion*, 1999). A VaR-számítás első bemeneti paramétere tehát az egyes instrumentumok loghozamai lesznek:

$$y_{i,T,t} = \log\left(\frac{P_T}{P_t}\right) \tag{6}$$

ahol $y_{i,T,t}$ a portfólió i-edik értékpapírjának loghozama a T és t időszak között. A log kifejezés a természetes alapú logaritmust jelöli, P_T a részvény árát T-ben, P_t pedig a részvény árát t-ben. A loghozamok használatával megvan továbbá az a pozitív tulajdonság, hogy a loghozamok összeadhatók, így $y_{i,T,t_0} = \sum_{j=1}^{T} y_{i,j,j-1}$.

A loghozamok eloszlása a centrális határeloszlás tétele alapján az időtáv növelésével közelít a normális eloszláséhoz. Ez a jelenség jobbára likvid instrumentumokban éves időtávon figyelhető meg, ennél rövidebb (például napon belüli, napos, hetes) időtávon azonban nem feltétlenül áll fenn. Ilyen időtávon a loghozamok eloszlása leptokurtikusabb, azaz laposabb, a szélsőséges esetek valószínűsége nagyobb. Mivel a VaR a hozameloszlás bal szélére koncentrál, azáltal, hogy alacsonyabb valószínűséget tulajdonít a szélsőséges negatív eseményeknek, alulbecsüli a kockázatot. Modellünkben azonban fontosabb szerepet tulajdonítunk a normális eloszlás feltételezése pozitív hatásának, ezért a delta-normál módszert használjuk.

A loghozamokat a rendelkezésre álló adatok függvényében eltérő időtávokra lehet számszerűsíteni. Kézenfekvő a napos, havi vagy éves hozamok számolása, de napon belüli adatok esetében számolhatók a tranzakciók, azaz a piaci árak között. A piaci kockázat számolásához a VaR-modell bemeneti paramétereként a loghozamokat jellemzően napi szinten határozzuk meg, így volt ez elemzésünk során is.

4.2. A likviditás mutatószámainak paraméterei

A piaci kockázatkezelési modell bemeneti paraméterei közé tartoznak majd a likviditás különböző dimenzióit sűrítő, faktorelemzésből képzett változók. Ahhoz, hogy a modell minél jobban ragadja meg a piaci likviditásból eredő potenciális veszteséget, célszerű minél több változót használni a főkomponens-elemzéshez. A változók redundanciája nem okoz gondot, az azonos típusú változók elkülönülnek a más típusú változóktól, és együtt járulnak hozzá a főkomponens magyarázóerejéhez. A cél az, hogy a variancia minél nagyobb hányadát írják le a főkomponensek.

A likviditás kérdését sokan vizsgálták már; *Gyarmati* et al. (2010) a likviditásnak öt dimenzióját gyűjtötte össze: feszesség, mélység, szélesség, rugalmasság, azonnaliság.

Az első három statikus, az utolsó kettő pedig dinamikus dimenzió. Ez a csoportosítás kiegészíthető a diverzitással, amely a piac sokszínűségét méri. A statikus dimenzió az ajánlati könyv egy adott pillanatában értelmezi a likviditást. A feszesség a kereskedés tranzakciós költségét számszerűsíti (például bid-ask spread).

A mélység a vételi és eladási oldalon található legjobb ajánlatok mennyiségét mutatja, míg a szélesség a piaci ár alatt és felett található összes ajánlat mennyiségét számba veszi. Előbbit a piaci forgalommal szoktak közelíteni, utóbbit az árérzékenység számszerűsítésével határoznak meg.

A statikus dimenziókkal ellentétben a dinamikus dimenziók a likviditás adott időszak alatti változását mutatják. A rugalmasság a kereskedésből következő áringadozás elsimulásának sebességét fogja meg, míg az azonnaliság azt az időt, amely alatt egy adott portfóliót el lehet adni vagy meg lehet venni (*Gyarmati* et al., 2010). A likviditás dimenzióihoz kapcsolódóan vannak olyan mutatók, amelyek egy dimenziót számszerűsítenek (egydimenziós mutatók), illetve olyanok, amelyek a likviditás több dimenzióját sűrítik egy mutatóba (*von Wyss*, 2010).

Támogatandó, hogy a likviditás dimenziói közül minél többet számszerűsítsünk, és megjelenjenek a főkomponens-elemzés változói között. A változók számszerűsíthetősége az elérhető piaci adatok függvénye. Általánosságban elmondható, hogy a statikus dimenziók számszerűsítése és nyilvános elérhetősége a jellemző, a dinamikus dimenziók használata azonban a legtöbb esetben szofisztikált adatbázist igényel, amely a legtöbb piaci szereplő számára – vagy esetleg egyáltalán – nem érhető el. Ilyen például a likviditás több dimenzióját sűrítő Budapesti Likviditási Mérték (BLM), amely a Deutsche Böerse Group által kifejlesztett XLM-re épül, értéke azonban csak átlagos havi adatként kerül publikálásra, és a német, szlovén, magyar piacon kívül máshol nem számszerűsítik, így nem képezheti a főkomponens-elemzés részét.

4.3. Az áttekintett paraméterekhez szükséges tranzakciós adatok

A kereskedési volumenhez olyan mélységű tranzakciós adatokra van szükség, amelyek tartalmazzák az adott instrumentumhoz tartozó tranzakciók idejét és a létrejött ügyletben szereplő részvénydarabszámot. Az ügyletek árával egyben kiszámolhatók a forgalomadatok. A tranzakciószám, a likviditási ráták és a flowráta ilyen adatok mellett szintén számszerűsíthető lesz. Megjegyzendő, hogy az ajánlati könyv teljes ismerete nélküli modell kidolgozását célozzuk meg, így a likviditás öt dimenziójából a szélességet és rugalmasságot tudjuk mérni.

Szükség van tehát a vizsgált részvények körére, egy meghatározott időszakra, amelyen az adatok elérése szükséges. Ezen az időszakra kell megadni az összes tranzakció időpontját, a kötés mennyiségét, valamint a kötés árát.

A tényleges részvényeket a gyakorlatban az intézmény részvényportfóliója határozza meg, a modell építéséhez és teszteléséhez azonban szükség van egy hipotetikus portfólió felállítására. Ezzel kapcsolatban elvárás, hogy olyan menynyiségű eltérő értékpapír alkossa a portfóliót, amelynél kijöhetnek a portfólió kockázatának számszerűsítése esetén a modell lehetséges gyenge pontjai (például a kovarianciamátrix zajossága), hogy a modell paraméterezése visszacsatolást kapjon a modelltesztelésekből, ezáltal javuljon a teljesítménye. Elvárás továbbá az értékpapíroktól, hogy a definiált mutatók számszerűsíthetők legyenek. Vannak olyan illikvid részvények a magyar piacon is, amelyekben évek óta nem történt tranzakció. A modell létrehozása során kerülendők ezek az instrumentumok, ezért a hipotetikus portfólió értékpapírjainak kiválasztásakor feltételként megszabjuk, hogy a portfólió részét képző részvény piaci kapitalizációja meghaladja az 1 milliárd forintot.

4.4. Adatkeresés

Az általunk választott három részvény a Zwack Unicum Zrt. részvénye volt, a MOL- és a Tesla-papírokkal kiegészítve. A választási logikánk a következő volt:

Keresünk egy meglehetősen illikvid papírt, ügyelve arra, hogy ne olyat válasszunk, amellyel évek óta nem történt tranzakció, hiszen ez a fajta választás jelentős torzítást vinne a modellbe. Továbbá a teljes illikviditásnak köszönhetően nem rendelkeznénk adatokkal, amelyekkel számolást végezhetnénk. Úgy véltük, hogy egy magyarországi részvény, amely nem tagja a BUX indexnek, megfelelő erre a célra.

Egy világviszonylatban talán közepesnek számító likviditással bíró részvény kijelölése volt a következő lépésünk. Ekkor esett a választás a MOL-csoport részvényére, amely a BUX index legfontosabb részvénye az OTP mellett. A MOL Magyarországon az egyik kedvelt blue chip. Bár az olajárakkal és az egész olajiparral kapcsolatos közelmúltbeli események jelentős hatással voltak a vállalat részvényeire is, mégis inkább ezt választottuk az OTP helyett, hiszen annak a térségbeli érdekeltségeire ható tényezők nagyobb torzító erőt képviselnek, mert ez nem az egész ágazatra vonatkozik.

Ezt követően egy nagyon nagy likviditással rendelkező részvény kiválasztása volt a feladat. A választásunk a Tesla részvényeire esett. Ennek főképpen kényelmi okai voltak. Az Apple mint a világ legkeresettebb részvénye olyan tranzakciómennyiséggel rendelkezik, amely az Excel kapacitásait napi bontásban is meghaladja, így célunkkal ellentétben nagyon bonyolult és időigényes lett volna már csak az adatgyűjtés is. A Tesla esetében havi bontásban tudtuk lekérni az adatokat.

A modellezéshez szükséges intraday adatsorokat a Bloomberg rendszerét használva gyűjtöttük le. A Bloomberg ezen szolgáltatása csupán fél évig visszamenően tárolja ezeket a részletes információkat, így ennél hosszabb időtáv nem áll rendelkezésünkre a modell felépítésére és tesztelésére. A kiválasztott időtáv 2013. 11. 11. és 2014. 05. 09. közötti kötésekre vonatkozott.

Az adatok beszerezhetőségét figyelembe véve az alábbi likviditási mutatószámokat vezettük be:

Kereskedési volumen: $\boldsymbol{Q_t = \sum_{i=1}^{N_t} q_i}$, ahol

Nt ügyletek száma a *t*–1 és *t* közötti időszakban,

qt *i.* tranzakcióban a részvények darabszáma.

A kereskedési volumen azt mutatja, hogy az aktuális kereskedési napon az adott részvény mekkora teljes kereskedett részvénydarabszámmal bír. Minél nagyobb a volumen, annál likvidebb lehet a papír.

Forgalom: $\boldsymbol{V_t = \sum_{i=1}^{N_t} p_i q_i}$, ahol

Nt ügyletek száma a *t*–1 és *t* közötti időszakban,

qt *i.* tranzakcióban a részvények darabszáma,

pt *i.* tranzakcióban az árfolyama.

A forgalom megadja, hogy az aktuális kereskedési napon az adott részvényben mekkora összértékben történt ügyletkötés, azaz ez nem más, mint az alapadatok vizsgálatakor bemutatott napi átlagár kiszámításához képzett segédváltozó. Minél nagyobb a forgalom, annál likvidebb az instrumentum. Nulla értéket akkor vesz fel a változó, ha nem történt tranzakció a vizsgált tőzsdenapon.

Tranzakciószám: $\boldsymbol{N_t}$

Nt ügyletek száma a *t*–1 és *t* közötti időszakban.

A tranzakciószám megadja, hogy adott napon adott értékpapírban hány darab ügyletkötés született, függetlenül a kötésben szereplő értékpapírok számától vagy azok árától. A változó annál nagyobb likviditást jelez, minél több ügyletkötés történt az adott napon. Ennek megfelelően az adatok csak természetes számok lehetnek, azaz vagy nulla, vagy annál nagyobb pozitív egész számok.

Likviditási ráta 1: $\boldsymbol{LR1_t = \frac{V_t}{|r_t|} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_i q_i}{|r_t|}}$, ahol

Nt ügyletek száma a *t*–1 és *t* közötti időszakban,

qt *i.* tranzakcióban a részvények darabszáma,

pt *i.* tranzakcióban az árfolyama,

rt a *t*–1 és *t* közötti időszak hozama.

A likviditási ráták már figyelembe veszik az árfolyam-elmozdulás hatását is a likviditás számszerűsítésében. A Likviditási ráta 1 a forgalom és az abszolút értékben vett napi loghozam hányadosa. Mivel mind a forgalom, mind az abszolút értéken vett loghozam csak pozitív vagy nulla lehet, ezért a változó is csak ilyen értékeket vehet fel. Mivel a forgalom egészen nagy lehet, a loghozam előállításánál pedig azokat a napokat, amelyeken az átlagár megegyezik a megelőző nap átlagárával – és így a hozam nulla lenne – 0,01%-os loghozamot használunk, így a Likviditási ráta 1 nagy értékeket is felvehet, azaz nagy a terjedelem. A relatív terjedelem, azaz a terjedelem átlagos értékkel leosztott értéke magas, átlagosan 46. A relatív szórás szintén alátámasztja ezt, a 119 részvény átlagában 4,8 a változó értéke. Megállapítható tehát, hogy a Likviditási ráta 1 jelentősen szóródik.

Likviditási ráta 3: $LR3_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}|r_i|}{N_t}$, ahol

Nt ügyletek száma a *t*–1 és *t* közötti időszakban,

rt a *t*–1 és *t* közötti időszak hozama.

A Likviditási ráta 3, hasonlóan az 1-hez, a loghozamokat használja fel, hogy egy másik likviditási mutató – jelen esetben a tranzakciószám – teljesítményét ne abszolút értékben, hanem relatívan mérje. Mivel itt a hozamok a számlálóba kerültek, a változó alacsony értékeket vehet fel. Mind a számláló, mind a nevező nulla vagy pozitív értékű lehet, így a változó értéke is korlátozva van. Az alsó határ nulla, a felső pedig 1, mivel a loghozamok képzésénél 1-ben határoztuk meg a változónak az értékeit, amikor nem történt ügyletkötés. Ezáltal a Likviditási ráta 1-gyel szemben a változó kis tartományban mozoghat. Ezt a statisztikai vizsgálat is megerősítette: ahogy várható volt, abszolút értelemben 1 a legnagyobb terjedelemmutató, ami azonban fontosabb a másik változóhoz képest, relatív értelemben – az átlaggal osztva – szintén jóval alacsonyabb a változó szórása és terjedelme.

Flow-ráta: $FR_t = N_t \times V_t$, ahol

Nt ügyletek száma a *t*–1 és *t* közötti időszakban,

Vt forgalom (*Dömötör–Marossy*, 2010).

A flow-ráta két korábban vizsgált likviditási mutató, a forgalom és a tranzakciószám szorzata. Mivel mindkettő nagy értéket vehet fel napi bontásban, ezért a belőlük képzett változó is nagy lehet, alacsony forgalmú napon azonban mérsékelt maradhat a változó értéke. Ennek megfelelően a flow-ráta nagy terjedelemmel és szórással rendelkezhet. A vizsgált részvények közül a legkisebb flow-ráta 5, a legnagyobb 35 685 ezer milliárd, tehát a teljes terjedelem valóban nagyon nagy. Ismételten az egyes részvények átlagos flow-rátájával leosztva az értékeket, kezelhetőbb adatokat kapunk. A relatív terjedelem a változóban ugyan magasabb, mint a korábban vizsgáltak, azonban még kezelhető. A relatív szórás a legtöbb vizsgált részvényben 4 alatt maradt.

A modellezéshez tehát szükség van a részvényekre, amelyeket bevonunk az elemzésbe, meg kell határozni, hogy melyik időszakot fogjuk vizsgálni, és erre az időszakra kell megadni a szükséges input adatokat, mint az összes tranzakció időpontját, a kötés mennyiségét, valamint a kötés árát. Ezáltal számszerűsíthetők lesznek a meghatározott likviditási mutatók, ugyanakkor nem lesz szükséges túl sok információ megadása ahhoz, hogy hatékony, kevésbé számítás- és adatigényes, de jól működő modellt kaphassunk.

4.5. Leíró adatelemzés

Az alábbi táblázatokban mutatjuk be az összegyűjtött adatok statisztikai leíró adatait:

1. táblázat
Zwack-részvény adatainak leíró statisztikai tulajdonságai

	Ár	Kereskedési volumen	Forgalom	Tranzakciószám	Likviditási ráta 1	Likviditási ráta 3	Flow-ráta
Átlag	14 262	106	1 403 525	5	741×10^6	0,266%	13×10^6
Szórás	817	123	1 518 660	4	$1\,229\times10^6$	0,428%	23×10^6
Medián	13 745	55	738 880	4	259×10^6	0,093%	3×10^6
Ferdeség	1	2	1	1	3	2	3
Minimum	13 295	0	0	0	1×10^6	0,000%	13 695
Maximum	15 980	555	5 304 180	15	5654×10^6	1,776%	132×10^6

2. táblázat
Tesla-részvény adatainak leíró statisztikai tulajdonságai

	Ár	Kereskedési volumen	Forgalom	Tranzakciószám	Likviditási ráta 1	Likviditási ráta 3	Flow-ráta
Átlag	57 314	4 801 683	275×10^9	26 589	61×10^{12}	0,0001%	$8\,849\times10^{12}$
Szórás	3288	2 202 284	127×10^9	12 661	124×10^{12}	0,0000%	$9\,995\times10^{12}$
Medián	56 822	4 321 052	247×10^9	23 716	16×10^{12}	0,0001%	$5\,923\times10^{12}$
Ferdeség	0	2	2	2	3	0	4
Minimum	49 896	1 156 386	66×10^9	6 371	5×10^{12}	0,0000%	424×10^{12}
Maximum	68 034	14 094 310	886×10^9	79 836	554×10^{12}	0,0002%	$70\,708\times10^{12}$

3. táblázat
MOL-részvény adatainak leíró statisztikai tulajdonságai

	Ár	Keres-kedési volu-men	Forgalom	Tranz-akció-szám	Likviditá-si ráta 1	Likvidi-tási ráta 3	Flow-ráta
Átlag	11 966	106 442	$1\,316\times10^{6}$	535	686×10^{9}	0,002%	$1\,228\times10^{9}$
Szórás	795	101 975	$1\,402\times10^{6}$	407	$5\,016\times10^{9}$	0,001%	$3\,293\times10^{9}$
Medián	11 836	74 662	888×10^{6}	416	125×10^{9}	0,002%	367×10^{9}
Ferdeség	2	3	3	3	11	1	6
Minimum	10 713	17 716	204×10^{6}	169	26×10^{9}	0,000%	38×10^{9}
Maximum	14 980	721 405	$9\,998\times10^{6}$	2 868	$57\,046\times10^{9}$	0,006%	$28\,647\times10^{9}$

Az adatok alapján jól látszik a különbség a három részvény között. A kereskedési volumen a Tesla esetében kiemelkedően magas. Látható, hogy a Zwack esetében volt olyan nap is, amikor nem történt a részvénnyel tranzakció, tehát a likviditása várhatóan is jóval kisebb lesz, mint a másik két részvénynek. A Likviditási ráta 1 változónál jól megfigyelhető a három részvény dimenzióbeli eltérése, amely a Likviditási ráta 3 változóra is igaz. A Tesla részvények kiemelkednek likviditásban a másik kettőhöz viszonyítva, és látható, hogy ezekben a mutatókban a Zwack produkálja a legalacsonyabb jellemzőket. A Likviditási ráta 3 változónál a legmagasabb értékeket a Zwack mutatja, míg a legalacsonyabbakat a Tesla, amely arra enged következtetni, hogy a Zwack likviditása a legalacsonyabb, míg a Tesla rendelkezik a legmagasabb likviditással a három vizsgált részvény között. Az adatok ferdesége minden esetben pozitív, tehát balra koncentrálódik, nem normális eloszlásúak. Ezen mutató is korábbi likviditási feltevésünket támasztja alá a statisztikai jellemzők alapján.

5. A LIKVIDITÁSI MUTATÓK FELHASZNÁLÁSÁNAK MÓDJA

Miután meghatároztuk az input adatként meghatározott öt likviditási tényezőt, elkezdődhetett az adatok elemzése részvényenként, ahol ezeket a faktorokat fogjuk felhasználni. A modellezésünk, mint korábban is említettük, a delta-normál VaR-modellre épít, kihasználva annak előnyös tulajdonságait. Ezt módosítjuk úgy, hogy figyelembe vegye azokat az életszerű helyzeteket, amikor a piac nem likvid, ezért nem lehet minden alkalommal középáron kereskedni.

5.1. Változók főkomponens-elemzése

A kialakított adatbázist az IBM SPSS programcsomagjával dolgoztuk fel. A főkomponens-elemzést a hat likviditási változón fogjuk végezni, ugyanakkor az adatbázist teljes terjedelmében átültettük, így a tickert, a tranzakció dátumát és az árfolyamot. Mivel napi adatokra végezzük el a főkomponens-elemzést, ezért az árfolyam során a korábbiakban kiszámolt napi átlagárat, a likviditási mutatók esetében a napi szintű adatokat tartalmazza az adatbázis.

A beolvasást követően beállítottuk, hogy mind a hat likviditási változó arányskálán mért legyen, beállítottuk a dátum és a változók megfelelő formátumát. Az adatbázis 14 414 rekordra tartalmazott adatokat.

Az elemzés előkészítését követően megvizsgáltuk a változók egymással szembeni korrelációját, mivel a főkomponens-elemzés célja az, hogy az egymással valamilyen szinten páronként korreláló változókból ortogonális transzformáció révén korrelálatlan főkomponenseket állítsunk elő, ahol az első néhány főkomponens adja ki a változók összes szórásnégyzetének elég nagy hányadát (*Kovács*, 2011). A korreláció vizsgálata ezért fontos, ugyanakkor ezt a főkomponens-elemzés során opcióként be lehetne állítani az SPSS-ben.

A lineáris korrelációs együtthatók alapján azt a megállapítást tehetjük, hogy az egyes változók közti korrelációk gyengék, egyedül a forgalom és a flow-ráta között van erős, 1 közeli korreláció, aminek az az oka, hogy a flow-ráta a forgalom és a tranzakciószám szorzata. Ennek alapján azt várjuk, hogy a jól elkülönülnek majd a változók az egyes faktorok szerint, ugyanakkor a flow-rátának nem lesz szignifikánsan nagyobb magyarázó ereje a forgalomhoz képest. Az alacsony korrelációk miatt várhatóan csak több főkomponens lesz képes magas magyarázó erőt biztosítani, magas korreláció esetén várhatnánk csak azt, hogy egy vagy két változó magas varianciamagyarázó erővel fog rendelkezni. Azt várjuk tehát, hogy nem létezik egyetelen, jól megragadható látens faktor, hanem a változók több oldalról ragadják meg a 119 részvényben rejlő likviditást.

4. táblázat
Mutatók lineáris korrelációs elemzése

	Kerekesett mennyiség	Forgalom	Tranzakciószám	Likviditási ráta 1	Likviditási ráta 3	Flow-ráta
Kereskedett mennyiség	1	0,374	0,117	−0,001	−0,016	0,298
Forgalom	0,374	1	0,139	−0,001	−0,017	0,946
Tranzakciószám	0,117	0,139	1	−0,006	−0,105	0,130
Likviditási ráta 1	−0,001	−0,001	−0,006	1	−0,002	−0,001
Likviditási ráta 3	−0,016	−0,017	−0,105	−0,002	1	−0,12
Flow-ráta	0,298	0,946	0,130	−0,001	−0,12	1

Ahogy már korábban írtuk, ha adott számú, egymással korreláló változó közötti kapcsolatrendszert vizsgáljuk, és egymással korrelálatlan változókká transzformáljuk az eredeti változókat, akkor főkomponens-elemzésről beszélünk.

A megfigyelt változók szórásfelbontását elvégezve, a következő három összetevő különböztethető meg:

$$\textit{Teljes variancia} = \textit{közös variancia} + \textit{egyedi variancia} + \textit{hibavariancia} \quad (7)$$

Ebből a közös variancia azt mutatja, hogy több változó mögött húzódik meg egy közös faktor, az egyedi variancia azt, hogy egy változó mögött egy faktor húzódik meg, a hibavariancia pedig mérési hiba. Főkomponens-elemzés esetén a közös és egyedi varianciákat együtt magyarázzuk (*Kovács*, 2011).

A korábbiakban azt írtuk, hogy p változóhoz és n megfigyeléshez hüvelykujjszabályként teljesüljön az $n \geq 5p$. Mivel legkevesebb 14 030 eset és 6 változó áll rendelkezésre, ezért a főkomponens-elemzéshez elegendők a rendelkezésre álló adatok.

A változók eltérő mértékegységűek, ezért először vagy sztenderdizálni kell a változókat, vagy a kovarianciamátrix helyett a korrelációs mátrixból kell kiindulni az eljárás során, és azt kell felbontani sajátértékek és sajátvektorok szorzatára. További problémát jelent, hogy nemcsak a változók között tér el a mértékegység, de a változókon belül is nagyságrendi különbségek vannak a likviditásban. Azért fontos, hogy a változók varianciája közel azonos legyen, mert a nagy szórású változó dominálná a főkomponenst. A főkomponens-elemzést ezért a kovarianciamátrix helyett a korrelációs mátrixra végeztük el.

A PCA-t úgy végeztük el, hogy az 1-nél nagyobb sajátértékeket tartsuk meg. Ennek alapján három sajátértéket választhatunk ki, amelyek összességükben a változók varianciájának 71,1%-át magyarázzák. Az első főkomponens a variancia 36,4%-át, a második 18%-át, a harmadik 17%-át magyarázza. Az első sajátérték a domináns, a másik két, 1 körüli sajátérték azonban lényeges a teljes magyarázó erő megragadásában. Teljesült tehát az a feltevés, hogy több főkomponenssel lehet majd megragadni a likviditási változókban lévő információt. A fennmaradó három sajátérték a teljes variancia 29%-át ragadja meg, közülük kettő 0,8 körüli, míg a harmadik 0 körüli. Ezek tartalmazzák az információ azon hányadát, amelyet elhagyunk a dimenziócsökkentés érdekében.

5. táblázat
A főkomponens-elemzés folyamata

Főkomponens	Induló sajátértékek			Használt sajátértékek		
	Érték	Variancia%	Kumulatív%	Érték	Variancia%	Kumulatív%
1	2,185	36,411	36,411	2,185	36,411	36,411
2	1,081	18,016	54,427	1,081	18,016	54,427
3	1,000	16,671	71,098	1,000	16,671	71,098
4	0,881	14,675	85,774			
5	0,803	13,387	99,161			
6	0,050	0,839	100,000			

A vizsgálat legfontosabb eredményét a *6. táblázat* mutatja, amely a likviditási változók főkomponensekkel való lineáris korrelációit számszerűsíti. Jól látható, hogy minden változó egy főkomponenssel mutat erős korrelációt, a többi főkomponenssel szembeni kitettség alacsony, jellemzően 0 körüli. A Kereskedett mennyiség, a Forgalom és a Flow-ráta az 1. főkomponenssel, a Tranzakciószám és Likviditási ráta 3 a 2. főkomponenssel, míg a Likviditási ráta 1 a 3. főkomponenssel mutat együttmozgást. A Kereskedett mennyiség mutatja a legalacsonyabb korrelációt (0,562), a többi változót erősebben ragadja meg a három főkomponens.

6. táblázat
A főkomponens-elemzés eredménye

Változó	Főkomponens		
	1	2	3
Kereskedett mennyiség	**0,562**	−0,002	0,000
Forgalom	**0,958**	0,110	0,004
Tranzakciószám	0,268	**−0,648**	−0,024
Likviditási ráta 1	−0,003	0,021	**0,999**
Likviditási ráta 3	−0,055	**0,796**	−0,047
Flow-ráta	**0,936**	0,121	0,004

Az elemzés végeredményeként elmondható, hogy minél nagyobb a főkomponens értéke az adott részvényben, annál likvidebb az instrumentum. Ez igaz mind a három főkomponensre, hiszen a korrelációk pozitívak, és a változó magas értéke jelenti a magas likviditást. Ez alól a Likviditási ráta 3 a kivétel, a főkomponenssel való korreláció azonban negatív, azaz a nagy főkomponens egyben likviditást is jelent.

Összesen három szignifikáns főkomponenssel lehet megragadni a PCA-elemzés során a likviditás változóit, azonban nincsen olyan főkomponens, amely ne épülne szignifikánsan a bemeneti változók valamelyikére. Ennek megfelelően egyfajta regresszióvá vált a főkomponens-elemzés, minden egyes bemeneti faktor fontos a teljes likviditási pozíció leírásában, a főkomponens-elemzés összevonta a korreláló változókat.

5.2. Modellspecifikáció

A likviditással korrigált modellünk egy delta-normál specifikáció, regressziós endogén komponens segítségével. A szakirodalmi ajánlásokban fellelhető modellspecifikációk közül ez tartalmazza a gyűjtött adatoknak leginkább megfelelő módszertant, illetve a hagyományos delta-normál specifikációhoz képest ez adja a legkisebb eltérést, ezen lehet leginkább elemezni ceteris paribus módon a likviditási korrekció addicionális hatását.

A modell kiegészítésre kerül az alábbi módon, használva a delta-normál specifikációt:

$$LAVaR = G^{-1}(\alpha) \times \sigma \times \sqrt{T} \times (bx + c) \qquad (8)$$

ahol G a sztenderd normális eloszlás eloszlásfüggvénye, σ a hozam szórása, T a tartási időszak és *(bx+c)* a likviditást mérő regresszió eredménye, specifikálva az illikvid piac magasabb korrekciójára.

A regressziós becslést az árfolyam változásán, az árhatáson keresztül lehet specifikálni, adott tartási periódus mellett. Azt kell mérni, hogy a delta-normál specifikáció mellett mekkora a tényleges szórás változás (a delta-normál modell bemeneti paramétere) adott bemeneti változókat feltételezve. Azaz

$$\frac{s_T}{\sigma} = bx + c, \qquad (9)$$

ahol S_T a T időszak alatt mért szórás, $\sigma \times \sqrt{T}$ a teljes időszak alapján paraméterezett idővel korrigált szórás, a mért árváltozás/VaR logika mellett várt átlagos relatív szórás értéke. Alapesetben a likviditás releváns változói magyarázni fogják a szórás megváltozását, illikvid időszakokban magasabb szórást valószínűsítve. A regresszió paraméterezéséhez valamennyi rendelkezésre álló adatot (valamennyi papírt) fel kell használni, hogy a becslésünk robusztus legyen.

5.3. A LAVaR-modell eredményei

Egyváltozós elemzésünk során megállapítottuk, hogy a változók nagy szórással rendelkeznek, nagyon hektikusak, ezért a könnyebb kezelhetőség és a jobb alkalmazhatóság érdekében ezeknek a 10 és 20 napos mozgóátlagából számolt idősorral helyettesítettük az eredeti változókat. Kivétel nélkül elmondható, hogy a 10 napos mozgóátlaggal számolt adatok is jelentős javulást jelentenek az adatok használhatóságában, de a 20 napos mozgóátlaggal számolt idősorok már legtöbbször jól közelítik a lineáris trendet, ami szükséges ahhoz, hogy a lineáris regressziós modell jó eredményt biztosítson. A likviditási mutatók eredeti formájukban nem adnak értékelhetően jobb eredményt.

Azért is indokolt a mozgóátlag használata, mivel a VaR-számítás esetén is a számítási specifikáció egyfajta historikus átlagolást végez, a (közel)múlt adatainak szórása adja a VaR-számítás keretét. Miután az adatok egyváltozós elemzése megtörtént, elvégeztük a 10 és 20 napos regressziós becslést. A regresszió jóságát, illetve az illeszkedés jóságát a korrigált R^2 adja meg. R^2 önmagában azt mutatja meg, hogy hány százalékban magyarázzák a független változók a függő változót. Ez a mi esetünkben azt jelenti, hogy a megállapított likviditási mutatók milyen mértékben, hány százalékban magyarázzák a relatív szórást, amit a likviditást jelző mutatóként alkalmaztunk. A korrigált R^2 figyelembe veszi a változók számát is. A Zwack-részvény esetén a 10 napos, első modellben a korrigált R^2 0,655, míg a második, 20 napos mozgóátlaggal felépített modellben ez az érték 0,755. Ez azt jelenti, hogy az első esetben a magyarázó változók 65%-ban, míg a második esetben 75%-ban magyarázzák a relatív szórást, vagyis konkrétabban a likviditást. Ez nem meglepő, hiszen az egyedi adatelemzés során láttuk, hogy a 20 napos mozgóátlag segítségével tudtuk jobban közelíteni az adatokat egy trendhez, a lineáris trendhez, ami a lineáris regresszió egyik feltétele.

A Zwack-részvény esetén az első modell esetében azt látjuk, hogy a standard hiba 0,04, míg a második esetben ez a szám 0,02. Ez is azt mutatja, hogy a második modell jobb, mint az első. A standard hiba arra utal, hogy a mintánkban kapott paraméter mekkora ingadozást mutat a populációbeli paraméter körül a mintavétel miatt. Ez a szám a minta nagyságával csökkeni szokott, de a mi esetünkben a kevesebb megfigyelést tartalmazó, második modell esetében is mintegy fele ez a szám, tehát ez a modell sokkal kedvezőbb.

A bevont változók szignifikanciáját vizsgálva mindkét esetben elmondhatjuk, hogy a kereskedési volument mint változót kihagyhatjuk a modelljeinkből, hiszen mindkét esetben az ehhez a változóhoz tartozó p-érték nagyobb, mint 0,05, amely a megszokott határ, amelynél nagyobb p-érték esetén már nem tartjuk szignifikánsnak a mutatót. A többi magyarázó változó szignifikánsnak mondható ugyanezen érték alapján.

A Likviditási ráta 3 kiemelkedik a többi magyarázó változó közül, hiszen mindkét modell alapján ennek van a legnagyobb hatása a független változóra. Ha a Likviditási ráta 3 egy százalékkal nő, az első modell alapján 23,36, a második modell szerint 20,56 százalékkal nő a relatív szórás, tehát ennyivel nő a papír illikviditása.

A becslést elvégeztük úgy, hogy a modellekben csupán a szignifikáns változók, illetve a főkomponensek szerepeljenek, de ezzel nem sikerült a modell magyarázó erejét növelni.

5.4. Előremutató modell kialakítása

Az általunk kialakított, különböző dimenziójú likviditási mutatókat tartalmazó modell jó becslést ad a modellspecifikációban megadott szórás becslésére. Ez kiemelkedően fontos, hiszen ezen keresztül tudjuk a VaR-modelleket a likviditással korrigálni, így a modell figyelembe veszi azokat az életszerű piaci helyzeteket, amikor nem lehet középárfolyamon kereskedni, így az értékpapírok likviditásán keresztül változik portfóliónk kockáztatott értéke.

Ebben a szakaszban úgy változtattuk a modellt, hogy az ne csak utólag, hanem lehetőség szerint előre is képes legyen minél pontosabban meghatározni a szórás változását, így a nagyobb kitettséget. Ahhoz hogy a modell a mindennapokban használható eszköz lehessen, ez fontos kritérium. Modellünket úgy építettük fel, hogy a rendelkezésünkre álló fél éves adatsort minél hatékonyabban felhasználjuk. A modell a következő napi szórás becslésére vállalkozott a pillanatnyi adatok alapján.

Ebben a részben bemutatjuk az általunk vizsgált három részvény 10, illetve 20 napos mozgóátlaggal számolt változókat felhasználó regressziós eredményeket. A Zwack esetében ezeket a regressziókat is az érzékenységvizsgálatnak megfelelően a 20 napos modellen belül különböző Likviditási ráta 3 adatokra is elvégeztük.

A korrigált modell R^2 mutatója 39%-os lett, ami ebben a modellben meglehetősen alacsony, ez az előrejelezhetőség nehézségére hívja fel a figyelmet, hiszen amíg a modell nem előremutatóan használta a szórást, jó magyarázó erővel bírt. A modell magyarázó ereje alacsony, így csak kismértékben képes megbecsülni, hogy az általunk modellezni kívánt relatív szórás hogyan mozog.

A 20 napos mozgóátlaggal elkészített változókat felhasználva azt látjuk, hogy a regresszió esetében nincs befolyással a modell jóságára az, hogy az illikviditást mérő Likviditási ráta 3 változót milyen érték mellett maximalizáljuk. A modell jóságát mutató változó csupán 0,02%-kal javul ennek hatására. Azonban a 10 napos modellhez képest a modell magyarázó ereje nőtt, R^2 értéke 58%-os, ami annak köszönhető, hogy ezzel a módszerrel nagyobb időtávot tudunk felölelni, és mint láttuk, a változók egyenkénti elemzésénél is jobban igazodik a hosszú távú trendhez.

5.5. Az eredmények értékelése

Az elemzés utolsó fázisa az eddigi eredmények felhasználása, hogy összehasonlíthassuk a delta-normál VaR-modellt és az általunk specifikált LaVaR-modellt. Minden modell esetében megállapítottuk a modellhibát a VaR- és LaVaR-modellekre, valamint a túllépések mértékének összegét is számszerűsítettük minden esetben.

A modellek végső összehasonlításához először kiszámoltuk delta-normál módszerrel a VaR- és LaVaR-értékeket. Az alapvető delta-normál VaR-számítás az alábbi volt:

$$\text{VaR} = G^{-1}(\alpha) \times \sigma \times \sqrt{T}\ , \tag{10}$$

ahol G a sztenderd normális eloszlás α konfidenciaszint mellett, a szórás az adott részvény napi loghozamából számolt, előremutató 60 napos szórás. Azért választottuk ezt, hogy a modell becslési képességét javítsuk, s megfelelő adatmennyiség rendelkezésre állása esetén ez a választás megfelelő. A mi esetünkben egy nagyon rövid, fél éves idősor áll rendelkezésünkre, de a modell jóságának tesztelése a célunk, így ezt a negatív tényezőt most figyelmen kívül hagyjuk. Modellünkben az α értéke 1%, így az alsó oldalt figyeljük meg. Ennek csupán az az oka, hogy véleményünk szerint az ábrákon így könnyebben érzékelhető vizuálisan is a két modell közötti különbség. Természetesen az idő számolásánál is figyelembe vettük, hogy nem napi szórással foglalkozunk, így ezt is a 60 napos megfigyeléshez igazítottuk.

A fent bemutatott képletet módosítottuk a már korábban ismertetettek szerint, hogy a számolás során figyelembe vegyük a kevésbé likvid időszakokat is:

$$\text{LAVaR} = G^{-1}(\alpha) \times \sigma \times \sqrt{T} \times (bx + c) \tag{11}$$

A bővített tag a már korábban elvégzett regressziós komponens eredményeit tartalmazza az egyes modellek esetében.

A VaR- és LaVaR-értékek kiszámítását követően meghatároztuk a modellhibát a következő módon: amennyiben a kapott VaR- és LaVaR-érték nagyobb volt, mint az aznapra eső loghozam, akkor az a modell hibáját jelenti, hiszen a kockáztatott érték nagyobb, mint a valóságban megtörtént értékváltozás (hozam). A modellhiba jelölésére bináris kódot alkalmaztunk: amennyiben nagyobb értéket kaptunk, akkor hibás jelzéssel dolgoztunk, az adat 1-es kódot kapott, ellenkező esetben 0-t. Az egyeseket összegezve megkaptuk a modellhiba darabszámát az egyes esetekben.

Ezt követően számszerűsítettük a túllépések mértékét is, ezzel is egy jelzőszámot biztosítva a kész modell jóságának vagy éppen hibájának. Ezt az adatot úgy határoztuk meg, hogy vettük a kiszámított VaR- és LaVaR-értékek, illetve a loghozamok különbségét, ezzel számszerűsítve a túllépés mértékét, majd ezt szoroztuk a korábban használt bináris kóddal, hogy csupán a hibás adatoknál számítsuk ki. Ezeket a túllépéseket összegezve megtudjuk, hogy a modell egésze összesen milyen mértékű túllépést produkál.

Először a 10 napos mozgóátlag-alapú modelleket hasonlítjuk össze az alábbi táblázatban, majd a kapott eredményeket ábrákon is szemléltetjük.

7. táblázat
10 napos mozgóátlag-modellek modellhibái

	Modellhiba (VaR)	Modellhiba db (LAVaR)	Túllépés mértéke (VaR)	Túllépés mértéke (LAVaR)
Zwack	6	8	3,57%	3,37%
MOL	6	4	2,98%	2,72%
Tesla	9	8	13,31%	13,41%

Az összefoglaló táblázatból is jól látszik, hogy a MOL- és a Tesla-részvények esetében a LaVaR-modell kevesebb hibát eredményez, viszont a nagyon illikvidnek számító Zwack esetében a delta-normál VaR-modell ad kevesebb hibát. A túllépés mértéke a Zwack és a MOL esetében is nagyobb a delta-normál VaR-számítás alapján, mint az általunk elkészített modell esetében, a Tesla-részvényeknél a mi modellünk 0,1%-kal magasabb túllépést produkál.

A 20 napos modellek összefoglalása az alábbi táblázatban látszik:

8. táblázat
20 napos mozgóátlag-modellek modellhibái

	Modellhiba (VaR)	Modellhiba db (LAVaR)	Túllépés mértéke (VaR)	Túllépés mértéke (LAVaR)
Zwack	2	2	0,53%	0,59%
MOL	4	2	1,06%	1,24%
Tesla	2	2	4,09%	4,24%

Ezeknél a modelleknél – a MOL-részvényektől eltekintve – a modellhibát illetően nem volt különbség a VaR- és LaVaR-modell között, ugyanakkor a túllépés mértéke minden esetben kisebb a delta-normál VaR-modellel számolva a kockázatott értéket, mint az általunk kifejlesztett modell esetében.

6. KONKLÚZIÓ

Elemzésünkben a piaci kockázat azon aspektusát vizsgáltuk, ami a portfólió, illetve az egyes részvények likviditására vonatkozik. Az általánosan használt, könynyen kezelhető delta-normál VaR-módszert egészítettük ki egy regressziós taggal, amelynek segítségével az általunk definiált és alkalmazott likviditási mutatókat felhasználva, a piaci likviditást kívántuk beépíteni modellünkbe.

A modellépítés első szakaszában a már meglévő adatokra illesztettük a modellt, azaz olyan modellt kaptunk, amelyik a már ismert és beépített adatokra illeszkedik, az együttmozgás erősségét méri. Ezekben az esetekben az eredmény biztató volt, a modellek magyarázó ereje 80% feletti volt, a modell hibája relatíve alacsony. Elmondható, hogy a 20 napos mozgóátlagot felhasználó modellek pontosabb becslést adtak, mint a csupán 10 napos mozgóátlagot felhasználó modellek, ez a jobb linearitásnak köszönhető.

Miután kedvező eredményeket kaptunk az általunk vizsgált dimenziókban, úgy gondoltuk, hogy egy előremutató modell sokkal kedvezőbb lenne, így a modellezés ezen fázisában az adatokat úgy használtuk fel, hogy a nem beépített és felhasznált adatokat jelezzék előre. Ebben az esetben is maradtunk a 10 és 20 napos mozgóátlagolású modellfelosztásnál. Ennek az elképzelésnek azonban jelentős korlátot szabott a csupán fél-éves adatsor, amelyet a Bloomberg-terminálból ki tudtunk nyerni. A mozgóátlagolásnak köszönhetően rövidült az adathalmazunk, és azáltal, hogy egy előretekintő modellt építettünk, további csökkenés volt az eredmény.

Az eredményeket bemutató táblázatok is azt igazolják, hogy egy előretekintő modell esetében az illikvid részvény esetében a LaVaR-modell nagyobb hibával becsli a piaci kockázatot, ami éppen az ellenkezője az általunk elérni kívánt célnak. A likvid részvények esetében az általunk végzett modellezés alapján azt mondhatjuk, hogy kevesebb hibával jár, tehát pontosabb VaR-értéket képes adni, mint a delta-normál módszer. Ennek köszönhetően a bankok pontosabb értékek mellett határozhatnák meg szavatolótőkéjüket, csökkentve a ki nem helyezett pénz utáni haszonáldozat költségét.

Bár a modell az illikviditást nem képes helyesen előre jelezni, a jelenlegi kockázatot jól mutatja. Kérdés természetesen, hogy ez az effektus milyen okból lép fel – vélhetően a likviditási szint minden típusú részvény esetén igen gyorsan képes változni, így a likviditás mérőszámai csak egyidejű kapcsolat leírására alkalmasak, előrejelzést nem képesek adni arra, hogy akár a következő rövid időszakban, 10-20 napban vajon hogyan alakul az intézmény likviditása.

A modell továbbfejleszthető, amennyiben elérhetőek ilyen mélységű adatok hosszabb, legalább 4-5 éves időtávon, ahol megfelelő adatmennyiség áll rendelkezésre a modell előállítására és tesztelésére egyaránt. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy a likviditás és az általunk vizsgált szórás tapasztalatunk szerint egyidejű jelenség, ezért elképzelhető, hogy hosszabb idősoron sem nyújtana szignifikánsan jobb eredményt egy előretekintő modell, ez esetben likviditással korrigált VaR-számításánál egy másfajta tőketartalékolási logika felé kell fordulni, a jelenlegi endogén LAVaR-módszerek arra nem alkalmasak.

IRODALOMJEGYZÉK

Bangia, Anil – Diebold, Francis X. – Schuermann, Til – Stroughair, John D. (2002): *Modeling Liquidity Risk, with Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management. Risk Management: The State of the Art.* The New York University Salomon Center Series on Financial Markets and Institutions, Vol. 8, pp 3–13.

Dömötör, B. – Marossy, Z. (2010): A likviditási mutatószámok struktúrája. *Hitelintézeti szemle* 9 (6), pp. 581–603.

Ernst, C. – Stange, S. Kaserer, C. (2008): Accounting for non-normality in liquidity risk. CEFS Working Paper No. 2008-14, http://ssrn.com/abstract=1316769.

François-Heude, A. – Van Wynendaele, P. (2001): Integrating Liquidity Risk in a Parametric Intraday VaR Framework. Working paper, IST EIN (Istituto Einaudi), http://www.istein.org.

Giot, P. – Gramming, J. (2005): How large is liquidity risk in an automated auction market? *Empirical Economics*, 30 (4), pp. 867–887.

Gyarmati, Á. – Michaletzky, M. – Váradi, K. (2010). The Budapest Liquidity Measure and its application–Liquidity risk in VaR measure. Working paper, Budapesti Értéktőzsde.

Jorion, P. (1999). *A kockázatott érték*. Budapest: Panem.

Kovács, E. (2011): *Pénzügyi adatok statisztikai elemzése*. Budapest: Tanszék Pénzügyi Tanácsadó és Szolgáltató Kft.

Lawrence, C. – Robinson, G. (1997). Liquidity, dynamic hedging and value at risk. *Risk Management for Financial Institutions* 1 (9), pp. 63–72.

Michaletzky, M. (2010): Pénzügyi piacok likviditása. PhD-értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem.

Qi, J. – Ng, W. L. (2009): Liquidity adjusted intraday value at risk. Proceedings of the World Congress on Engineering, Vol. II. WCE, July 1-3, London, U. K.

Radnai, M. – Vonnák, Dzs. (2009): Likviditási kockázat az Európai Tőkemegfelelési Direktíva tervezet módosításában. *Hitelintézeti Szemle* 8 (3), pp. 248–256.

Sajtos, L. – Mitev, A. (2007): *SPSS kutatási és adatelemzési kézikönyv*. Budapest: Alinea.

Stange, S. – Kaserer, C. (2009a): Why and how to integrate liquidity risk into VaR- framework. CEFS working paper, http://ssrn.com/abstract=1292289.

Stange, S. – Kaserer, C. (2009b): Market liquidity risk – An overview. Working Paper Series, Center for Entrepreneurial and Financial Studies, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1362537.

Váradi, K. (2012): Likviditási kockázat a részvénypiacokon. PhD-értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem.

Wyss, V. R. (2004): Measuring and Predicting Liquidity in the Stock Market. PhD Dissertation, Universität St. Gallen.