Ormos Mihály–Timotity Dusán

Eszközárazás korlátos tőkeáttétel mellett

Cikkünkben egy olyan modellt mutatunk be, amely a standard tőkepiaci eszközárazási modellekhez kapcsolódó, egyszerűsítő feltételek egyik leginkább vitatott, a modellek szempontjából mégis rendkívül lényeges elemével, a korlátlan tőkeáttétel feltételével szakít. Ehhez a már ismert, feltételes kockáztatott értékre építő eszközárazási modellt használjuk alapul, amelynek a segítségével a standard modellek irreális feltételei közül a normalitás szükségességét, valamint a kockázatkedvelő és ármeghatározó befektetők kizárását már elhagyhatónak tekintjük. Kibővített modellünkben az egyénenként különböző hitelfelvételi korlát és kamat mértéke szerint definiálhatóvá válik az egyéni optimális választás, valamint e választásokat aggregálva, a piaci várható hozam.

1. Bevezetés

Tanulmányunkban olyan egyensúlyi árazási modellt vezetünk le, amely kockázati mértékként a feltételes kockáztatott értéket (Conditional Value-at-Risk – *CVaR*) alkalmazza, és szakít a végtelen tőkeáttételi lehetőség feltételezésével. A hozamokat a standard megközelítésben alkalmazott piaci portfólió hozamára való érzékenységként megjelenő béta paraméter helyett *CVaR* kockázati mértékkel magyarázzuk, amely egy veszteségkerülő befektető esetén elfogadható kockázati paraméternek tűnik. A tőkepiaci árfolyamok elmélete (*CAPM*) bővelkedik olyan korlátozó feltételezésekben, amelyek nem felelnek meg a valóságnak, de a modellezés, valamint az általánosítás szempontjából fontosak. Az általunk javasolt árazási modell lehetővé teszi néhány egyszerűsítő feltétel elhagyását, és így realisztikusabb alapvetésekre építkezhetünk.

Sharpe [1964] a *CAPM* levezetésénél a tőkepiacok tökéletességére, a befektetők racionális hasznosság-maximalizálására, valamint a befektetési lehetőségek kockázatmentes befektetési és hitelfelvételi lehetőségére építve általánosítja *Markowitz* [1959] portfólióelméletét. A *CVaR* kockázati mértékre építő modell segítségével kiküszöbölhető a minden körülmények közti kockázatkerülő befektető feltételezése, amely a viselkedési pénzügyi kutatások, valamint a kilátáselmélet alapján nem minden esetben jellemzi a tőkepiaci szereplőket. Ezen túlmenően a *CVaR* kockázati paraméter statisztikai szempontból is alkalmasabbnak tűnik a modellezésre, hiszen nem követeli meg a hozamok normalitását. Továbbá, a tökéletes piac feltételezésekor megjelenő nagyszámú, a piac egészéhez viszonyítva kis befektetési volumennel rendelkező, árelfogadó befektető feltételezése is elvethető *CVaR*-környezetben. Az e feltételezésekkel szakító modellekről részletesen ír *Rockafellar* és *Uryasev* [2000; 2002], *Krokhmal* et al. [2002], valamint *Timotity* [2012].

Jelen írásunkban szakítunk a korlátlan hitelfelvétel lehetőségének feltételezésével, amely a standard eszközárazási modell tőkepiaci egyenesének definiálásához szükséges. A valóságban nem elképzelhető korlátlan tőkeáttétel, azaz a tőkepiaci egyenes piaci portfóliótól távol eső pontjai a valóságban nem elérhető alternatívát kínálnak. Ezeket a portfóliókat azok a befektetők választanák, akik szerényebb kockázatkerülési együtthatójuk miatt jóval laposabb közömbösségi görbékkel rendelkeznek. A *CAPM* világában az alacsony kockázatkerülési együttható önmagában nem jelent komolyabb torzítást; ha azonban korlátozott tőkeáttételes környezetbe helyezzük ezt, a modell már nem szolgál megoldással. Tegyük hozzá, hogy természetesen az adott szituációban kockázatközömbösen vagy akár – mondjuk a lehorgonyzás, beakaszkodás heurisztikája miatt – kockázatkedvelő módon viselkedő tőkepiaci szereplő sem modellezhető a *CAPM* világában.

A dolgozatunk *2. fejezetében* bemutatjuk a *CVaR*-környezetben összeállított egyensúlyi modellt, részletesen kifejtjük a korlátozó feltételek elhagyását. A *3. fejezetben* levezetjük, hogy a korlátos tőkeáttétel miként befolyásolja a *CVaR– E*(*r*) modellt, majd ezt követően a *4. fejezetben* összefoglaljuk eredményeinket és azok következményeit.

2. Egyensúlyi modellezés CVaR–E(r) környezetben bármilyen kockázati attitűdhöz

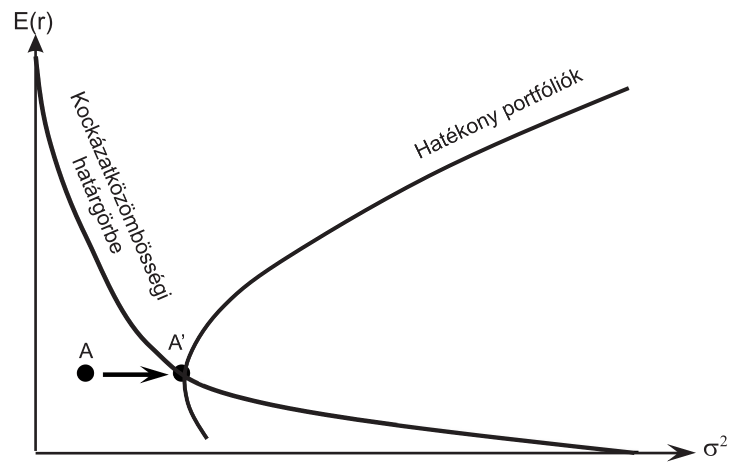
Kahneman és *Tversky* [1979] kilátáselmélete alapján elvethetjük, hogy a befektetők minden körülmények között kockázatkerülő módon viselkednek. A befektetői magatartást vizsgáló empirikus kutatások (*Odean* [1978]; *Joó* és *Ormos* [2012]) is alátámasztják, hogy a befektetők nem mindig követik a közgazdasági értelemben vett racionalitás útját, így cselekedeteik sokszor nem magyarázhatók a közgazdasági racionálisra építő modellekkel. A befektetők az új információkat szubjektív elemekkel torzítják, torzzá válnak így a megítélt valószínűségek is, és emiatt egy új szubjektív valószínűségi függvényt alakítanak ki a valószínűtlen dolgokat túlreagálva, a valószínűeket pedig alulreagálva. Ez a jelenség mindkét irányba való elmozduláskor létrejön, azonban nyereség esetén magasabb torzítást okoz (*Molnár* [2006]).

Mindezek alapján Kahneman és Tversky [1979] olyan modelljavaslatot fogalmazott meg, amelyben az egyén egy döntését nem a döntés eredményeként megjelenő összvagyon, hanem a vagyon változásának függvényében hozza meg. Az általuk definiált hasznosságfüggvény a vagyonváltozás pozitív tartományában monoton növekvő konkáv függvény, azonban a negatív tartományban konvex és meredekebb, mint pozitív esetben, így szimbolizálva a veszteségelkerülést. Mivel a modell egyperiódusú, a befektető minden döntéshozatalnál a zéruspontban elhelyezkedve hozza meg a döntését, így önmagában ebből a kockázatelutasítás nem vethető el. Amennyiben azonban elfogadjuk, hogy a befektetők a beakaszkodás, lehorgonyzás heurisztikájának alkalmazása során kijelölnek egy általuk megtapasztalt referenciapontot, értéket, úgy a függvényen már könnyedén tudunk olyan helyzeteket találni, amikor a befektető számára egy magasabb kockázattal bíró döntés nyújt magasabb hasznosságot egy matematikai értelemben igazságos lehetőségnél (Timotity [2012]). A várható hozam–szórás koordinátarendszerben elképzelve a fenti összefüggést, világosan érzékelhető, hogy a befektető maximalizálni fogja varianciáját az adott várható értékhez tartozó „optimális” választáshoz, hogy elérje a kockázatközömbös helyzetet, azaz – ahogy az *1. ábrán* látható –, *A* befektetés helyett az ugyanazon várható értékkel rendelkező, de magasabb varianciájú *A’* befektetést választja. Így az általánosan elfogadott egyensúlyi modellek szerint irracionális döntést hoz.

A kockázatkedvelők választása modellezhető a portfólióelmélettel a következő módon: a fentebb bemutatott kockázatkedvelés mindig valamilyen korlátba ütközik, valamint a várható érték növekedésével csökkenő varianciához közelít (tehát a kockázatközömbösségi görbe negatív meredekségű a szórás–várható érték koordinátarendszerben). A határvonal, amely a kisebb varianciájú lehetőségekhez többlethasznot ígér az adott befektetőnek, azon pontok halmazát jelöli, amelyekben a befektető kockázatközömbös, mivel a határ alatti varianciánál kockázatkedvelő, felette kockázatkerülő viselkedést folytat. Ez egyben azt is jelenti, hogy figyelmen kívül hagyja a varianciát, és ezen a határgörbén azt a portfóliót választja, amelyik a legmagasabb várható hozamot ígéri. Mivel ez a görbe metszi az elérhető hatékony portfóliók halmazát, a legmagasabb várható értékű portfólió pontosan a két határvonal metszéspontjában lesz, utóbbi definíciójából adódóan. Ezt szemlélteti az *1. ábra*. Ebből az következik, hogy az eddigi egyensúlyi modellek hatékony portfólióhalmaza nem változik meg a befektetők kockázathoz való hozzáállásától, vagyis az egyensúlyi modellezésbe kockázatkedvelő befektetők is bevonhatók.

1. ábra

Kockázatkedvelő befektető



Ezen elméleti eredmény negatívuma, hogy ez a várható hozam–szórás kapcsolatra építő összefüggés alkalmazható ugyan az egyensúlyi modellekben, de csak akkor, ha szimmetrikus eloszlásokkal találkozunk, amelyekről tudjuk, hogy a valóságban nem léteznek. E probléma kiküszöbölésére alkalmazhatjuk a feltételes kockáztatott érték (*CVaR*) megközelítést, amelynek segítségével bármilyen eloszlást vizsgálhatunk.

A portfólióelméletben a hozamvariancia, majd később a *CAPM* béta paraméter alternatívájaként már az 1980-as évek végén (leginkább az 1987-es összeomlás hatására) többen kezdték használni a Value-at-Risk mutatót (*Holton* [2003]). A *VaR*-mutató a derivatívák, opciók és a normáltól eltérő eloszlású pénzügyi eszközök számára új megoldást jelentett, mivel a valós eloszlásuk alapján egy adott konfidenciaintervallumhoz tartozó veszteségi szintet adott meg. A *VaR* számos előnye ellenére negatív tulajdonságokat is hordozott, így például hiányzott jellemzői közül a szubadditivitás és a konvexitás (Rockafellar, Uryasev

[2000]). A *CVaR* segítségével ezek implementálhatóvá váltak, amely miatt ez a percentilis alapú technika a jelenleg legpontosabb kockázatmérési módszer (Krokhmal, *Palmquist*, Uryasev [2002]).

E feltételes kockáztatott érték meghatározása ebben a modellben némileg másképp zajlik, mint a megszokott módszerek esetében. Dolgozatunkban a $CVaR_\alpha(x)$-et negatívként értelmezzük (szemben a megszokott módszerrel, ahol a veszteségfüggvényt pozitív értékén veszik figyelembe – vagyis a $CVaR_\alpha(x)$ minimalizálásáról van szó), tehát a veszteségfüggvény negatív hozamot ad; a várható érték alatti pozitív hozamszakaszt viszont megtartja, és nem maximalizálja 0-val, így a $VaR_\alpha(x)$ és $CVaR_\alpha(x)$ α értékétől függően akár pozitív értéket is felvehet (magas α esetén). Ennek a változtatásnak nincs hatása a számítási módszerek eredményére, csupán a $CVaR_\alpha(x)$ megfoghatóságát, értelmezhetőségét, reális környezetben való elhelyezését segíti. A számítási eredmények tekintetében itt nem minimalizálásról, hanem $CVaR_\alpha(x)$ maximalizálásról van szó, amely 0 feletti értéket is felvehet. α értékét a dolgozatban 0,5-en (50%-on) fixáljuk, mert az elméleti háttér bemutatására ez a legmegfelelőbb szint.

Ahogy már az előzőekben említettük, nagy α esetén pozitív $CVaR_\alpha(x)$-szel rendelkező befektetések is előfordulhatnak a valóságban. Ezek számítására a legtöbb módszer nem alkalmas; azon számítások, amelyek 0-ban minimalizálják (vagy maximalizálják) a $CVaR_\alpha(x)$ értékét, azok az e feletti (vagy ez alatti) eloszlást teljesen elhanyagolják. Ezek alapján két, a várható érték közelebbi környezetében teljesen más eloszlással rendelkező befektetést ugyanúgy kezelhetnek. Ennek kiküszöbölésére a teljes negatív kockázat mérése (50%-os α-val) jó megoldásnak tűnik – igaz, ezzel a vastag farkú (fat-tail) eloszlások kevésbé érzékeltetik hatásukat a $CVaR_\alpha(x)$ kiszámításakor. A pozitív időpreferenciából adódóan vannak olyan befektetések, amelyek $CVaR_\alpha(x)$ értéke is meghaladja a 0-át, vagyis a kockázat olyan kicsi, hogy a várható értéktől való várható negatív eltérés kisebb, mint maga a várható érték. Másképpen fogalmazva, ha negatív irányba mozdul el a befektetés, akkor annak a feltételes várható értéke is pozitív, várhatóan a legrosszabb 50%-ban is pozitív hozamot tudunk realizálni. Ez lényegében a klasszikus egyensúlyi modellekben megtalálható kockázatmentes hozamnak felel meg, ez a valóságban azonban nem ténylegesen kockázatmentes, így $CVaR_\alpha(x)$ mindig kisebb, mint $E(r)$.

Az egyén kockázatkerülésének meghatározására, ahogy már láthattuk, elég egyetlen paramétert, az egyénre jellemző A kockázatkerülési együtthatót tudni. Ennek segítségével kockázatkerülő és kockázatkedvelő helyzetben egyaránt (feltételezve, hogy elfogadjuk, hogy a Kahneman–Tversky-hasznosságfüggvény pozitív oldalán mérhető kockázatkerülési együttható megegyezik a várható hasznossággal vizsgált együtthatóval) leírható a befektető viselkedése, számára meghatározható a hasznosságmaximalizálás és az elérhető portfóliók korlátaiból összegezhető optimum.

Kockázatkerülő esetben a várható hasznosságból levezethető, közelítő függvény alkalmazása ebben a rendszerben is használható a következő módon:

A Markowitz-modell szórás-hozam összefüggéséből ismert, hogy

$$U(F) \cong E(F) - 0{,}5a\sigma^2. \tag{1}$$

A szórásról *CVaR*-paraméterre való áttéréssel (részletes levezetést lásd Timotity [2012]) az iménti közelítő egyenlet a következőképpen is felírható:

$$U = E(r_x) - \frac{0{,}5}{0{,}8^2} a[E(r_x) - CVaR_{0,5}(x)]^2 . \qquad (2)$$

Az iménti összefüggést szemlélteti a hatékony portfóliók görbéje (*2. ábra*). A következő fejezetben erre az egyenletre mint a *CVaR*– *E*(*r*) rendszert leíró, alapvető összefüggésre alapozva építjük fel kibővített modellünket.

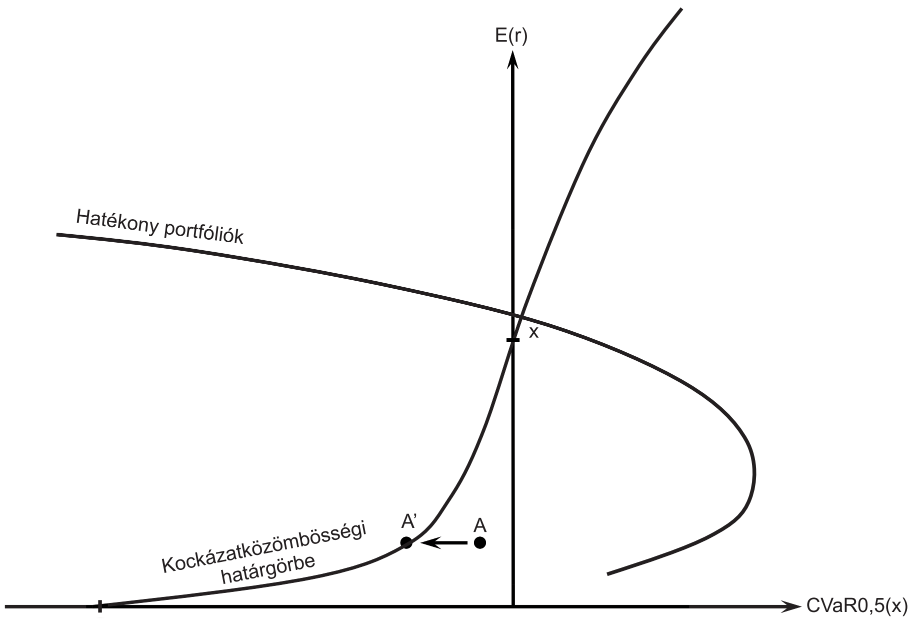
A normál eloszlásra építő modellek (amelyek a gyakorlatban létrejövő diverzifikáció hatását eltúlozzák, valamint nem veszik figyelembe a rövid távú hozamok autokorreláltságát) nem tudják jól leírni a kockázatkedvelés jelenségét a valóságban előforduló, vastag farkú eloszlások világában. A varianciára építő elmélet a várható hozam körül csak szimmetrikus eloszlások esetében érvényes; ennek kiküszöbölésére egy olyan paramétert szükséges bevezetni, amely az eloszlás ferdeségétől és csúcsosságától függetlenül, azonos értékkel tud leírni egy negatív és egy pozitív elmozdulást egyaránt. Erre is megoldást jelent a *CVaR* használata 50%-os α mellett.

A varianciára bemutatott összefüggés feltételes kockáztatott érték (*CVaR*) – várható hozam [*E*(*r*)] rendszerbe való átültetésének eredményeként minden befektető a kockázatkerülési együtthatójának megfelelő mértékű hasznosságváltozásig maximalizálja kockázatát; másképpen fogalmazva, minimalizálja *CVaR*-értékét egy bizonyos (a kockázatközömbös) szintig. A rendszerbe való implementálásból belátható az is, hogy a nagyobb kockázathoz (alacsonyabb *CVaR*-hoz) tartozó kockázatközömbös helyzet alacsonyabb elvárt hozamot [*E*(*r*)] kíván meg. Ugyanez a jelenség volt látható az 1. ábrán is, de mivel itt a *CVaR* csökkenése jelenti a kockázat növekedését, e kockázatközömbös helyzetek összessége negatív helyett pozitív meredekségű függvénnyel írható le. Ezen szituációk összessége látható a 2. ábrán a kockázatközömbösségi határgörbével együtt ábrázolva. Mint az az ábráról is észrevehető, a kockázatközömbös befektető ebben a rendszerben is a magasabb várható hozamú portfóliót fogja választani az említett görbéről, amely szintén a hatékony portfóliók halmazának és a kockázatközömbösségi határgörbének a metszéspontjában lesz.

A feltételes kockáztatott értéken alapuló várhatóérték-modell tehát ebben az esetben is működőképes, a kockázatkedvelés jelenségét nem kell elutasítani; ha az korlátot kap, implementálhatóvá válik, és ezáltal a modellben szereplő portfóliók hatékonysági határa nem sérül, az adott *CVaR*-hoz tartozó maximális (elvárt) hozam ugyanaz marad.

2. ábra

Kockázatközömbösség és hatékonyság CVaR–E(r) környezetben



3. A korlátozott tőkeáttétel esete

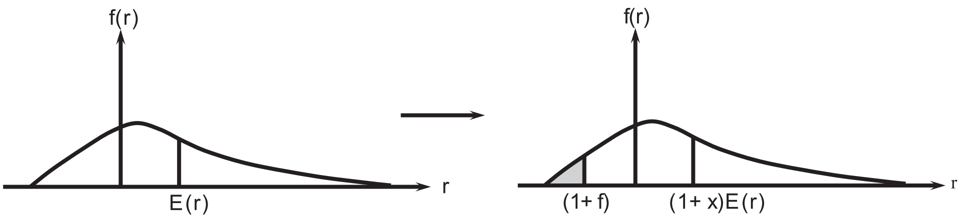
A jelen tanulmány valódi hozzáadott értékét e fejezetben fejtjük ki, amikor szakítunk a standard eszközárazási modellek levezetése során definiált, korlátlan tőkeáttételi lehetőséggel. Az egyensúlyi modellek kockázatmentes befektetési és hitelfelvételi lehetősége alapján definiálják a tőkepiaci egyenest, amely a végtelenbe futva, valójában a végtelen tőkeáttétel lehetőségét mutatja. A valóság azonban ennél jóval árnyaltabb, és az esetek túlnyomó részében nincs lehetőség ilyen pozíciók felvételére. Természetesen hitellel kombinált pozíció elvárt hozama is leírható a modell segítségével, azonban valós faktorokkal számolva, az eredmény teljesen eltérő a korábbi modelleknél tapasztalhatótól. A korábbi modellekkel szemben a hitelfelvétel itt nem korlátlan a tőkepiacon, és nem feltétlenül a kockázatmentes kamatlábon áll rendelkezésre. A tőkeáttétel hatását reálisan figyelembe véve, a következő (a korábbiaknál jóval inkább valósnak mondható) feltételezésekkel élünk:

- Mindenki számára csak korlátozott mértékben áll rendelkezésre hitelfelvételi lehetőség (ez akár ténylegesen hitel formájában, akár rövid pozíció eladásaként jelenik meg), a következő ábrán és képletekben ezt $(1+x)$ értékként használjuk (tehát például 2:1-es tőkeáttétel esetében x=1).
- Minden hitelfelvételkor egy fedezeti érték kerül meghatározásra, amely a pozíció automatikus zárását, likvidálását vonja maga után, ha a portfólió értéke f százalékára csökken; ez hozamra felírva $r=(-1+f)$ fennállásakor valósul meg.

Ezen tényezők miatt megállapítható, hogy a kamat költségének fejében a hitelfelvételi lehetőségen felül a befektetők számára további előnyök keletkeznek: ilyen például az „ingyenes" biztosítás, amely a fedezeti likvidálás miatt merül fel. Ebben az esetben a befektető nem veszíthet teljes befektetett vagyonánál többet, pedig az lehetséges lenne a tiszta tőkeáttételes pozíció eloszlását tekintve. Ez a kockázatcsökkentés nem kerül többletköltségbe számára, ezzel ellentétben viszont mérsékeli a negatív hozamot, így növeli a tőkeáttételes portfólió várható hozamát. Ezt szemlélteti a következő ábra, valamint az analitikus leírás.

3. ábra

Tőkeáttétel hatása fedezet mellett



$$E(r)_L = E(r)_P(1+x) - r_c x + p\big(r_Q < -1+f\big) CVaR_{Q,p(rQ<-1+f)} - \tag{3}$$
$$- p\big(r_Q < -1+f\big)(-1+f),$$

$$E(r)_L = E(r)_P(1+x) - r_c x + p\big(r_Q < -1+f\big) \cdot \tag{4}$$
$$\cdot \big(CVaR_{Q,p(rQ<-1+f)} - VaR_{Q,p(rQ<-1+f)}\big),$$

ahol
– $E(r)_L$ a tőkeáttételes L portfólió várható hozama,
– $E(r)_P$ a tőkeáttétel nélküli P portfólió várható hozama,
– $(1+x)$ a tőkeáttétel mértéke,
– $r_c x$ a tőkeköltség és a hitelmennyiség szorzata (a tőkeáttétel költsége),
– $p(r_Q < -1+f)$ annak a valószínűsége, hogy Q tőkeáttételes, de fedezet nélküli portfólió hozama $(-1+f)$ hozamnál kisebb hozamot produkál,
– $CVaR_{Q,p(rQ<-1+f)}$ a Q portfólió p valószínűségéhez tartozó feltételes VaR-ja,
– $VaR_{Q,p(rQ<-1+f)}$ a Q portfólió p valószínűségéhez tartozó VaR-ja.

Mivel $CVaR \geq VaR$ adott eloszlásra és adott valószínűségi szintre, valamint r_Q az x mértékű hitelfelvétel hatására $(1+x)$-szeres környezetében szóródik, ezért x növekedésével a konstans határhozam helyett növekvő határhozamról beszélünk. Másképpen fogalmazva a tőkeáttétel növelésének hatására nem lineáris a $CVaR$– $E(r)$ tőkeáttételes portfóliókat leíró függvény, $\frac{dE(r)}{dx}$ nem állandó.

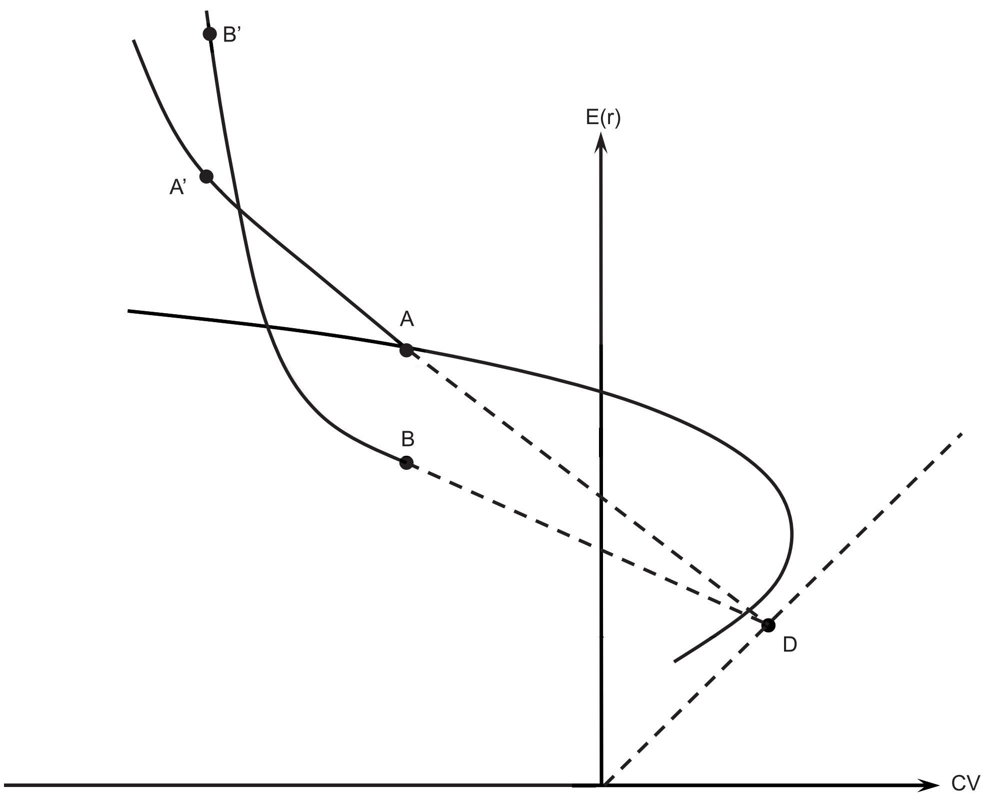
A fenti magyarázat alapján könnyen belátható, hogy létezhet olyan tőkeáttételes pozíció, ahol *A* és *B* tőkeáttétel nélküli portfóliókat tekintve, ahol $CVaR_{0,5;A}=CVaR_{0,5;B}$, valamint $E(r)_A > E(r)_B$, a fedezet miatti kockázatcsökkenés és eloszlásának alakjának különbözősége miatt *A* és *B* tőkeáttétellel elérhető várható hozamai között fordított differencia van: $E(r)_{L;A} < E(r)_{L;B}$. Ez akkor fordulhat elő, ha *B* portfólió hozamának sűrűségfüggvénye jóval inkább vastag farkúra (fat-tailre) hasonlít, vagyis:

$$p\left(r_{B(1+x)} < -1+f\right)\left(CVaR_{B(1+x),p(rB<-1+f)} - VaR_{B(1+x),p(rB<-1+f)}\right)$$
$$-p\left(r_{A(1+x)} < -1+f\right)\left(CVaR_{A(1+x),p(rA<-1+f)} - VaR_{A(1+x),p(rA<-1+f)}\right) > \tag{5}$$
$$> [E(r)_A - E(r)_B](1+x),$$

ahol $r_{B(1+x)}$ a *B* portfólió (1+*x*) tőkeáttétellel elérhető hozamát jelöli a fedezetet nem belekalkulálva; értelemszerűen a többi paraméternél ugyanez a jelölésrendszer érvényesül. Az iménti esetet a *4. ábra* mutatja, ahol *A* és *B* a tőkeáttétel nélküli portfóliókat, *A’* és *B’* az (1+*x*)-szeres tőkeáttételt tartalmazó portfóliókat, *D* a hitelfelvételi kamatlábat, a szaggatott vonal pedig a 45°-os maximális határt jelöli, amely görbe alatt nem létezhet portfólió, mivel $CVaR_{0,5} \leq E(r)$.

4. ábra

Eltérő eloszlásból adódó portfólióértékelés

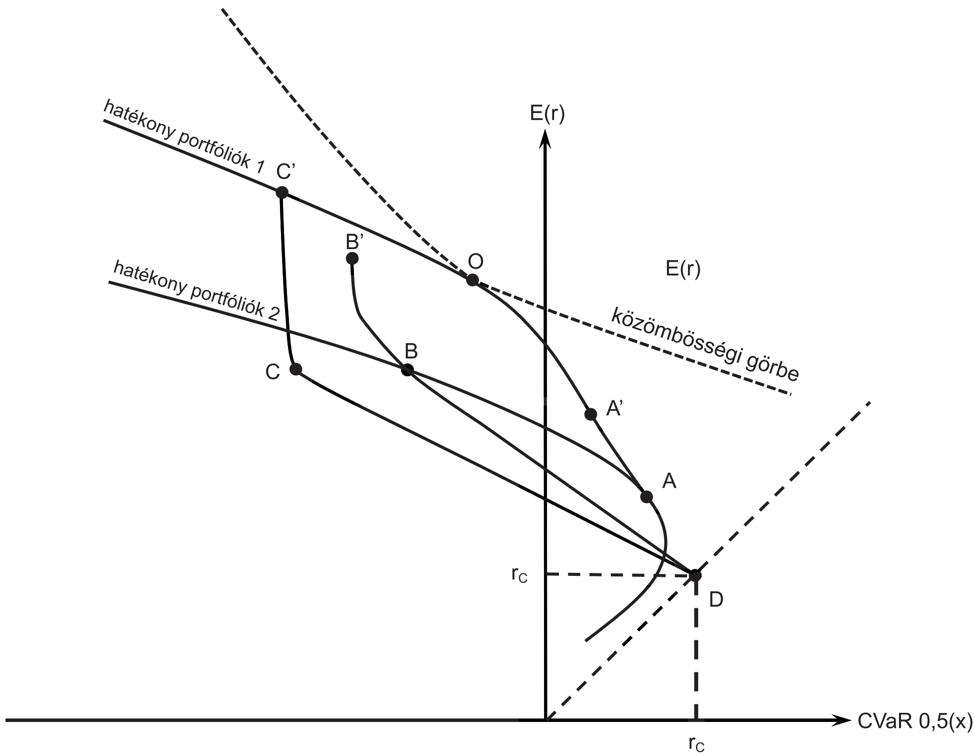


Ebben az esetben elmondható, hogy olyan befektetők, akik kockázatkerülő magatartásúak, racionálisan tarthatnak olyan portfóliót, amely a tőkeáttételes lehetőségeket nem nézve, adott kockázathoz alacsonyabb várható hozamot ígér, vagyis nem feltétlenül szükséges azonos portfóliók tartása. Tehát így elfogadhatóvá válik az elsőre irracionálisnak tűnő, „nem hatékony ” portfóliók tartása. Ezen elem sajátossága a régebbi modellekben emlegetett diverzifikáció feltétlen dominanciája ellen is szól. A portfólió diverzifikálásának hatására a szórás csökkenni kezd, az eloszlás végtelen elemszám felé haladva, a normális eloszlás felé tart. Ezen eloszlásnak a szélső értékeinél jóval kisebb várható értéket (*CVaR*-t) mérhetünk, mint egy fat-tail eloszlásnál, ezáltal a tőkeáttétel és a fedezet nyújtotta előnyöket is kevésbé élvezhetjük. Nem elég a diverzifikációt önmagában célként tekinteni, azt a tőkeáttétellel és fedezettel együtt érdemes értelmezni.

Sajnos, ezen környezeti paraméterek rendkívül széles skálán tudnak mozogni, azonban kellő információ birtokában jól regresszálható a rájuk épülő árazási modell. A befektetők viselkedésének modellezésére a tradicionális pénzügyi közgazdasági modellekben egyetlen paraméterre van szükségünk, az „*a*” kockázatkerülési együtthatóra. Ennek mérésére különböző módszerek léteznek a kérdőíves felmérésektől kezdve (*Czachesz* és *Honics* [2007]; *Andor* [2008]) egyéb obszervatív tesztekig. A mai technológia segítségével folyamatosan mérhető a befektetői kockázatkerülés mértéke, a kereskedési tevékenység megfigyelésén keresztül folyamatos korrekció lehetséges. Az adott viselkedésmóddal történő optimális választás eléréséhez szükségünk van „*a*” változón kívül még a befektetések pontos feltételes Value-at-Risk értékére, valamint a változó tőkeáttételi lehetőségek miatt az eloszlások jellegére, a tőkeáttételi korlátra és a hitelnyújtásért ellenértékként elkért kamatláb mértékére. Ezen paraméterek segítségével meghatározható minden egyes befektető közömbösségi görbéje és az elérhető hatékony portfóliók halmaza (x tőkeáttételi korláttal, r_C kamatköltséggel, valamint a portfóliók $CVaR$–$E(r)$ kombinációival); ezekből adódóan végül a befektető számára optimális választás is. Az iméntiek összefoglalására mutatjuk be az *5. ábrát*, amelyen az előzőeknek megfelelően *A*, *B*, *C* a tőkeáttétel nélküli, *A’*, *B’*, *C’* a tőkeáttételes portfóliókat, *O* az optimális választást, *D* pedig a hitelkamatlábat jelöli (amelynek mértéke r_c mindkét tengelyen). Látható, hogy eltérő tőkeáttételi szintekhez, illetve eltérő kamatköltséghez más kiindulási (tőkeáttétel előtti) portfóliót is választhat két különböző lehetőséggel rendelkező befektető: ebben az esetben például az *A’* és *C’* portfóliót is tartalmazó (hatékony portfóliók 1) görbéről kerül ki az optimális választás, azonban egy tőkeáttétellel nem rendelkező befektető hatékony portfólióhalmazára (hatékony portfóliók 2) csak *A* portfólió kerül, *C* portfólió már nem lesz hatékony ezen a tőkeáttételi szinten.

5. ábra

Egyéni optimalizálás tőkeáttétel mellett



Ahhoz, hogy a piaci várható hozamot megállapítsuk, szükség van az egyéni optimumok aggregálására. Ezzel kapcsolatban megállapítható, hogy az egyének különbözőségeinek egy modellben való megjelenítése a jelenlegi technológiai feltételek mellett (adatbázisok, információfeldolgozási és számítási kapacitások) már megoldhatónak tűnik.

A korlátozott tőkeáttétel, illetve általában a tőkeáttételes pozíció gondolata erősen összekapcsolódik az árelfogadás feltételezésével, amely a standard CAPM-modell megalkotásának sarkalatos pontja. A modell felépítéséhez az eddigiekben ezt az árelfogadó szerepet vizsgáltuk, vagyis azt, hogy a befektető csak adott *CVaR–E*(*r*) kombinációk közül választhat. Ettől a ponttól kezdve azonban nem lehet ilyen egyszerűsítéssel vizsgálódni, mivel egyes befektetők elérhető portfólióhalmazai között óriási különbségek is lehetnek. Az egyéni befektetőket tehát innentől önálló ármeghatározó szereplőkként vesszük számításba. Azon intézmények, amelyek hozzáférnek a befektetők kereskedési adataihoz, a múltbeli választások alapján könnyen meg tudják határozni a számukra elérhető portfóliók figyelembevételével a viselkedési mintákat, így a kockázatkedvelésre való hajlamot, a kockázatkerülési együttható mértékét, hasznossági függvényük jellegét. Valójában minden információ adott a számukra, hogy a jövőre vonatkozó *CVaR–E*(*r*) előrejelzésekkel megállapítsák minden egyes befektető optimális választását; ahhoz azonban, hogy ezeket a döntéseket összegezni lehessen, és így megállapítható legyen a befektetők összessége által a piacon kialakított maximális várható hozam adott feltételes Value-at-Riskhez, szükséges az adott *CVaR*-hoz tartozó, de különböző „maximális" elvárt hozamok közötti kapcsolat feltárása.

Anélkül, hogy a tőkepiaci mikrostruktúra-elméletbe belemennénk, elmondható, hogy kisebb befektetői csoportok a tőkeáttételi korlát és a hitelköltség által szegmentálva eltérő elvárt hozamokat alakítanak ki, azonban lévén, hogy a piaci kereskedésben minden terméknek egy adott árfolyama van egy pillanatban, látható, hogy ezek a hozamra vonatkozó eltérő elvárások valamilyen függvény szerint átlagolódnak, összegződnek. A dolgozatnak nem fő témája ezen összegző függvény leírása, a regresszió becslése érdekében azonban alternatívaként megemlíthetjük, hogy ilyen függvény lehet egy értéksúlyozott elvárt hozam, vagyis az, hogy a különböző befektetők által támasztott, eltérő hozamelvárásokhoz a hozzájuk tartozó befektetők vagyonát rendeljük, és ezen vagyonösszegek szerint súlyozzuk az elvárt hozamokat. E súlyozó függvény bemutatásához a makroökonómiai aggregált keresleti és kínálati görbékből indulhatunk ki. Megemlítendő, hogy az ilyen jellegű hozammeghatározás értelemszerűen annál pontosabb, minél nagyobb adatbázist ölel fel. Ez történhet egyedi pénzügyi intézetek, kereskedési felületek klienseinek vizsgálatával, de tágabb kitekintésben állami (például az amerikai Securities and Exchange Commission felügyeletével) vagy akár nemzetközi szinteken (például az Nemzetközi Valutaalap [IMF] vagy az Európai Központi Bank [ECB] közreműködésével) történő megvalósulása esetén meglehetősen pontos előrejelzést lehetne adni a világ tőkepiacainak jövőbeli árfolyamaira.

4. Következtetések

A modellünk alapjaként felhasznált módszer – bár jelentős előrelépéseket hozott a standard tőkepiaci árazási modellekhez képest – szükséges feltételei között szerepeltette a minden befektetőre vonatkozó, korlátlan hitelfelvétel lehetőségét. Tanulmányunkban az egyéni optimum pontosabb meghatározásával lehetővé vált a piaci szereplők differenciált szituációkban való kezelhetősége. A piaci árfolyamokat, és így a piaci várt hozamot ezen egyéni optimumok vagyonnal súlyozott aggregálására vezettük vissza, ezzel lényegében a nagy volumennel kereskedő befektetők körének szignifikáns ármeghatározó szerepet tulajdonítottunk. Mint említettük, ezen aggregált várható hozam pontossága a mintavételi torzításnak megfelelően az elemszám és a reprezentativitás növekedésével párhuzamosan nő, vagyis minél tágabb kitekintésben vizsgáljuk a modellt, minél szélesebb körben (akár nemzetközi intézmények szintjén) használjuk, annál inkább leírhatóak a vizsgált eszközök kockázatai és a hozzájuk tartozó várható hozamok. E nemzetközi alkalmazás jelentősége tükröződik a Bázeli Bizottság 2012. májusi elemzésében is (Bank for International Settlements [2012], p. 20.), amelyben a bizottság a feltételes kockáztatott értékre (*CVaR*) való áttérést támogatja a kockázatelemzési rendszerek esetében, valamint a 2013-ra tervezett egységes európai bankfelügyeleti rendszer is lehetőséget teremthetne a közös adatbázis alapján történő modellezésre. A nemzetközi szinten elfogadásra kerülő *CVaR*-alapú megközelítésbe így könnyedén implementálhatóak lennének a dolgozatban leírt jelenségek.

Irodalomjegyzék

Andor Gy. [2008]: Üzleti gazdaságtan. Typotex, Budapest

Bank for International Settlements [2012]: Consultative Document: Fundamental Review of the Trading Book. 2012. május, p. 20.

Czachesz G., Honics I. [2007]: Magyarországi megtakarítók kockázatvállalási hajlandóságának vizsgálata. *Hitelintézeti Szemle*, 6 (2), 129–166. o.

Holton, G. A. [2003]: Value-at-Risk: Theory and Practice, Academic Press

Joó I., Ormos M. [2012]: A befektetési teljesítmény és a diszpozíció kapcsolata. *Hitelintézeti Szemle* 11 (4), 360–370. o.

Kahneman, D., Tversky, A. [1979]: Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47 (2) March, pp. 263–291.

Markowitz, H. [1959]: Portfolio Selection, Yale University Press, New Haven

Molnár, M. A. [2006]: A magyar tőkepiac vizsgálata pénzügyi viselkedéstani módszerekkel. Doktori értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem

Odean, T. [1998]: Are Investors Reluctant to Realize Their Losses? *The Journal of Finance,* Vol. 53, No. 5., pp. 1775–1798.

Rockafellar, R. T., Uryasev, S. [2000]: Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk* 2, pp. 21–41.

Rockafellar, R. T., Uryasev, S. [2002]: Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking & Finance* 26, pp. 1443–1471.

Sharpe, W. F. [1964]: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance* 19, pp. 425–442.

Timotity, D. [2012]: Kockázat korlátok nélkül. BME–GTK Tudományos Diákköri Konferencia