

## FEDEZÉS LIKVIDITÁSI KOCKÁZAT MELLETT

*Dömötör Barbara*

Bár a vállalati kockázatkezelés értékteremtése finanszírozási nehézségekkel indokolható, a piaci kockázatok fedezésének eszközeit a modellek általában finanszírozási kockázattól mentesnek feltételezik. A gyakorlatban azonban a derivatív ügyletekből származó partnerkockázat mérséklésére már nemcsak a tőzsdei, hanem a tőzsdén kívüli, bilaterális elszámolású ügyletek esetén is letét vagy biztosítéknyújtási kötelezettség terheli a feleket az ügylet aktuális piaci értékének függvényében. Jelen cikk célja két olyan modell bemutatása és összevetése, amelyekben a fedezeti ügylet finanszírozási szükséglete is megjelenik, így a finanszírozás elérhetősége befolyásolja a fedezési stratégiát, hat az optimális fedezeti arányra. A kockázati forrás és a vállalati célfüggvény azonos, a likviditási kockázat azonban különbözőképpen jelenik meg a két modellben. Az egyikben a derivatív pozíció letéti szükségletének újrafeltöltésére nincs elegendő forrás, ami a fedezeti pozíció likvidálásához vezethet, a másik modellben a biztosíték elhelyezéséhez szükséges hitel elérhető, azonban meghatározott kamatfelár ellenében, ami miatt a fedezés költségessé válhat.<sup>1,2</sup>

*JEL-kódok:* G17, G32

*Kulcsszavak:* kockázatkezelés, fedezés, finanszírozási likviditás

### 1. BEVEZETÉS

A vállalati kockázatkezelés racionalitását a pénzügyi elméletek piaci tökéletlenségekkel, valamint ösztönzési okokkal magyarázzák. Az adók, tranzakciós költségek, információs aszimmetria, valamint a pénzügyi nehézségek költségeit vizsgáló elméletek mind arra jutnak, hogy a vállalatnak érdemes sokszor teljes mértékben lefedezni a kockázatait<sup>3</sup> (Dömötör, 2014). A vállalati kockázatkezelést finanszírozási, illetve ösztönzési okokkal igazoló elméleteket az empirikus

1 A cikk DÖMÖTÖR BARBARA: *A finanszírozási likviditás hatása a piaci kockázatok fedezésére* című doktori értekezése alapján készült.

2 A tanulmány az „Innovatív matematikai modellek kutatása a bázeli banki kockázatok mérésére és tőkekövetelmény számszerűsítésére a piaci, működési, likviditási és másodlagos kockázatok területén; valamint pénzügyi termékek áralakulásának viselkedésalapú előrejelzése” című, az Új Széchenyi Terv keretében finanszírozott kutatásfejlesztés során (PIAC\_13-1-2013-0073 számú projekt), európai uniós támogatás mellett valósult meg.

3 A vállalati kockázatkezelés folyamatáról és hazai gyakorlatáról lásd WALTER (2014).

tapasztalatok is alátámasztják, míg az adózási, illetve tranzakciós költségekkel összefüggő magyarázatok nem nyertek megerősítést (Hommel, 2005).

A 2007-ben kezdődő pénzügyi válság jól illusztrálta, hogy milyen súlyos következményekkel járhat a finanszírozási likviditási kockázat, illetve kiderült, hogy a piac egyik szereplője számára sem állnak rendelkezésre korlátlan finanszírozási források. Ennek következtében a piaci kockázatok kezelésének modellezésekor nem lehet figyelmen kívül hagyni a finanszírozás kérdését. A finanszírozási korlátokkal azonban a fedezeti pozíció vonatkozásában is számolni kell, mivel a derivatív ügyletek eredménye hitelkockázati kitettséget generál.

A cikkben először röviden ismertetem, hogyan jelenik meg a finanszírozás a vállalati kockázatkezelési elméletekben, majd a fedezeti pozíció likviditási kockázatát elemző két modell bemutatása következik. Végül összevetem és értékelem a modelleket.

## 2. A FINANSZÍROZÁS HATÁSA A KOCKÁZATKEZELÉSRE

A fedezés értékteremtését a vállalat finanszírozásával magyarázó elméletek kiindulópontja, hogy belső források híján a vállalatnak külső finanszírozási forrást kell bevonnia, ami a *Miller–Modigliani*-elmélettel (1958) ellentétben költséges, vagy egyáltalán nem lehetséges. A finanszírozáshoz kapcsolódó költségek lehetnek akár direkt (adminisztrációs) költségek, akár az információs aszimmetriából fakadó, ügynöki költségek (Myers, 1984; Tirole, 2006). A fedezés által csökken a vállalati pénzáramlás szóródása, így a pénzügyi nehézségek valószínűsége is. A pénzügyi nehézségek költségei megjelenhetnek tranzakciós költség formájában, illetve a nagyobb várható csőd költség csökkenti a vállalat értékét (Smith és Stulz, 1985). A finanszírozási nehézségek miatt előfordulhat, hogy a vállalat nem, vagy csak részben tudja megvalósítani a pozitív nettó jelenértékű beruházásait, ami szintén a vállalati értéket csökkenti (Lessard, 1990; Froot et al., 1993).

A kockázatkezelést a vállalati finanszírozás szempontjából értelmező két legismertebb elmélet Froot, Scharfstein és Stein (1993), valamint Tirole (2006) modellje. Mindkét modell kockázatsemleges (profitban lineáris) vállalati hasznosságfüggvényt feltételez, azonban a külső források bevonása költséges. Froot és társai nem magyarázzák, adottnak veszik ezt a költségfüggvényt, Tirole-nál a költségek ügynök-megbízó problémából származnak, mivel a finanszírozás nyújtója csak meghatározott mértékig hajlandó forrást biztosítani, megfelelő nagyságú önrész hiányában pedig még felár ellenében sem vállalja a finanszírozás kockázatát. A fedezés létjogosultsága abból adódik, hogy általa csökkenthetőek a finanszírozási költségek, így kiszámítható a profit várható értéke, s ennek következtében a vállalat értéke növekszik.

Mindkét modellben – bár alapvetően kétperiódusos döntési helyzetben írják le a fedezés problémáját – maga a fedezés csak egy periódusra szól, így a fedezeti ügyletről szóló döntést kizárólag a fedezeti ügylet lejártakor érvényes termelési-, illetve árfolyameloszlások befolyásolják. Mivel nincsenek a fedezési perióduson belül köztes vizsgálendő időpontok, nem jelenik meg a fedezeti eszköz által a futamidő alatt generált pénzáramlás sem.

A fedezeti ügyletekhez kapcsolódóan a gyakorlatban többféle okból jelentkezhet finanszírozási szükséglet: az aszimmetrikus kifizetésfüggvénnyel rendelkező ügyletek kezdeti ügyletkötési díjainak formájában (jellemzően opciók esetén); a fedezeti ügylet és a fedezendő kockázat eltérése (báziskockázat) okán; továbbá a fedezeti ügylet eredményének napi elszámolásából<sup>4</sup> adódóan is (tőzsdei határidős pozíciók). A tőzsdei ügyleteknél az ügyletkötés feltétele egy meghatározott nagyságú kezdeti letét (initial margin) megléte, valamint a letéti pozíció bizonyos minimális szintjének (maintenance margin) folyamatos fenntartása szükséges.

Habár a tőzsdén kívüli (OTC) ügyletek elszámolása nem történik meg napi szinten, a gyakorlatban egyre gyakrabban előfordul, hogy az üzletkötés elején vagy bizonyos nagyságú, nem realizált veszteség fellépésekor a pozíció további tartásáért a bank biztosítékot követel (Korn, 2003). Az új európai szabályozás (EMIR, 2012) meghatározott értékhatár felett a sztenderdizált OTC-termékek esetében is előírja egy központi szerződő fél szükségességét, mivel a szabályozás egyértelműen a partnerkockázatok mérséklését, ezáltal a rendszer egészének kisebb sérülékenységét célozza.

A tőzsdén kívüli derivatív ügyletek feltételeit rögzítő ISDA (International Swaps and Derivatives Association) szerződések tulajdonképpen hitelszerződések, amelyek mellékletében a felek hitelkockázat-csökkentő feltételeket – biztosítéknyújtási kötelezettségeket vagy kovenánsokat – is megállapítanak. A válság hatására ezek a szerződések egy újabb melléklettel bővültek: a Credit Support Annexnek (CSA) nevezett megállapodás már bankok között, illetve a nagyobb, így eddig biztonságosnak tartott ügyfelekkel szembeni, általában kölcsönös biztosítéknyújtási kötelezettség szabályait tartalmazza. Továbbá, még abban az esetben is, ha feltételezzük, hogy a partnerbank nem fog biztosítékot kérni a derivatív pozíció futamideje alatt, a pozíció vesztesége növeli a banki kitettséget, így korlátozza a vállalat további hitelfelvevő képességét. Mindez azt jelenti, hogy nemcsak a tőzsdei, de az OTC származtatott pozíciók eredménye is függ az alaptermék árfolyamának futamidő alatti alakulásától.

Mindezek következtében a finanszírozás elérhetősége a fedezeti ügylet szempontjából is kritikus. A fedezeti céllal megkötött derivatív ügylet futamideje sokszor

---

4 A forward és futures kereskedés és fedezeti ügylet különbségeiről és jellegzetességeiről lásd BERLINGER et al. (2005).

akár években is mérhető, a fellépő finanszírozási igény pedig hatással van a vállalat finanszírozási lehetőségeire.

*Froot et al.* (1993) elemzésükben már említik, hogy a fedezeti ügyletekhez kapcsolódó finanszírozási igény csökkenti az optimális fedezési arányt, mivel egyfajta trade-off lép fel a vállalat összes jövőbeli pénzáramlásai jelenértékének bebiztosítása és a köztes időpontokban jelentkező pénzáramlások ingadozásának megszüntetése között, az elemzést azonban nem viszik tovább ebben az irányban.

*Anderson és Danthine* (1983) vizsgálatában jelenik meg először a fedezeti ügylet finanszírozásának kérdése: többperiódusos modelljükben a fedezeti ügyletkötés több időpontban történhet, illetve a fedezeti ügylet (tőzsdei határidős megállapodás: futures) aktuális piaci (mark-to-market) értékét minden egyes periódusban elszámolják. A modell azonban feltételezi, hogy nincsenek finanszírozási korlátok, sem hitelfelár, így a köztes időpontok pénzáramlása bármikor finanszírozható, vagyis a pénzáramlás a nem-sztochasztikusnak feltételezett kockázatmentes kamatláb mellett egyszerűen átkonvertálható a lejáratú időpontra.

A finanszírozási likviditás kérdése a fedezéssel foglalkozó, elméleti modellekben a 2000-es évek elején jelenik meg. *Mello és Parsons* (2000) likviditási szempontokat is figyelembe véve vizsgálja az optimális fedezési stratégiákat, megállapítja, hogy finanszírozási korlátok miatt mind a cash flow-varianciát minimalizáló, mind a cégérték varianciát minimalizáló fedezési stratégiák szuboptimálisak. Az optimális fedezés a cégben lévő pénzeszközök határértékének varianciáját minimalizálja, vagyis azokhoz a véletlen kimenetekhez csoportosítja át a pénzeszközöket, ahol a legnagyobb a határhasznuk.

Az itt bemutatandó elméletekben a vállalati profit maximalizálása helyett a profit által meghatározott (konkáv) vállalati hasznosságfüggvény maximalizálása a cél, a likviditás pedig kétféle módon jelenik meg: egyrészt a fedezeti ügylet futamidő alatti eredményének elszámolásául szolgáló letéti számla nagyságának modellezésével, feltételezve, hogy a számla újrafeltöltésére nincs, vagy korlátozott a vállalat lehetősége (forrása) (*Deep*, 2002). A finanszírozás elégtelensége abból adódik, hogy a belső források allokálása, készletezése ilyen célra túlságosan drága, külső finanszírozó bevonása pedig az információs aszimmetria miatt nem, vagy csak többletköltség mellett lehetséges, mivel nehéz kívülről megítélni, hogy a derivatív ügyleteken elszenvedett veszteségek mögött prudens kockázatkezelés vagy felelőtlen spekuláció áll.

A másik megközelítés a finanszírozás költségét a letét (biztosíték) finanszírozásához szükséges forrásnak a kockázatmentes kamatszint feletti kamatfelára alapján számolja (*Korn*, 2003).

### 3. FEDEZÉS A LETÉTFELTÖLTÉSHEZ SZÜKSÉGES FINANSZÍROZÁSI LEHETŐSÉG HÍJÁN – A DEEP-MODELL

*Deep* (2002) olyan döntési helyzetet vizsgál, amelyben az alapkitettséggel futures ügyletekkel tökéletesen fedezhető. A modellben a vállalat által jövőben kibocsátandó termék mennyisége ( $\pi$ ) adott, a kockázat a jövőbeli ár alakulásának bizonytalanságából adódik.

Az árfolyam alakulására geometriai Brown-mozgást tételez fel, a kockázatmentes kamatlábnak megfelelő drifttel:

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dw_t, \quad (1)$$

ahol  $S_t$  a  $t$  időpontbeli árfolyam,  $r$  a kockázatmentes kamatláb,  $\sigma$  az árfolyamváltozás volatilitása, és  $dw_t$  – a Wiener-folyamat megváltozása – jelöli az árfolyamváltozásban megjelenő véletlenszerűséget.

Az árfolyam várható növekedése tehát a kockázatmentes kamatlábnak felel meg, így a határidős árfolyam alakulása – alkalmazva az Itô-lemmát – martingálfolyamat<sup>5</sup>:

$$dF_t = \sigma F_t dw_t. \quad (2)$$

Ezzel az egyszerűsítő feltételezéssel kiiktatható a fedezés spekulatív motivációja, az optimális fedezés meghatározásánál nem lesz szempont a derivatív ügylet önmagában vett eredménye.<sup>6</sup>

A vállalat tőzsdei határidős eladással (futures) fedezi kitettséget, a fedezeti mennyiség ( $\theta$ ) minden időpontban változtatható. A derivatív pozíció értéke minden időpontban elszámolásra kerül a letéti számlán ( $X_t$ ), így annak értékváltozása a következő folyamat szerint alakul:

$$dX_t = rX_t dt + \theta dF_t. \quad (3)$$

A fedezeti pozíció megnyitásához rendelkezésre áll egy bizonyos összeg ( $X_0$ ), amelyet a vállalat letétként el tud helyezni, arra azonban nincs lehetősége, hogy újabb forrást mozgósítson abban az esetben, ha a számla értéke egy bizonyos minimális szint ( $K$ ) alá csökken, és feltöltési felszólítást (*margin call*) kap. A számlafeltöltés elmaradása a pozíció likvidálásához, ezáltal a fedezettség megszűnéséhez vezet.

5 A határidős árfolyamváltozás driftje az alaptermék növekedési ütemének a kockázatmentes kamatlábon felüli része, ami nulla, feltételezve, hogy az alaptermék pontosan a kockázatmentes kamatlábnak megfelelő ütemben növekszik.

6 A derivatív pozíció várható hozamáról lásd BERLINGER (1998).

Bár a modell alapfeltevése, hogy nincs elérhető finanszírozási forrás a letét feltöltésére, esetlegesen rendelkezésre álló hitelkeret a  $K$ , illetve a kezdeti számlaérték ( $X_0$ ) módosításával behelyezhető a modellbe.

A pozíció likvidálásának valószínűségét mutatja az 1. táblázat különböző lejáratig hátralevő futamidő, kezdeti letétnagyság és árfolyam-volatilitás mellett. Az árfolyam alakulása itt az (1) egyenlet szerinti geometriai Brown-mozgás.

### 1. táblázat

#### A fedezet finanszírozási elégtelenség miatti megszűnésének valószínűsége

Pozíciólikvidálás valószínűsége			
Volatilitás	Kezdeti letét ( $X_0/F$ )	T = 26 hét	T = 52 hét
15%	0,05	55%	65%
	0,10	29%	44%
	0,25	1%	9%
	0,50	0%	0%
	1,00	0%	0%
20%	0,05	62%	69%
	0,10	41%	48%
	0,25	8%	13%
	0,50	0%	1%
	1,00	0%	0%

Forrás: saját számítás Deep (2002) alapján

Az eredmények Monte-Carlo-szimulációval, 1000 realizáció lefuttatásával adódtak. 10%-os kezdeti letéti követelmény mellett az egyéves pozíció futamidő alatti likvidálásának valószínűsége 44%. Mivel a tőzsdei ügyletek kezdeti letéti követelménye általában nem haladja meg a 10%-ot, a fedező vállalatnak nagy valószínűséggel számítania kell arra, hogy a fedezeti pozíció fenntartásához további finanszírozás válik majd szükségessé, amely likviditási sokkot pénzügyi nehézségek nélkül kezelnie kell.

A vállalatvezetés célja a lejáratú vállalati érték – ami a termelés és a letéti számla értékének összege – várható hasznosságának maximalizálása. Feltételezve, hogy a vállalat hasznossági függvényében a relatív kockázatkerülés konstans<sup>7</sup> (CRRA), az optimális fedezés a következő egyenletet maximalizálja:

7 Vagyis a vagyon meghatározott hányadának kockázttal szembeni attitűd állandó. A befektetői kockázati hajlandóság mérőszámaihoz lásd részletesen ARROW (1970) és PRATT (1964) munkáit.

$$\max_{\theta_t} E_t \left[ \frac{(X_T + \pi F_T)^\gamma}{\gamma} \right]; \quad 0 < \gamma < 1^8 \quad (4)$$

$X_t \geq K$  korlátozó feltétel mellett.

Az optimalizációt *Deep* sztochasztikus dinamikus programozás segítségével oldja meg. Az optimális fedezés problémája egy sztochasztikus kontrollfeladatként adódik, ami a megoldandó parciális differenciálegyenlet nemlinearitása miatt csak numerikus módszerekkel közelíthető.

Az optimális fedezési stratégiát meghatározó tényezők: a vállalat kockázati kitettsége, a fedezési időtáv, a kockázati forrás volatilitása, a fedezeti ügylet finanszírozására rendelkezésre álló források nagysága, valamint a vállalat kockázati attitűdje.

A fedezési döntés meghozatalakor a vállalatnak kétféle kockázat szintjéről kell döntenie: minél inkább csökkenti a termelés ára körüli bizonytalanságot (jelenérték-kockázat), annál nagyobb lesz a futamidő alatti pozíciólikvidálás kockázata (cash flow- vagy likviditási kockázat). Nyilvánvalóan ez utóbbi kockázat, vagyis a letéti számla minimális szint alá csökkenésének valószínűsége a hátralévő futamidő csökkenésével csökken, az árfolyam volatilitásának növekedésével pedig növekszik. Hasonlóan, intuitíve is belátható, hogy minél magasabb a letéti számlán rendelkezésre álló pénzeszköznek a forward kitettséghez viszonyított aránya, annál kevésbé jelent korlátot a likviditás. Az 1. ábra két faktornak, a rendelkezésre álló források arányának és a futamidőnek a hatását szemlélteti, feltételezve, hogy a kockázati forrás geometriai Brown-mozgást végez 15%-os éves volatilitás és kockázatmentes kamatnak megfelelő éves drift (5%) mellett, a vállalati kockázatkerülés  $(1 - \gamma)$  mértéke pedig 0,5.

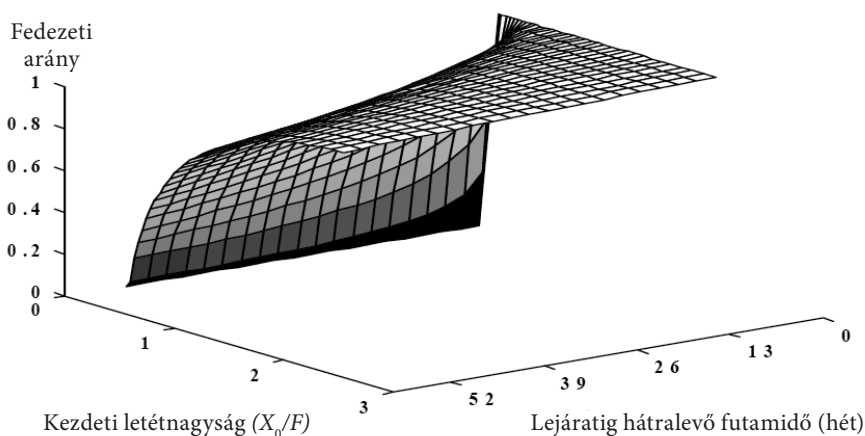
Az optimális fedezési arány tehát a lejáratig hátralevő futamidő és a volatilitás negatív, a letéti számla finanszírozására rendelkezésre álló források pozitív függvénye. A vállalati kockázatkerülési szint mértékének hatása fordítottan arányos a finanszírozási források szintjével. A nagyobb kockázatkerülés hasonlóan befolyásolja az optimális fedezeti arányt, mint a korlátozottabb finanszírozási lehetőségek, vagyis csökkenti, mivel a fedezet esetleges elvesztéséből adódó hasznosság-csökkenés nagyobb.

*Deep* modellje tehát az alulfedezés okát finanszírozási döntéssel magyarázza. A fedezés optimális mértékének modellezésével arra a következtetésre jut, hogy adott termelési mennyiség mellett a fedezeti pozíció finanszírozásának nehézsége a vállalati fedezeti arány csökkentéséhez vezet.

8 Itt nem a kockázatkerülés mértékét jelöli a  $\gamma$ , hanem az  $(1 - \text{kockázatkerülési együttható})$ -t. Mivel DEEP elemzésében a választott kockázatkerülési érték 0,5, a kettő megegyezik.

### 1. ábra

Az optimális fedezeti arány a letétnagyság és a futamidő függvényében



Forrás: Deep (2002), 5.1 ábra

## 4. A FEDEZETI ÜGYLET FINANSZÍROZÁSÁNAK KÖLTSÉGE – A KORN-MODELL

A fedezeti ügylet finanszírozási szükséglete miatt fellépő kockázatot Korn (2003) modelljében nem a fedezeti pozíció esetleges likvidálása jelenti, hanem a forrásbevonás többletköltsége. A modell feltételezi, hogy a vállalat képes előteremteni a szükséges finanszírozást; ennek azonban ára van, mivel a cég nem tud a kockázatmentes kamatlábon ( $r$ ) finanszírozáshoz jutni. A finanszírozási költség, ezáltal a fedezés likviditási kockázata annál nagyobb, minél magasabb ez a vállalatspecifikus kamatfelár ( $s$ ). Bár az alapesetben a kamatmarzs konstans, természetesen hitel nagyságtól függő kamatfelár is beépíthető a modellbe, illetve az elérhetetlen finanszírozás a kamatfelár végtelenig növelésével szimulálható.

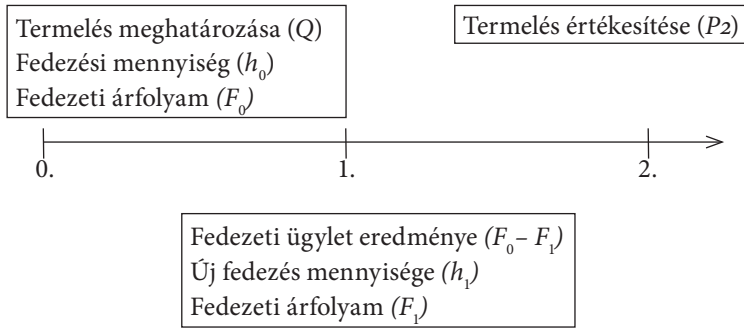
Korn alapmodelljében a vállalat a 0. időpontban dönt a termelés mennyiségéről ( $Q$ ), a kibocsátás pedig 2 periódus múlva realizálódik. A termék eladási ára ( $P$ ) véletlenszerűen alakul, ez jelenti a fedezendő kockázati faktort. A fedezés tőzsdén kívüli határidős eladással történik, a forward árfolyam alakulására (hasonlóan az előző modellhez) feltesszük, hogy martingálfolyamat. A fedezeti ügylet kötésére mind a nulladik, mind az első időpontban lehetősége van a vállalatnak.

A 2. ábra mutatja a folyamatot, az indexek az időpontra utalnak.



**2. ábra**

**A vállalati működés folyamata Korn modelljében**



Forrás: saját készítés Korn (2003) alapján

A második periódus végén realizálódó vállalati profit ( $\Pi$ ) három részből tevődik össze, a működési eredményből, a fedezeti ügyletek eredményéből, valamint a fedezeti ügylet biztosítékának költségéből:

$$\Pi = \underbrace{P_2 Q - c(Q)}_{\text{Működésből származó eredmény}} + \underbrace{h_0(F_0 - P_2) + h_1(F_1 - P_2)}_{\text{Fedezeti ügyletek eredménye}} + \underbrace{s \min\left[h_0 \frac{(F_0 - F_1)}{1+r}; 0\right]}_{\text{Fedezeti ügylet finanszírozásának költsége}} \quad (5)$$

Az egyenlet paraméterei a fent definiáltak szerint értendők.

Az optimális fedezési stratégia, amely a várható hasznosságot ( $E[U(\Pi)]$ ) maximalizálja, két lépésben, visszafelé határozható meg.

Az első (köztes) időpontban határidőre eladott mennyiség ( $h_1$ ) meghatározásához a már ismert  $Q$ ,  $F_1$  és  $h_0$  mellett kell az (5) egyenletet maximalizálni:

$$\max_{h_1} E_1[U(\Pi)|F_1, Q, h_0]. \quad (6)$$

Az elsőrendű feltétel, amely a hasznosságfüggvény konkávitása miatt biztosítja a maximumot:

$$E_1[U'(\Pi)(F_1 - F_2)] = 0. \quad (7)$$

Mivel feltettük, hogy a forward árfolyam jövőbeli várható értéke a jelenértékkel egyenlő ( $E_1(F_2)=F_1$ ), az egyenlőség akkor teljesül, ha a szorzat két tagjának kovarianciája 0, vagyis a profitfüggvény nem függ  $F_2$ -től.

Eszerint az első időpontban az optimális fedezési mennyiség:

$$h_1^* = Q - h_0, \quad (8)$$

vagyis ekkor már a teljes termelés lefedezendő, függetlenül a vállalati finanszírozás költségétől ( $s$ ), lévén, hogy a fedezeti ügylet után nem lesz már szükség újabb biztosíték nyújtására. A nulladik időpontban, behelyettesítve a (8) egyenletet, a profitfüggvény alakulása:

$$\Pi^* = F_1 Q - c(Q) + h_0 (F_0 - F_1) + s \min \left[ h_0 \frac{(F_0 - F_1)}{1+r}; 0 \right]. \quad (9)$$

Finanszírozási költségek nélkül ( $s=0$ ) akkor maximális a várható hasznosság, ha

$$E_0[U'(\Pi^*)(F_0 - F_1)] = 0. \quad (10)$$

Így, hasonlóan az első időpontbeli fedezési mennyiség meghatározásához, a teljes termelés lefedezésével biztosítható, hogy a profitfüggvény ne változzon a határidős ár ( $F_1$ ) szerint, vagyis

$$h_0^* = Q^* \quad \text{és} \quad h_1^* = 0. \quad (11)$$

*Korn* modelljében a termelés mennyisége szintén a vállalati döntés függvénye, annak meghatározása a (9) egyenlet és a vállalati hasznosságfüggvény felhasználásával adódik:

$$E_0[U'(\Pi^*)(F_1 - c'(Q))] = 0. \quad (12)$$

Ami akkor teljesül, ha:

$$E_0[U'(\Pi^*)(F_0 - c'(Q)) + \text{cov}_0[U'(\Pi^*), F_1]] = 0. \quad (13)$$

Optimumban a (11) egyenlet miatt a kovarianciás tag 0, ezért az optimális termelési mennyiség mellett a termelés határköltsége a nulladik időpontbeli határidős árral egyezik meg. Ez az eredmény hasonlóan *Froot* és társai modelljéhez, a pénzügyi kockázatok tökéletes fedezését, illetve ennek fenntartását javasolja.

Amennyiben a finanszírozás költséges ( $s > 0$ ), a fedezés egyfelől értéknövelő, mivel csökkenti a vállalati profit bizonytalanságát, azonban költséggel jár, ami

viszont csökkenti a várható profitot. Ennek következtében a költségmentes finanszírozáshoz képest kisebb termelési volumen és 1-nél kisebb fedezeti arány mellett lesz optimális a termelési és fedezési stratégia. Korn bizonyítja, hogy a fedezeti arány 0-nál nem lehet kisebb, azaz az eredeti kockázattal megegyező irányú kitétettség vállalása nem indokolt, hiszen bármely irányú derivatív pozíció költséges. Az optimális fedezeti arány a vállalati hasznosságfüggvény és a határidős árfolyam alakulásának ismeretében határozható meg. A modell lognormális forward árfolyameloszlást és konstans relatív kockázatkerülést (CRRRA) tesz fel, ezen feltevések mellett Korn indirekt módon bizonyítja<sup>9</sup>, hogy az optimális fedezési arány

$$\frac{1+r}{1+r+s} \geq h_0^* / Q^* \geq \bar{c} / F_0, \quad (14)$$

ahol  $\bar{c}$  az egységnyi kibocsátás átlagköltségét jelenti.

A tényleges optimális fedezési arány meghatározásához Korn, az előzőleg bemutatott Deep-modellhez hasonlóan, a kockázatmentes hozamot évi 5%-ban, a forward árfolyam éves volatilitását ( $\sigma$ ) pedig 15%-ban rögzíti. A költségfüggvényt nem definiálja, az átlagköltség 0,1, a modell mindkét periódusa 1 év.

Az optimális fedezési arány a hasznosság (15) várható értékének maximalizálásával adódik.

$$U = \frac{(\Pi^*)^{(1-\gamma)}}{1-\gamma}, \quad (15)$$

ahol

$U$  a hasznosság,

$\Pi^*$  az optimális fedezés melletti profit,

$\gamma$  a kockázatelutasítás mértéke.

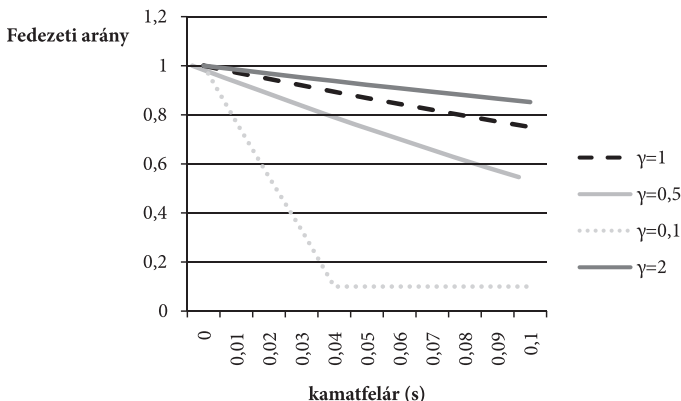
A fenti paraméterek mellett numerikusan megoldva az optimalizációt, a 3. ábra mutatja az optimális fedezési arányt a vállalati kamatfelár ( $s$ ) és a kockázatelutasítás ( $\gamma$ )<sup>10</sup> függvényében.

9 Amennyiben a fedezési arány kívül esik ezeken a határokon, pozitív valószínűséggel következik be veszteség (negatív profit), ami egy kockázatkerülő vállalat számára nem lehet optimális.

10 A kockázatelutasítás mértéke nulla kockázatmentes esetben, a felső szélsőértékként megadott 2 pedig az egyéni kockázatkerülésnek a BLUME és FRIEND (1975) által meghatározott értéke.

### 3. ábra

#### Optimális fedezeti arány a kamatfelár függvényében, különböző kockázatkerülési szintek mellett



*Forrás:* saját számítás Korn (2003) alapján, Monte-Carlo-szimuláció, 10 000 futtatás, antitetikus változók módszerével

Ahogy a 3. ábra illusztrálja, amennyiben a vállalat a kockázatmentes kamatlábnak megfelelő szinten jut finanszírozáshoz, a teljes fedezés az optimális; a kamatfelár egy százalékpontos emelkedése mintegy 5 százalékponttal csökkenti az optimális fedezési arányt egy 0,5-ös ( $\gamma = 0,5$ ) kockázatkerülési együttthatóval rendelkező vállalat számára. Ahogy csökken a kockázatkerülés mértéke (csökkenő  $\gamma$ ), az optimális fedezeti arány egyre kisebb lesz, mivel egyre kisebb a fedezés által elért haszon, ami ellentételezi a fedezés miatt fellépő kamatköltséget.

A termelési költségek jelentős hatással vannak a fedezési politikára. A termelési átlagköltségnek a határidős árhoz viszonyított aránya adja meg az optimális fedezeti arány alsó korlátját, mivel ez az arány biztosítja, hogy a realizált árbevétel legalább a költségek értékét elérje.<sup>11</sup>

Az átlagköltség növekedése emeli a fedezeti arány minimális szintjét, hiszen a költségek növekedése által csökken a profit, a hasznossági függvény pedig a kisebb értékeknél a meredekebb (annál érzékenyebb a cég a negatív kimenetekre), így egyre nagyobb a kockázatkezeléssel elérhető haszon.

Fontos megjegyezni azonban, hogy a fenti összefüggés a fedezési arányra vonatkozik; a termelés optimális szintje, így a konkrét fedezett mennyiség a likviditási költségek mellett jelentősen csökkenhet.

A kockázati forrás volatilitása (szórása) kétféleképpen hat a vállalati fedezés optimális szintjére. Egyrészt minél nagyobb a forward árfolyam szórása (nagyobb

<sup>11</sup> Abból indulunk ki, hogy a nulladik időpontban rögzíthető határidős árfolyam meghaladja az átlagköltséget, különben nem érdemes belevágni a projektbe.

kockázat), annál nagyobb lesz az optimális fedezeti arány egy kockázatkerülő vállalat számára. Másfelől azonban a nagyobb volatilitás a fedezeti ügylet finanszírozásához szükséges költségek várható értékét is emeli, ami által csökken az optimális fedezeti arány. A két hatás eredője nem egyértelmű. A *Korn* által vizsgált paraméterek ( $r = 5\%$ ,  $\gamma = 0,5$ , átlagköltség =  $10\%$ ,  $F_0 = 1$ ,  $F$  lognormális eloszlású  $1$  várható értékkel,  $3$  különböző szórással:  $\sigma = 0,1; 0,15; 0,2$ ) mellett a volatilitás emelkedése növeli az optimális fedezeti arányt.

Felmerül a kérdés, miként változik az optimális fedezési stratégia, ha opciós ügyletek is elérhetőek, lévén, hogy ekkor nem keletkezik köztes időpontban feltételes finanszírozási igény. Az opciós ügyletek kezdeti díja azonban meglehetősen drágává teszi ezt a fedezeti megoldást, ezért egy finanszírozási korlátokkal küzdő vállalat számára kevésbé vonzó ez a stratégia.

## 5. A FEDEZÉS MIATTI LIKVIDITÁST MODELLEZŐ ELMÉLETEK ÖSSZEVEETÉSE

A fedezeti ügyletnek a futamidő alatti finanszírozási szükséglete miatti likviditási kockázatot (funding liquidity risk) különbözőképpen modellezi a fent bemutatott két elmélet, és a következtetések sem esnek mindenhol egybe.

Mindkét fenti modellben kockázatos a termék eladási ára ( $P$ ), emiatt a vállalati árbevétel és a profit is. A termék piacon kereskedett és határidős ügylet (eladás: short forward vagy short futures) köthető rá bármikor, bármilyen mennyiségben, az adott időpontban érvényes, piaci árnak ( $F_t$ ) megfelelő szinten. Szintén hasonló a két modellben, hogy az alaptermék és a forward árfolyam alakulása is geometriai Brown-mozgás, és mivel az alaptermék növekedési üteme a kockázatmentes kamatlábbal egyenlő, a határidős árfolyam alakulása martingálfolyamat. Ez a feltételezés annyiban egyszerűsíti a további számításokat, hogy a fedezeti ügylet várható eredménye nulla, így spekulatív céllal nem történik ügyletkötés. Az optimális fedezési arány meghatározásához mindkét modell feltételezi még, hogy a vállalat relatív kockázatkerülése konstans (CRRA típusú a hasznosságfüggvény).

Az alapvető különbség a két modellben, hogy *Deep*nél a fedezeti ügylet tőzsdéi határidős megállapodás (futures), amelynek eredményét naponta elszámolják a letéti számlán; a likviditási kockázatot a letéti számla feltöltéséhez rendelkezésre álló források elégtelensége jelenti. Ezzel szemben *Korn* modelljében tőzsdén kívüli határidős (forward) megállapodással történik a fedezés, amire a futamidő alatt egyetlen köztes időpontban kell veszteség esetén biztosítékot (készpénz formájában) elhelyezni. A likviditási kockázat a biztosíték nyújtásához felvett hitel kamatfelárában jelenik meg.

Az optimális fedezési arányt befolyásoló tényezők hatása, adott paraméterek és minden más faktor változatlansága mellett, több esetben ellentétes a két modellben, ezeket foglalja össze a 2. táblázat.

## 2. táblázat

### Az optimális fedezeti arányt meghatározó tényezők ceteris paribus hatása Deep és Korn modelljében

	Deep	Korn
Kockázatkerülés mértéke ( $\gamma$ )	↓	↑
Kockázati faktor volatilitása ( $\sigma$ )	↓	↑
Kamatfelár ( $s$ )	--	↓
Finanszírozási forrás ( $X$ )	↑	--
Fedezési időtáv ( $t$ )	↓	↑
Termelési költségek ( $c(Q)$ )	--	↑

Forrás: saját szerkesztés Deep (2002) és Korn (2003) alapján

Deep modelljében nem jelennek meg a *termelési költségek*, az optimalizáció egyszerűen a vállalati bevételek: a termék lejáratí árának és a fedezeti ügylet eredményének (ami a letéti számla értéke) az összege alapján történik. Itt a termelési mennyiség adott, annak optimális mértéke nem határozható meg a modelltől. *Kornnál* ezzel szemben a *termelési költségek* hatnak az optimális termelési mennyiségre, valamint a fedezeti arány minimális szintjére is.

A *vállalati kockázatkerülés mértékének* emelkedésével Deep modelljében csökken az optimális fedezeti arány, mivel így tudja csökkenteni a vállalat a fedezet megszűnésének kockázatát. *Korn* modelljében azonban minél kockázaterzékenyebb a vállalat, annál nagyobb a fedezés által elérhető haszon, ezért a fedezés esetleges többletköltsége ellenére is nagyobb lesz az optimális fedezet szintje.

A *kockázati faktor volatilitása* meghatározza mind az alapkitettségből adódó, potenciális veszteséget, mind a fedezés esetleges költségét. A két hatás ellentétes irányú: *Deepnél* az utóbbi a jelentősebb, így a volatilitás növekedése csökkenti az optimális fedezeti arányt, *Korn* modelljében viszont a fedezés haszna meghaladja a költségeket, tehát a volatilitás növekedésével nő a fedezeti arány is.

A *likviditási kockázatot* megtestesítő paraméterek hatása azonos, a nagyobb kamatfelár, illetve a kisebb finanszírozási forrás csökkenti az optimális fedezeti arányt.

A *fedezeti időtáv* növekedése ugyanúgy hat a két modellben, mint a nagyobb volatilitás: *Deep*nél növeli a fedezeti ügylet megszűnésének a kockázatát, ezért az optimális fedezeti arányt csökkenti, *Korn* modelljében pedig növeli a fedezés által elérhető hasznot, ezzel együtt az optimális fedezés mértékét. *Korn* modelljében az időtáv csak az egyes periódusok hosszát növeli, finanszírozási szükséglet változatlanul csak egyetlen időpontban jelentkezhet.

## 6. ÖSSZEGZÉS

Mivel a válság következtében a szabályozói előírások és a pénzügyi intézmények kockázatkezelése is egyre inkább megköveteli a partnerkockázatok fokozottabb monitoringját és korlátozását, egyre több piacon törekednek a derivatív pozíciók napi elszámolására, ami miatt a pozíciók fenntartása likviditási kockázattal jár. Mindezekre tekintettel kell lenni a kockázatkezelés során; a fedezeti céllal kötött pénzügyi derivatívok finanszírozási szükséglete hat a fedezési döntésre, ami magyarázatul szolgál a derivatív eszközök kínálatának széles palettájára, valamint a gyakorlatban tapasztalható látszólagos alul-, illetve túlfedezésre.

A cikk az optimális fedezés két olyan elméleti modelljét ismerteti és hasonlítja össze, amelyekben a fedezeti pozícióhoz kapcsolódó finanszírozási kockázat megjelenik. Az optimális fedezési arányt, azaz a fedezeti pozíció és a kitettség arányát a fedezés által elért volatilitáscsökkenésből adódó hasznosságnövekedés és a fedezeti ügylet finanszírozási költsége közötti trade-off határozza meg mindkét modellben, azonban alapvetően különbözőképpen ragadják meg a likviditási kockázatot, így a levont következtetések, az egyes paraméterek hatásai részben ellentétesek.

## IRODALOMJEGYZÉK

- ANDERSON, R. W. – DANTHINE, J. (1983): The Time Pattern of Hedging and the Volatility of Futures Prices. *The Review of Economic Studies*, 50 (2), pp. 249–266. DOI: <http://dx.doi.org/10.2307/2297415>.
- ARROW, K. J. (1974): Theory of Risk Aversion. In: *Essays in the Theory of Risk-bearing*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- BERLINGER, EDINA – JÁKI, ERIKA – WALTER, GYÖRGY (2005): *Határidős ügyletek* (Tőzsdei határidős vizsga tananyag). Budapest, Közép-Európai Brókerképző Alapítvány.
- BERLINGER, EDINA (1998): Derivatív termékek várható hozama. In: BÁCSKAI TAMÁS, KIRÁLY JÚLIA, MARMOLY JUDIT, MÁJER BEÁTA, SÜLYOK-PAP MÁRTA (eds.): *Bankról, pénzről, tőzsdéről: Válogatott előadások a Bankárképzőben 1988–1998*. Budapest, Nemzetközi Bankárképző Központ Zrt., pp. 314–337.
- BLUME, M. – FRIEND, I. (1975): The asset structure of individual portfolios and some implications for utility functions. *Journal of Finance* 30 (2), pp. 585–603. DOI: <http://dx.doi.org/10.2307/2978737>.
- DEEP, A. (2002): *Optimal Dynamic Hedging Using Futures under a Borrowing Constraint*. Basle, Working Paper, Bank for International Settlements. DOI: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.846326>.
- DÖMÖTÖR BARBARA (2014): A finanszírozási likviditás hatása a piaci kockázatok fedezésére. PhD-értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem, Gazdálkodástani Doktori Iskola.
- European Market Infrastructure Regulation (2012): Regulation (EU) No 648/2012 of the European Parliament and of the Council of 4 July 2012 on OTC derivatives, central counterparties and trade repositories. <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32012R0648>.
- FROOT, K. A. – SCHARFSTEIN, D. S. – STEIN, J. C. (1993): Risk Management: Coordinating Corporate Investment and Financing Policies. *The Journal of Finance* 48 (5), pp. 1629–1658. DOI: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb05123.x>.
- HOMMEL, U. (2005): Value-based Motives for Corporate Risk Management. In: *Risk Management*, Chapter 3, Berlin Heidelberg Springer, pp. 455–478. DOI: [http://dx.doi.org/10.1007/3-540-26993-2\\_23](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-26993-2_23).
- KORN, O. (2003): *Liquidity Risk and Hedging Decisions*. Working Paper, Mannheim: University of Mannheim, DOI: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.424362>.
- LESSARD, D. (1990): Global Competition and Corporate Finance in the 1990s. *Journal of Applied Corporate Finance* 3 (4), pp. 59–72. DOI: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1745-6622.1991.tb00564.x>.
- MELLO, A. S. – PARSONS, J. E. (2000): Hedging and Liquidity. *The Review of Financial Studies* 13 (1), pp. 127–153. DOI: <http://dx.doi.org/10.1093/rfs/13.1.127>.
- MILLER, H. M. – MODIGLIANI, F. (1958): The Cost of Capital, Corporate Finance and the Theory of Investment. *The American Economic Review* 48 (3), pp. 261–297.
- MYERS, S. C. (1984): The Capital Structure Puzzle. *Journal of Finance* 39 (3), pp. 575–592. DOI: <http://dx.doi.org/10.3386/w1393>.
- PRATT, J. W. (1964): Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica* 32 (1-2), pp. 122–136. DOI: <http://dx.doi.org/10.2307/1913738>.
- SMITH, C. W. – STULZ, R. (1985): The Determinants of Firms' Hedging Policies. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 20 (4), pp. 391–405. DOI: <http://dx.doi.org/10.2307/2330757>.
- TIROLE, J. (2006): *The Theory of Corporate Finance*. Princeton and Oxford: Princeton University Press.
- WALTER, GYÖRGY (2014): A vállalati kockázatkezelés. In: WALTER, GYÖRGY (ed.): *Vállalatfinanszírozás a gyakorlatban: lehetőségek és döntések a magyar piacon*. Budapest: Alinea, pp. 225–238.