PALJAK GERGELY JÁNOS

Kvantitatív befektetési stratégiák egyensúlya[1]

Tanulmányomban a tőkepiaci kvantitatív befektetési modellek elterjedésének hatását vizsgálom a tőkepiacok stabilitására, buborékok kialakulására, a befektetők koordinációjára és a tőkepiacok hatékonyságára.

Kvantitatív modellek már ma is segítik a befektetők döntéseit, de a technológiai fejlődés révén hamarosan olyan könnyű lesz használni azokat, mint egy alkalmazást az okostelefonunkon. Részletesen áttekintem a legújabb kvantitatív befektetési módszereket, és bizonyítom, hogy ezen befektetési stratégiák átgondolatlan használata veszélyt jelent a piacok stabilitására. Hiszen ha csupán néhány modell lesz hirtelen népszerű (éppen úgy, mint az okostelefonon futó alkalmazások esetében), mindenki hirtelen ugyanazt akarja majd vásárolni és eladni: ezt pedig buboréknak nevezzük, és gazdasági válsághelyzeteket is okozhat. Ha mindenki ugyanazt a modellt használja, a piac dinamikája elkezd hasonlítani a momentumkereskedés által gerjesztett buborékokhoz.

A döntést, hogy használunk-e egy kvantitatív modellt vagy sem, a modellválasztás dilemmájának nevezem. Ezt a dilemmát visszavezetem az Arthur-féle „El Farol bár” játékelméleti problémára, amely korlátozott racionalitású ágensek viselkedését modellezi. Figyelembe véve a tőkepiaci szereplők tanulásra való képességét (Roth–Erev-modell szerint), alkalmazom Whitehead tételét, és megmutatom, hogy hosszú távon az egyensúly felé konvergálnak a piacok. Ez egy jól definiált részesetre formálisan bizonyítható is. Ez a modell egy koordinációs mechanizmust mutat be a piacon.

Legjobb tudomásom szerint ez a dolgozat az első publikáció, amely Arthur „El Farol bár” játékát, Whitehead tételét, valamint a Roth–Erev megerősítéses tanulási modellt alkalmazza a tőkepiaci szereplők viselkedésének leírására. A modellt az újszerű alkalmazás mellett kiegészítem két tétellel, amelyek szerint minden tőkepiaci szereplő számára becsülhető a piac egyensúlyi állapota, vagyis szándékosan gyorsítható a konvergencia az egyensúlyhoz.

1. BEVEZETÉS

Dolgozatomban a tőkepiaci kvantitatív befektetési modellek elterjedésének hatását vizsgálom a tőkepiacok stabilitására, buborékok kialakulására, a befektetők koordinációjára és a tőkepiacok hatékonyságára.

1 Szeretném megköszönni *Illés Ferenc* és *dr. Csóka Péter* tanácsait a dolgozat elkészítése során, továbbá szeretném megköszönni *dr. Deliné Pálinkó Éva* és *dr. Ormos Mihály* segítségét. Jelen dolgozat a Budapesti Értéktőzsde Kochmeister Frigyes-pályázatán első díjat elért, azonos című pályamű tömörített változata. A teljes dolgozat megtekinthető a Budapesti Értéktőzsde honlapján: http://bet.hu/topmenu/tozsde/kochmeister.

Tanulmányomban szeretném felhívni arra a veszélyre a figyelmet, amelyet a kvantitatív befektetési modellek terjedése és gondatlan használata jelent. Be fogom mutatni, hogy a kvantitatív modellek túlzott használata pontosan olyan jelenségekhez vezet, mint amilyenekre a momentumbefektetés a 2000-es évek elején: mindenki egyszerre ugyanazt akarja venni, majd egyszerre ugyanazt eladni. Ez a buborék és a piaci instabilitás definíciója, és minden, a tőkepiacok egészségéért aggódó szabályozó testület rémálma.

Az „El Farol bár" játékelméleti modellt használom (Arthur [1994]), amikor korlátozott racionalitású ágensként modellezem a tőkepiaci szereplőket. Erre a modellre vonatkozik Whitehead tétele, amelyet legjobb tudomásom szerint jelen dolgozat előtt még nem alkalmaztak tőkepiaci viselkedés modellezésére. Ezen keresztül belátom, hogy racionális feltételezések mellett a piacok hosszú távon a tőkepiaci hatékonysági hipotézise által leírt állapot felé konvergálnak.

Cikkem felépítése: röviden bemutatom a kvantitatív befektetési módszereket (*1.1.*): a nem automatizált, matematikai modell alapú befektetéseket és az automatizált, algoritmikus kereskedést. A *2. fejezetben* a kvantitatív befektetési modellek terjedésének modellezési lehetőségeit vizsgálom az „El Farol bár" játék segítségével. A stratégiák ésszerűtlenül elterjedő alkalmazását visszavezetem a momentumkereskedés túlzott alkalmazására. Ha van ésszerűtlen alkalmazás, akkor lennie kell valamilyen ésszerű egyensúlynak is. Ezt az egyensúlyt keresve ismertetem részletesen az „El Farol bár" játékelméleti modellt, majd vizsgálom a modell következményeit. Végül a modell egy továbbfejlesztési lehetőségét tekintem át a *2.2. fejezetben*.

1.1. Kvantitatív befektetések

A befektetések kvantitatív kezelése egy aktív portfóliómenedzsment-technika. Jellemzője, hogy az alap befektetéseit nem közvetlenül és kizárólag a portfóliómenedzser véleménye határozza meg, hanem a befektetési döntések egy modell kimenetéből következnek (amelyet a portfóliómenedzser persze megváltoztathat bizonyos esetekben). A modell maga sokféle lehet, általában valószínűségi, statisztikai és gépi tanulási módszerek eredményeképpen jön létre.

A kvantitatív módszerek az 1970-es években jelentek meg a szakirodalomban, 2001-ben még csak három ismert kvantitatív alap volt, 2005-ben már 21, 2006-ban 81, 2011-ben pedig 1834 aktív és magáról adatokat kiadó alapot regisztráltak, a kezelt eszközök összértékét 2006-ban 40 milliárd USD-re becsülték. (*Burke* [2006]; *Chincarini* [2010]). A 2006-os felmérés óta minden bizonnyal jelentős volt a növekedés a kezelt eszközöket illetően is, sajnos, erre vonatkozóan pontos adatokat nyilvános adatbázisból nem tudtam elérni.

A kvantitatív alapok népszerűsége több faktorból származik:

- Sokan többlethozamot látnak a kvantitatív alapokban. Egy tanulmány a kvantitatív alapok előnyét a kvalitatív (hagyományos módszerekkel kezelt) alapokhoz képest időszaktól függően, statisztikailag szignifikánsan havi 6–42 bázispontra teszi (Chincarini [2010]).
- A kvantitatív alapok diverzifikációs lehetőséget biztosítanak. Jellemzően nagyon alacsony a korreláció a kvantitatív és a kvalitatív alapok között (a korrelációs együttható a tapasztalat szerint <0,15).

- A kvantitatív befektetési folyamat kiiktat bizonyos emberi hibákat (pl. egy elemzés elhagyása hanyagságból vagy a különböző pszichológiai torzítások, érzelmi befolyások [*emotional, psychiological bias*]). Ugyanakkor természetesen más hibák előtérbe kerülnek: részben vagy teljesen automatizált kereskedés eseten nagyon könnyen és gyorsan lehet sokat veszteni, ha nem megfelelő a modell vagy program verifikációja és validációja, hiszen a program már nem fog józan ésszel ellenőrizni (*sanity check*).

1.1.1. Kvantitatív befektetési folyamat

A kvantitatív befektetés folyamat jellemzően három nagy részfeladatból áll:

- Adatbázis készítése és karbantartása: adatbázisok elérhetőek specializált szolgáltatóktól (pl. Bloomberg, S&P CapitalIQ, FactSet), illetve az alapkezelő rendelkezhet saját adatbázissal is.
- Előrejelzések készítése (alfagenerálás). Az előrejelzés során kerül előtérbe a matematikai modell, amelyet alkalmaz az alap. A modell minősége dönti el, hogy képes-e a piaci szint feletti hozamot (alfát) termelni.
- Portfólió összeállítása. A portfólió-összeállítás során a legfontosabb eldönteni, hogy mely kockázatokat kívánjuk diverzifikálni és mely kockázatokat vállaljuk. Nyilván, ha minden nem szisztematikus kockázatot diverzifikálunk (a szisztematikus kockázat nem diverzifikálható), akkor a piaci portfólióhoz fogunk eljutni (nem sok reményünk van alfára), ha pedig nem diverzifikálunk, az ésszerűtlen kockázatvállalás gyenge teljesítmény okozhat. Például a Black–Litterman-modell (Black–Litterman [1992]) segítségével be lehet építeni az optimalizált portfólióba a kvantitatív előrejelzéseket, de természetesen sok más modell is létezik.

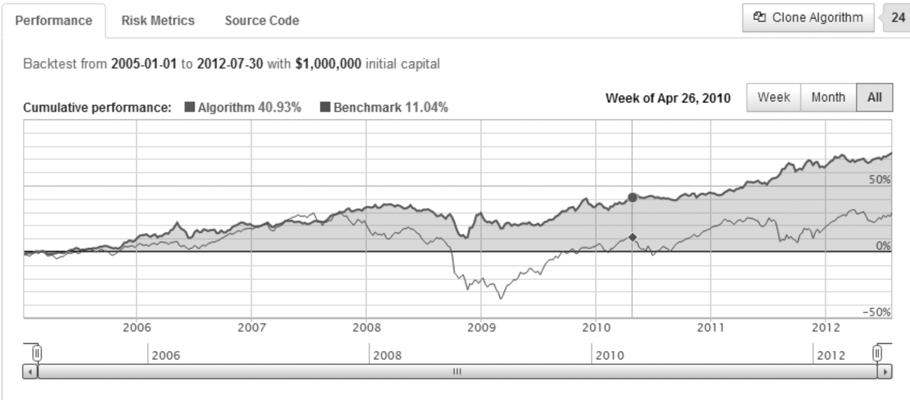
1.1.2. Quantopian – befektetési algoritmusok online piaca

A Quantopian (https://www.quantopian.com) egy online kvantitatív befektetési algoritmus piac. Bárki feltöltheti algoritmusát, vagy böngészheti a már más által feltöltötteket. Azok számára, akik már szereztek kvantitatív kereskedésben tapasztalatot, az új stratégiák fejlesztése pofonegyszerű: csak a stratégia (algoritmus) magját kell megírni, a keretrendszer foglalkozik a befektetési metrikák (megtérülés, alfa, béta, Sharpe-mutató stb.) és a historikus tesztek (*backtest*) kiszámításával (*1. ábra*). A Quantopian-platform modellje az olyan kvantitatív befektetés, amelyben emberek is döntéseket hoznak, tehát bár modellalapú, nem teljesen algoritmizált a kereskedés.

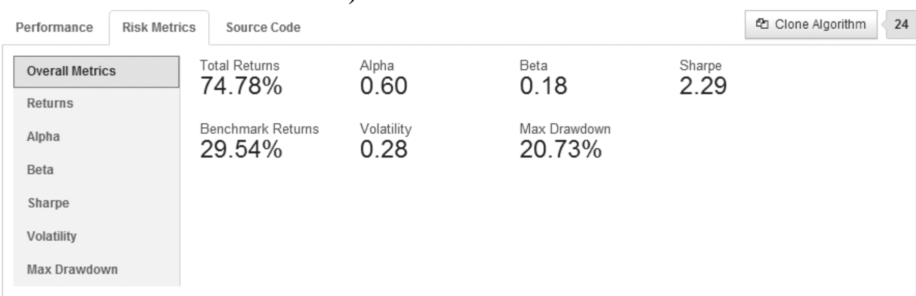
1. ábra

Egy Quantopian-algoritmus három nézete

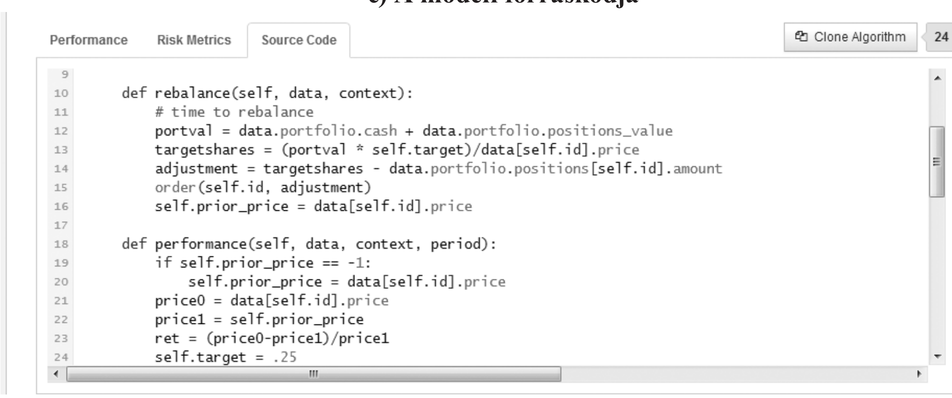
a) Historikus hozamok a benchmarkhoz képest



b) Befektetési metrikák



c) A modell forráskódja



Forrás: Quantopian

A Quantopian egyelőre nem tesz lehetővé folyamatos online kapcsolatot a piacokkal, bankokkal. Viszont a technikai megvalósítás nagyon könnyű, rengeteg banki platform rendelkezésre áll, ezért könnyen elképzelhető, hogy a közeljövőben ez megvalósul majd. De aki komolyan gondolja, addig is képes létrehozni Quantopian-alapú, félig vagy teljesen automatizált kereskedési megoldásokat.

1.1.3. Bloomberg App Portal

Jelen dolgozat megírásával közel egy időben jelentette be a Bloomberg (a világ egyik legnagyobb és legismertebb pénzügyi adatszolgáltatója), hogy a Bloomberg-terminálokon elindítja az App Portal szolgáltatást, amelynek a segítségével külső fejlesztők alkalmazásait tölthetik le a terminál felhasználói (Bloomberg [2012]). Ez a rendszer nagyon hasonló az Apple iTunes vagy a Google Play online alkalmazáspiacaihoz az okostelefonok világában, kivéve, hogy a nagyvállalati réteget, a professzionális befektetőket célozza.

Az első napon 45 alkalmazás érhető el a rendszerben, a főbb kategóriák: adatelemzés, hírek és kutatás, portfóliómenedzsment és kockázatelemzés, értékelés és árazás, adatmegjelenítés és technikai elemzés.[2]

A Bloomberg App Portal valószínűleg hatalmas változást fog hozni az intézményi befektetők életébe. A Bloomberg terminál eddig is *de facto* standard volt minden magát komolynak gondoló cégnél, és az App Portallal hirtelen felgyorsul az intézményi befektetők és a pénzügyi kutatók, fejlesztők közötti interakció.

A következő területeken várható a legjelentősebb változás:

- a legújabb gyakorlati alkalmazások villámgyors terjedése;
- felgyorsuló interakció a befektetők és a pénzügyi R&D munkatársak között;
  - az App Portal lehetőséget ad a gyors kapcsolatba lépésre;
- szélesebb hozzáférés a befektetői alkalmazás- és modellpiacokhoz.

Nem lesz szükség személyes kapcsolat kiépítésére, ami megkönnyíti a pénzügyi központoktól távoli kutatók, fejlesztők piacra lépését saját alkalmazásaikkal, modelljeikkel

1.2. A momentumstratégiák és buborékok

A momentumanomáliák különleges kihívást jelentenek a tőkepiaci hatékonyság elmélete (EMH) számára; az anomáliák néhány tulajdonsága a momentumra is igaz: régóta ismert, alaposan dokumentált, mégis, látszólag nem tűnik el. Egy lehetséges magyarázat, hogy a momentumanomália más, mint a többi anomália: minél inkább elhiszi valaki, hogy létezik, annál többet invesztál a trendbe, és annál erősebbé válik a momentumjelenség. Tehát valójában egy öngerjesztő, tisztán pénzügyi viselkedéstani jelenségről van szó.

Goetzmann és *Dhar* kiemeli a következőt: *„Olyan befektetők nagyszámú mintáját vizsgáltuk, akik legalább egyszer vásárolták telekommunikációs szektorbeli cég részvényét az 1999–2000-es periódusban. (...) Sokan elismerték, hogy túlértékeltnek találták a részvényt,*

2 *„data analysis, news and research, portfolio management and risk analysis, valuation and pricing, data visualization and technical analysis”* (Bloomberg [2012]).

mégis vásároltak belőle, mert úgy vélték, hogy még tovább fog emelkedni.”[3] (Goetzmann–Dhar [2006])

Láthatjuk ezek alapján, hogy a momentumstratégiák megfelelően széles körű elterjedtsége (vagy gondatlan alkalmazása) buborékok kialakulásához, felgyorsulásához vezet. Majd a buborék kipukkanásakor ugyanezek a momentumbefektetők gyorsítják az árfolyamcsökkenést, mivel itt negatív momentum alakul ki, és egymást alullicitálva igyekeznek eladni az eszközöket (*Rodrigue* [2009]).

1.2.1. A momentumstratégiák backtesztje gyakran hamis lehet

Minden befektetési stratégia értékelésében fontos szerepet játszanak a historikus szimulációk (*backtest*). Ilyenkor a befektetők egy szoftveres szimulációs környezetben megírják a stratégiát implementáló programot, és ezt a programot futtatják a lehető legtöbb különböző piacon a lehető legnagyobb időintervallumra.

Ilyen backteszteket minden befektetési brosúrában láthatunk, és az apró betűs részből sohasem marad ki, hogy a múltbeli teljesítmény nem garancia a jövőbeli teljesítményre. Mégis, minél alaposabbak a backtesztek, annál többféle piaci állapotot képesek vizsgálni, és annál jobban bíznak benne a portfóliómenedzserek. (Backtesztre példát a Quantopian kapcsán már láttunk: 1. ábra).

A backtesztek csak addig helytállóak, amíg a stratégia nem befolyásolja a piacot. A piacot befolyásolni alapvetően a nagyon nagy volumenű eladásokkal vagy vétellel lehet. Ilyen nagy volumen kétféleképpen alakulhat ki: vagy egy piaci szereplő önmaga kereskedik ekkora csomagokkal, vagy több befektető együtt, egy irányba mutatóan cselekszik.

Az, hogy egy piaci szereplő jelentősen befolyásolja a piacot, ritkább esemény, sőt, ha ezt manipulációra használja, akkor a fejlett tőkepiacokon büntetendő is. Ennek ellenére előfordul ez is, a 2010-es villámösszeomlást éppen egy ilyen piacbefolyásoló kereskedés indította el.

Ennél gyakoribb, hogy több befektető cselekszik együtt, ezt az irodalom csordaszellemnek nevezi. A momentumstratégiák csordaszellemére már láttunk bizonyítékot (Goetzmann–Dhar [2006]), de valójában tetszőleges stratégia elterjedése buborékokhoz vezethet, hiszen a buborék létrejöttéhez elegendő az, hogy a piac jelentős része egyirányú tranzakciókat hajtson végre.

1.2.2. Árfolyam-összeomlások előrejelzése

Sok befektető megegyezik abban, hogy momentumstratégia használata esetén nagy szükség van valamilyen „fékrendszerre”, amely jelzést ad, hogy mikor kell abbahagyni a stratégia használatát. Közismert a szemléletes hasonlat, amely a momentumkereskedést egy olyan játékhoz hasonlítja, ahol az autók a szakadék felé robognak, és az az autós nyer, amelyik a legkésőbb fékez a szakadék előtt.

Nagyon sok ilyen rendszer született, amelyek jobban vagy rosszabbul működnek. Jelen cikkben egyet fogok kiemelni, amelyet szakmai megalapozottsága és elterjedtsége miatt választottam ki. További alternatívát kínálnak az egyéb időzítési modellek, például a VIX

3 *„We surveyed a large sample of investors who bought stock in a telecommunications company at least once in the 1999–2000 period. (...) Many admitted to buying stocks they believed at the time to be over-valued, but claimed to have done so on the anticipation that the share prices would continue to rise.”* (Goetzmann–Dhar [2006])

index (a volatilitás becslésére szolgáló index) és autokorreláció alapján (*Bates* [2012]; illetve *Taliaferro* [2009]) áttekintést ad az alapkezelők időzítési képességéről.

A Johansen–Ledoit–Sornette (JLS) modell is a technikai elemzés témaköréhez tartozik, azt állítja, hogy bizonyos körülmények között a korábbi idősoradatok alapján képes megjósolni az árfolyam összeomlását (Sornette, D. [2003]). Az alkalmazott modell magja a logaritmikus periódusú hatványfüggvény (Log-Periodic Power Law – LPPL, in: Johansen–Ledoit–Sornette [2000]). Az LPPL az elméleti fizikai közgazdaságtanból (*econophysics*) eredő megközelítés. Eredete alapvetően szeizmológiai, vagyis a földrengések előrejelzésére szolgáló modelleket adaptálták a tőkepiacok viselkedésére. A modell részleteit itt nem ismertetem, de néhány jellegzetességre felhívom a figyelmet, ezekre a jellegzetességekre vissza fogok térni az *1.3. fejezetben:*

- A Johansen–Ledoit–Sornette-modell tisztán a technikai elemzés tárgykörébe tartozik, semmilyen fundamentális információt nem használ. Az elemzést tetszőleges idősorba rendezett adatra el lehet végezni.
- Bár a modell a viszonylag bonyolultak közé tartozik[4], alkotói részletes, bárki által hozzáférhető útmutatót adtak a modell használatához, illetve a modell paramétereinek becsléséhez (*Filimonov*–Sornette [2011]). Az útmutató alapján egy matematikai vagy informatikai képzettséggel rendelkező elemező, portfóliómenedzser számára nem okozhat gondot a modell replikálása.
- Sornette professzor az ETH Zürich intézetvezetője, saját cége a kvantitatív befektetésekkel foglalkozó Insight Research LLC, ő maga hat éven át a Renaissance Investment Management[5] felügyelőbizottságának elnöke volt (2011-ig), tíz legfontosabb publikációját darabonként legalább 200-an idézik, egyik könyvét több mint ezren. Meghatározó alak a kvantitatív befektetések területén.

Az LPPL-modell dokumentált alkalmazása a világ sok jelentős piacára már megtörtént, néhány példa: amerikai részvénypiac (Sornette–*Zhou* [2002]), kínai részvénypiac (*Jiang*–Zhou–Sornette–*Woodard–Bastiaensen–Cauwels* [2010]), japán részvénypiac (Johansen–Sornette [2000]), IBOVEST Index Brazília, Merrill Lynch kötvényindex, arany- és pamutpiacok (ETH Life [2010]).

1.3. A kvantitatív modellek terjedése buborékokhoz vezet

A kvantitatív stratégiák használata egyre inkább a piac destabilizálódásával fenyeget. Mint láttuk, ezek gondatlan használata is buborékokhoz vezethet, ráadásul a befektetők gyakran „vakon” megbíznak bennük, és egyre elterjedtebbek, könnyebben hozzáférhetőek.

4 Különösen igaz ez, figyelembe véve, hogy a technikai elemzés a legtöbb kisbefektető számára „fej-váll” minták, három egymást követő csúcs, esetleg üres vagy kitöltött téglalapok (gyertatartó diagrammok – *candlestick charts*) váltakozásának emberi intelligenciával történő, statisztikai értelemben ritkán megalapozott elemzésében merül ki.

5 A Renaissance Investment Management az egyik legismertebb kvantitatív hedge fund a világon, Medallion alapjuk legendásnak számít a befektetők körében. A rájuk bízott alapokból 5% a fix menedzsmentdíj, míg a nyereségből 44%-ot kérnek a kezelésért, miközben az iparágban 2% és 20% a megszokott díjszabás a két tételre; ez sokat elárul a hedge fund piacon betöltött pozíciójukról.

A kvantitatív befektetési modellek esetén a csordaszellem ugyanúgy megjelenik, mint bármely más befektetési stratégia esetén. Természetesen itt is igaz, hogy ha sok befektető csinálja ugyanazt, akkor hirtelen csúcsok, buborékok fognak kialakulni.

A legtöbb kvantitatív stratégia esetén nem lehet feltételezni, hogy a befektető részleteiben érti a modell pontos működését; legtöbbször csak a modell áttekintését értik, és „fekete dobozként" használják. Erre példát láthatunk az 1.2.2. fejezetben, ahol Sornette professzor szeizmológiai alapú modelljét ismertettem, amely ugyan megérthető, de a négyváltozós nemlineáris optimalizálás és az LPPL-modellek alapos átlátása lényegesen bonyolultabb annál, mint ha a győzteseket vesszük és a veszteseket eladjuk, vagy fehér gyertyákat keresünk a technikai elemzési grafikonon. Hasonló jelenséget láthattunk az amerikai *subprime* krízis során, ahol a strukturált termékek értékeléséhez szuperszámítógépeket napokig futtatott Monte-Carlo-szimulációk voltak szükségesek. Ennek ellenére a hitelminősítők, befektetők megbíztak ezekben a modellekben, a kimeneteiket elhitték, azok alapján cselekedtek.

Már az irodalmi áttekintésben is láttuk, hogy a kvantitatív modellek egyre népszerűbbek, terjed a félig vagy teljesen algoritmizált kereskedés és a nagyfrekvenciás kereskedés (HFT). A következő részben azt fogom megbecsülni, hogy milyen eloszlás szerint fognak a jövőben terjedni ezek a modellek. Hiszen ha sok különféle modell lesz a piacon, akkor csökkentjük a buborékképződés veszélyét, mert kisebb lesz az esélye, hogy mindenki ugyanazt választja. Viszont ha viszonylag kevés modell lesz elérhető a befektetők számára, és mindenki ugyanazokból válogat, akkor még jobban erősödik a csordaszellem jelensége, és még inkább számíthatunk buborékok kialakulására.

1.4. A kvantitatív modellek terjedésének becslése

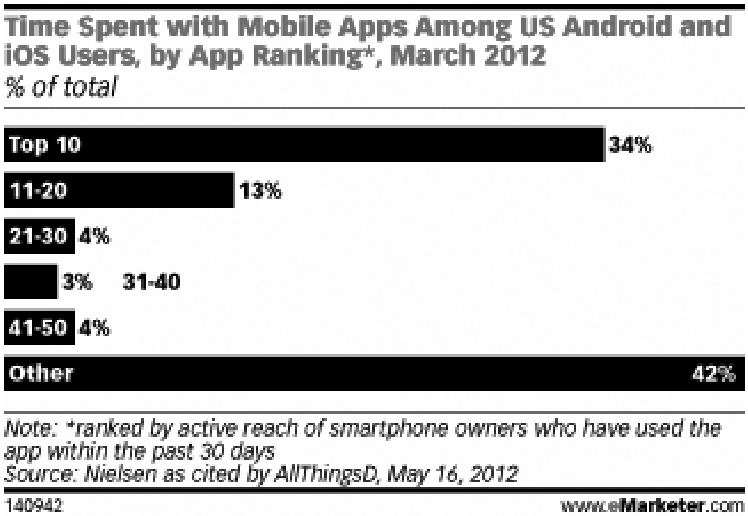
A Quantopian (ld. 1.1.2.) vagy a Bloomberg App Portal (l. 1.1.3.) példáján is láthattuk, mennyire könnyű ma a hozzáférés a kvantitatív pénzügyi modellekhez. Ebben a fejezetben megvizsgálom, hogy mi várható a jövőben, hogyan fognak terjedni a kvantitatív modellek, várhatóan milyen eloszlás szerint fogják őket használni.

A pénzügyi viselkedéstan kiindulópontja az emberi pszichológia, erre hivatkozom akkor is, amikor azt javaslom, hogy viszonyítási pontként vagy benchmarkként tekintsünk a hasonló alkalmazáspiacokra. A legismertebb két ilyen piac a mára teljesen hétköznapivá vált Apple iTunes és a Google Play, amelyek segítségével okostelefonokra, tabletekre vagy személyi számítógépekre tölthetünk le alkalmazásokat, zenét, könyveket, filmeket. Ezek már hosszú évek óta léteznek, így be tudunk tekinteni az „ökoszisztéma" működésébe.

A Neilsen piackutató szerint az 50 legnépszerűbb alkalmazással töltötték a felhasználók az összes használati idő 58%-át 2012 márciusában, ezt mutatja a *2. ábra* (eMarketer [2012]). Hogy jobban értsük ezt a számot, tudnunk kell, hogy 2012 márciusában 101 milliárd percet (átszámolva: 192 ezer emberévet) töltöttek a felhasználók összesen alkalmazások használatával. A piacon körülbelül 1,35 millió alkalmazás található (650 ezer az Apple App Store-on és 700 ezer a Google Play-en, és akkor még nem számoltuk a kisebb cégeket, mint a Research In Motion (a Blackberry gyártója), a Nokia vagy az Amazon, amelyek valamilyen módon részt vesznek az alkalmazásüzletben).

2. ábra

Okostelefon-alkalmazások használati idejének megoszlása



Forrás: eMarketer [2012]

Ebből következik, hogy a felhasználók az alkalmazások 0,00037%-ával (a leggyakrabban használt 50 alkalmazással) töltik az alkalmazásokra szánt idő 58%-át. Ez az adat egészen elképesztő, és nagyon jól tetten érhető a felhasználók csordaszelleme.

A kvantitatív befektetési modellek piacán is hasonló trendek várhatóak. A befektetők nagyrésze a legismertebb modellek közül fog válogatni, ezek száma várhatóan szintén 50 körüli nagyságrendben fog alakulni. Ez összhangban van *Grinblatt–Titman–Wermers* [1995] kutatásával – amely azt mutatja, hogy az alapkezelők 77%-a (valamilyen) momentumstratégiát alkalmaz –, illetve az ismert alkalmazáspiaci tendenciákkal. Jelen pillanatban még egyszerűbb mobilalkalmazást fejleszteni, mint befektetési modellt, de ez a Quantopian, a Bloomberg App Portal és a hasonló szolgáltatások megjelenésével megváltozik.

Levonhatjuk a következtetést, hogy várhatóan a befektetésimodell-piacot néhány népszerű modell fogja uralni. Ez a helyzet még inkább fenyeget azzal a veszéllyel, hogy a hasonló modellek használói a koordinált cselekvés miatt a csordaszellem-jelenségről mondottak alapján buborékokat hoznak létre, destabilizálják a piacot. A következőkben megvizsgálom, hogy kialakul-e valamilyen egyensúly, illetve, hogy mi gátolja meg, hogy a piac folyamatosan ingadozzon a buborékok életciklusának „mánia" és „kipukkanási" szakaszai között.

2. Az El Farol bár probléma

2.1. Az El Farol bár és a tőkepiaci momentum

Az eddigiek alapján úgy tűnik, hogy viszonylag kisszámú modell nagyon népszerű lesz a befektetők körében. Már beláttuk, hogy ez a befektetők csordaszelleme miatt könnyen vezethet a piaci egyensúly felborulásához, buborékok kialakulásához, látszólag irracionális viselkedéshez. Ebben a fejezetben azt elemzem, hogy vajon van-e valamilyen koordinációs erő, amely az egyensúly felé vinné a befektetőket. Ehhez az elemzéshez egy játékelméleti modellt hívok segítségül.

Az El Farol bár probléma (EFP) egy játékelméleti feladat, amelyet Arthur vezetett be (Arthur [1994]). A feladat lényege a következő: egy véges méretű populáció alkotja a város lakóit (számuk N), bárki elmehet szórakozni csütörtök esténként az El Farol bárba[6], vagy akár otthon is maradhat. Minden résztvevő célja, hogy a lehető legjobban érezze magát. A bár viszonylag kicsi, és a következőt tudjuk:

- ha a populáció kevesebb, mint 60%-a megy el a bárba (ezt C-vel jelöljük), akkor a bár nem zsúfolt, jobban érzik magukat, mintha otthon maradtak volna;
- ha a populáció több, mint 60%-a (vagy annyi) megy el, akkor a bár zsúfolt, és kevésbé érzik jól magukat, mintha otthon maradtak volna.

Az *1. táblázat* mutatja a játék lehetséges kimeneteleit, intervallumskálán mérhetőek a következők szerint: $G > S > B \geq 0$.

1. táblázat

Az EFB-játék kimenetelei

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">Bár állapota</td></tr>
<tr><td>Nem zsúfolt</td><td>Zsúfolt</td></tr>
<tr><td rowspan="2">i-edik játékos</td><td>Elmegy a bárba</td><td>G</td><td>B</td></tr>
<tr><td>Otthon marad</td><td>S</td><td>S</td></tr>
</table>

Forrás: Whitehead [2008]

A városlakók nem egyeztethetnek előre egymással, és egyszerre kell meghozni a döntéseiket. Ez nagyon nehéz helyzetbe hozza az egyes városlakókat: nem tudnak „helyes" modellt alkotni, hiszen ha úgy vélik, hogy kevesen lesznek a bárban, akkor mindenki hasonlóan gondolkodik, és sokan lesznek; de ha úgy vélik, hogy sokan lesznek a bárban, akkor mindenki hasonlóan gondolkodik, és kevesen lesznek. Látható, hogy „helyes" deduktív modellt nem lehet építeni, csak az induktív modellek jöhetnek szóba: hiszen ha mindenki

6 Az El Farol bár Santa Fében (Új Mexikó, USA) található, és csütörtökönként ír zenét játszanak; nem csoda, hogy gyakran zsúfolt.

belátja az előző gondolatmenetet, akkor nem állna meg az érvelése az első következtetésnél, hanem egy olyan láncot indítana el, amely szerint ha az előrejelzés azt mondja, hogy sokan lesznek, akkor kevesen lesznek és akkor én is megyek, de akkor mindenki megy… és így tovább (Arthur [1994]).

Hasonló a helyzet, ha véges számú alfát (piaci hozam fölötti hozamot) termelő kvantitatív befektetési modell közül kell választanunk. Ha mindenki ugyanazt választja, buborék fog kialakulni és hatalmas a kockázat, sokan sokat fognak veszíteni, de esetleg néhányan szép profitot tudnak termelni. Ugyanakkor minél többet választják a modellt, annál jobb a profittermelő képesség, feltéve, hogy buborék nem alakul ki. Ezt a hasonlóságot fogom alaposabban megvizsgálni.

2.1.1. Az EFP ágensalapú szimulációja

Arthur cikkében a következő szimulációt javasolja: legyen $N=100$ lakos, és $C=60$ főig élvezhető a bár. Ezenkívül minden egyes lakos rendelkezésére áll K darab előrejelzési modell (prediktor), amely az elmúlt hetek részvételi arányából ad becslést a következő hétre (ezeket más lakosnak átadni nem lehet). Ezekre a prediktormodellekre Arthur cikke nyomán bemutatok néhány példát (Arthur [1994]). Tegyük fel, hogy az előző hetekben az alábbi számú lakos látogatta meg az El Farol bárt:

(régebben) …84, 34, 45, 76, 40, 56, 22, 35 (legutóbb)

A jövő heti látogatottság prediktorai például lehetnek az alábbiak (zárójelben a prediktált érték):

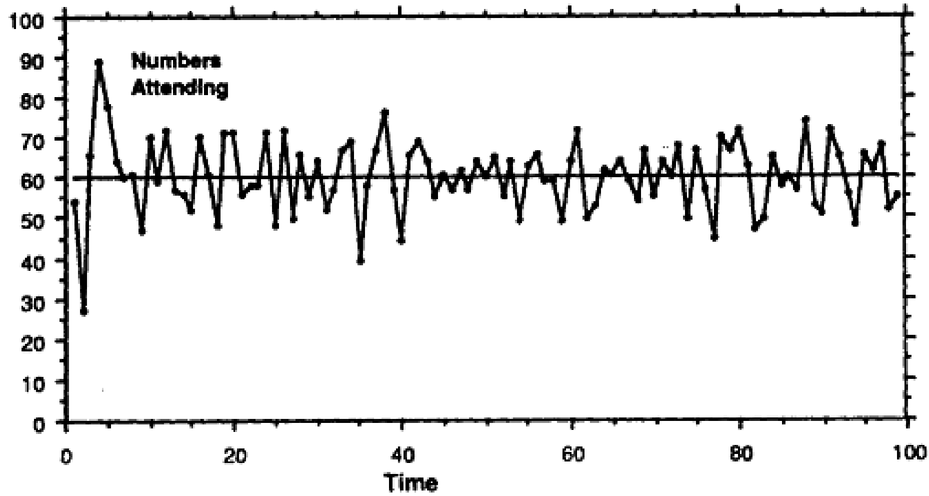
- ugyanaz, mint múlt héten (*35*),
- a múlt heti érték 50-re tükrözve (*65*),
- az elmúlt négy hét kerekített átlaga (*49*),
- trend az elmúlt nyolc hét alapján (*29*), és így tovább…

Vegyük észre, hogy a városlakók prediktorainak konstrukciója mennyire hasonlít a tőzsdei technikai elemzés eszköztárában használt modellekéhez!

Mivel minden lakos számára elérhető K darab előrejelzés, valahogyan választaniuk kell. A lakosok abban a prediktorban bíznak meg, amelyik az előző hetekben jól teljesített (a prediktor kimenete és a valós bárlátogatószám között a legkisebb volt az abszolút különbség). Az egyes városlakók az így kiválasztott prediktor által előrejelzett érték alapján határozzák meg, hogy elmennek-e a bárba vagy sem.

3. ábra

Részvételi arány az első 100 héten



Forrás: Arthur [1994]

A 3. ábra Arthur szimulációinak eredményét mutatja. A grafikonon az egyenes vonal jelzi az elméleti egyensúlyt a 60-as értéknél, ehhez képest ábrázolja Arthur a tapasztalt résztvevőszám alakulását (*numbers attending*).

Észre kell vennünk, hogy a rendszer az El Farol bár kapacitására konfigurálja magát, külső irányítás nélkül. Arthur kiemeli, hogy egy olyan vegyes stratégia (ez olyan játék elméleti stratégia, amely valószínűségi döntést tartalmaz), amelyre *P(résztvevők száma > 60) = 0,4* és *P(résztvevők száma < 60) = 0,6* használata Nash-egyensúly, vagyis egyik ágensnek sem érdeke önállóan módosítani a stratégiát, mindenki csak akkor változtat, ha más is változtat. Az érdekesség mégsem ez az egyensúly, hanem az, hogy ki is alakul, írja Arthur, és ennek korrekt matematikai bizonyítását „nem triviálisnak” nevezi (későbbiekben Whitehead tételének tárgyalásakor térünk vissza a konvergencia végbemenetére (l. 2.1.5.).

2.1.2. Az EFP alkalmazása tőkepiaci szereplőkre

Tanulmányomban a kvantitatív modellkiválasztás-problémát visszavezetem az EFP-re.

Az EFP-modellt tekinthetjük úgy is, hogy *N* befektető van, akik dönthetnek arról, hogy alkalmaznak-e egy kvantitatív befektetési modellt. Ha egy *C* szintnél többen alkalmazzák, rosszul járnak, mert buborék alakul ki, és a kockázatok túllépnék a számukra megengedettet, vagy akár veszteségek is keletkezhetnek.

Tekintsük át az EFP feltételezéseit:

- A befektetők nem egyeztethetnek egymással: ez reális, hiszen egymással versenyeznek az ügyfelekért és az alfáért, ezenkívül jogi, szabályozásai akadályai is vannak a túlzott együttműködésnek.
- A befektetőknek egyszerre, előre kell meghozniuk a modell használatával kapcsolatos döntéseket. Ez szintén reálisnak tűnik, hiszen egy bizonyos időtartamra el kell

dönteni, hogy milyen stratégiát alkalmazhatnak. Ugyanakkor a tőkepiacon is több „körből" fog állni a játék, hiszen Arthur szimulációjához hasonlóan itt is van valamiféle tanulási folyamat, hogy a befektető használja-e a modellt vagy sem. Menet közben változtatni csak komoly veszteségek elszenvedésével lehet, ezért ezt nem tekintem a modell részének.

Ezek alapján az EFP egy reális modellje a kvantitatív befektetési modell problémájának, egy feltétel okoz nehézséget: az EFP-ben száz egyenlő súlyú (minden résztvevő pontosan 1 személy), független résztvevőt ír le. Ez igaz a piacon is, amíg az EMH világából ismert feltételezés igaz: mégpedig, hogy egy-egy kereskedés a piac egészét nem befolyásolja. Például ha valaki a szokásos kereskedési volumenének hatvanszorosával kezd el kereskedni, akkor az az ismertetett EFP-ben azt jelenti, hogy az ő súlya önmagában hatvan, így a bár állapotát rögzíti a zsúfolt állapotban, vagyis mindenki, aki hasonlóan cselekszik (ugyanolyan befektetési modellt választ), rosszabbul jár, mint ha otthon maradt volna (nem választotta volna ezt a modellt, mert a piac destabilizálódik, buborék alakul ki).

Egyelőre azt feltételezzük, hogy (i.) a független befektetők összemérhető, hasonló nagyságú alapok felett rendelkeznek, vagy (ii.) a független befektetők ugyan nem hasonló nagyságú alapok felett rendelkeznek, de azt hasonló nagyságú egységekben (*chunk*) allokálják, és az egyes allokációk nem implikálják a többi allokációt, mindegyik csak befektetési stratégiától (modelltől) függ. Azt, hogy több befektetési egység egy befektetési stratégiától függjön, megengedhetjük, hiszen az EFP-játékban is előfordulhat stratégia és stratégiai eredmény a prediktor szintjén is Arthur modelljében.

Így definiálva már reális feltételezés a befektetők (i.), vagy legalábbis a befektetési egységek (ii.) függetlensége. Sőt, azt is tudnunk kell, hogy a piac szándékos manipulálását (amely egy lehetőség a függetlenségi feltétel megsértésére) a fejlett piacgazdaságokban szigorúan tiltják a felügyeleti szervek, illetve az önszabályozási feladatokat ellátó pénzügyi etikai kódexekben (pl. CFA Code of Ethics–Standards of Professional Conduct), amelyeket a legtöbb befektető elfogad.

2.1.3. Megerősítéses tanulás

Az EFP-játékban a városlakók a prediktormodellek korábbi teljesítménye alapján (mennyire jól jelezte előre a bárlátogatók számát) döntenek, hogy melyik rendelkezésükre álló modellt használják, ezt a tanulási folyamatot fogom részletesebben bemutatni ebben az alfejezetben. Erev és Roth[7] eredményeit foglalom röviden össze a megerősítéses tanulás (*reinforcement learning*) formalizálásával kapcsolatban (Erev–Roth [1998]), ezeket később az EFP-modellben fogjuk használni.

A megerősítéses tanulás lényege, hogy minden ágens a saját tapasztalatai alapján tanulja meg, milyen stratégiát alkalmazzon a jövőbeli játékok során. Ha használ egy stratégiát, akkor a játék eredményével (*payoff*) arányosan gyengíti vagy erősíti az adott stratégia „pontszámát". Csak a saját tapasztalatát veszi figyelembe, az éppen nem használt stratégiához tartozó „pontszám" nem módosul. Minél nagyobb egy stratégiához tartozó pontszám, annál

7 *Alvin E. Roth* amerikai közgazdász a 2012-es közgazdasági Nobel-díj nyertese *Lloyd S. Shapley*-vel együtt a hivatalos indoklás szerint a „stabil allokációk és a piactervezés gyakorlata" területén elért eredményeik miatt (Nobelprize.org. [2012]).

gyakrabban használja az adott stratégiát, ezért ezt a „pontszámot” másképpen *hajlamosságnak (propensity)* is nevezzük.

A fentieket formalizálhatjuk a következőképpen: legyen *n* játékos, akik egyenként *k* stratégiával (modellel) rendelkeznek, jelölje a $q_{nj}(t)$ az *n.* játékos *j.* stratégiájának ($0<j\leq k$) hajlamosságát a *t* időpillanatban (fordulóban), és $R(x)$ a megerősítés értéke, amely legyen most az előző játék eredménye (de lehetne az előző játék eredményének más függvénye is). Ezek bevezetése után a következőképpen tudjuk kiszámolni a *k* darab stratégia hajlamosságát:

$$q_{nj}(t+1) = \begin{cases} q_{nj}(t) + R(x), & \\ q_{nj}(t), & \end{cases} \text{ha a } j\text{-edik a legutóbb használt stratégia egyébként.} \quad (1)$$

Ha már ismerjük minden stratégia hajlamosságát, akkor az alábbi szabály szerint határozhatjuk meg az egyes stratágiák kiválasztásához tartozó valószínűséget, amelyet $p_{nj}(t)$-vel-vel jelölünk:

$$q_{nj}(t) = \frac{q_{nj}(t)}{\sum q_{nj}(t)} \quad (2)$$

A megerősítéses tanulás modelljének további részletes bemutatását l. Erev–Roth [1998].

2.1.4. Megerősítéses tanulás az EFP-játékban

Whitehead kiegészítette Arthur eredeti EFP-modelljét a következő módon (Whitehead [2008]): Whitehead megkülönbözteti az EFP-Forduló (*El Farol stage game*) és az EFP-Teljes (*El Farol game*) játékot. Az EFP-Forduló az „egy csütörtök este”, vagyis egy fordulónyi játék, az EFP-Teljes pedig az EFP-Forduló játékoknak egy sorozata.

Whitehead első propozíciója a tiszta stratégiákra vonatkozik (a tiszta stratégia olyan játékelméleti stratégia, amely nem tartalmaz valószínűségi elemeket). Az EFP-Forduló játékban

$$\binom{N}{C} = \frac{N!}{C!\,(N-C)!} \quad (3)$$

darab Nash-egyensúly létezik (Whitehead [2008], Proposition 1.) Ez a tétel azt jelenti számunkra, hogy ha egy olyan helyzet van, hogy az *N* résztvevő közül pontosan *C* résztvevő megy el a bárba, az egy Nash-egyensúly. Ha bárki egyoldalúan változtatna a stratégián, rosszabbul járna. Nyilván annyi ilyen Nash-egyensúly létezik, ahányféleképpen ki lehet választani *C* elemet *N* közül, ezt írja le a (3) egyenlet.

Whitehead két propozícióját megismétlem itt: az EFP-Forduló játék minden Nash-egyensúlyában, ha minden játékos vegyes (másképpen: valószínűségi) stratégiát játszik, minden játékos ugyanazt a vegyes stratégiát játssza (Whitehead [2008], Proposition 3.) Valamint, ha minden játékos ugyanazt a vegyes stratégiát játssza, akkor azt egy (α, [$1-\alpha$]) számpár határozza meg, ahol α annak a valószínűsége, hogy valaki elmegy a bárba, és $1-\alpha$ annak a valószínűsége, hogy valaki otthon marad. Az α paraméter mindig létezik és egyértelműen meghatározza az alábbi egyenlet:

$$\left(\frac{S-B}{G-B}\right)=\sum_{m=0}^{C-1}\binom{N-1}{m}\alpha^{m}[1-\alpha]^{N-1-m} \tag{4}$$

(Whitehead [2008], Proposition 2., bizonyításokat lásd ugyanott).

Amit megtudtunk Whiteheadtől, az a már Arthur által is sejtett „rendeződés", vagy az egyensúly kialakulási módjának pontos matematikai leírása és bizonyítása.

Whitehead legfontosabb eredménye a következő tétel: az EFP-Teljes játékban racionális döntési és tanulási szabályok mellett[8] (a szabályok lényegét már láttuk az (1) és (2) egyenleten keresztül a 2.1.3. alfejezetben), az Erev–Roth [1998] megerősítéses tanulási folyamat egy valószínűséggel konvergál az EFP-Forduló játék tiszta Nash-egyensúlyához. Vagyis:

$$Pr\{lim_{t\to\infty}y_t\in\overline{Y_P}\}=1 \tag{5}$$

ahol $y_t=\{y_t^1,y_t^2,\dots,y_t^N\}, y_t\in Y$ az N darab résztvevő stratégiaprofilja és $\overline{Y_P}$ a tiszta stratégiák Nash-egyensúlyának halmaza.

A tétel kimondását és a bizonyítást részletesen l. Whitehead [2008].

2.1.5. A megerősítés tanulással kiegészített modell a tőkepiaci viselkedésben

Miután megismertük a megerősítéses tanulást és Whitehead kiegészített modelljét, ebben az alfejezetben dolgozatom kontribúciója ezen modellek alkalmazása a befektetési stratégiák kiválasztásának problémájára.

Azt már tisztáztuk: minden befektető dönt, hogy használ-e egy modellt vagy sem. Ha mindenki a használat mellett dönt, a piac instabillá válik (buborék alakul ki); ha senki sem használja, akkor pedig egyáltalán nem lesz hatékony a piac, mert arbitrázslehetőségeket mulasztanak el.

A két szélsőséges állapot között van egy egyensúly – ezt nevezzük a probléma Nash-egyensúlyának –, amely esetben, ha bármelyik befektető egyoldalúan megváltoztatja a döntését, akkor rosszabb eredményt fog elérni. Hogy hány ilyen Nash-egyensúly van, az a C kritikus értéktől függ, és a (3) egyenlet adja meg. Vagyis ha a piacon mozgó N pénzegység közül legalább C egységet azonos modell szerint fektetnek be, akkor az a piac destabilizációjához fog vezetni. Hogy hogyan lehet megbecsülni a C értéket, azt az *1. tételben* tárgyalom (l. *2.1.6.*).

Ezután egy absztrakciós szinttel feljebbről vizsgáljuk meg újra ugyanezt a kérdést: milyen stratégia szerint dönti el a befektető, hogy használja-e az adott befektetési modellt. Ezt tiszta (nem valószínűségi) stratégiák esetén már láttuk, hogy hány darab és milyen Nash-egyensúly van – (3) egyenlet –, de természetesen az érdekesebb eset a valószínűségi stratégiákkal való modellezés.

Ha a befektető stratégiája egy valószínűségi stratégia, akkor Whitehead tétele alapján mindenki ugyanazt a valószínűségi stratégiát alkalmazza, és a (4) egyenlet alapján kiszámítható, hogy milyen eséllyel döntenek az egyes befektetők a stratégia alkalmazása mellett.

8 A két szabály pontos leírását lásd Whitehead [2008], „choice rule (5)" és „update rule (6)", 13. és 14. o.

A legérdekesebb ebben, hogy a modell (a piac működése) koordinációra készteti a befektetőket, és a racionális döntés minden résztvevő számára az, ha nem a fundamentális értéket modellezi és annak az alapján dönt, hanem ha a többiek viselkedését próbálja meg minél jobban előre jelezni, és ezzel a lehető legtöbb haszonra szert tenni (modellünkben: „elmenni a nem zsúfolt bárba"), és elkerülni a buborékok okozta kockázatokat, veszteségeket (modellünkben: „jobb otthon maradni, mint elmenni a zsúfolt bárba").

De még ennél is tovább tudunk menni a piaci szereplők viselkedésének leírásában: be tudom mutatni, hogyan szakadnak különböző stratégiát használó szegmensekre. Whitehead tételét az EFP-Teljes játék megerősített tanulással kiterjesztett modelljéről – (5) egyenlet – a következőképpen alkalmazhatjuk. Ha a piacon tanulásra képes szereplők vannak, akik az Erev–Roth [1998] tanulási modell szerint fejlődnek, akkor minden egyes befektetési modell használatában egyensúly fog kialakulni, és a kialakuló egyensúly pedig pontosan az EFP-Forduló játék egyik tiszta Nash-egyensúlya lesz. Vagyis a piaci szereplők között szegmensek alakulnak ki annak alapján, hogy ki használja az adott modellt és ki nem, és minden piaci szereplő tisztában van azzal, hogy ha ő egyedül változtat a döntésén (mindenki más továbbra is őrzi a véleményét az egyes modellek használatáról vagy nem használatáról), akkor ő biztosan rosszabbul fog járni.

Vegyük észre továbbá, hogy Whitehead tétele arra nem mond ki semmit, hogy ez az egyensúly milyen gyorsan alakul ki; csak annyit állít, hogy a rendszer konvergál az egyensúlyi állapothoz. Mit jelenthet ez a gyakorlatban? A tőkepiacokon az EFP-Forduló játék nagyon hamar lejátszódik, a milliszekundumos nagyságrend már felülbecslése ennek az időtartamnak. Ez biztató a gyors konvergencia szempontjából, viszont az kevésbé, hogy a játékot játszó befektetők száma gyorsan változhat, a piacra új információk érkezhetnek, ezek mind megzavarják a konvergáló folyamatot.

Összegezve: Whitehead tétele nem más, mint az EMH-nek egy matematikailag jól megfogható, formálisan bizonyítható része. Ez a tétel a következő feltételezésekkel él:

- Véges sok (N darab) befektető stratégia használata vagy nem használata között dönthetnek.
- A befektetők függetlenek és ugyanakkora méretű befektetésekről döntenek.
- Ha túl sok befektető (több mint C) ugyanazon stratégia használata mellett dönt, akkor a piacon instabilitás alakul ki, és minden a stratégiát használó befektető rosszabbul jár, mintha nem használta volna a stratégiát.
- A befektetők az Erev–Roth, [1998] megerősítéses tanulási modell szerint tanulnak.

Akkor ezek alapján a piacon egyensúly fog kialakulni, és ezt az egyensúlyt egy befektetőnek sem érdeke megbontani, amíg külső tényező erre nem készteti.

2.1.6. A modell kiterjesztése a kritikus értékek tanulásával

Arthur és Whitehead modelljét az alábbi két tétellel egészítem ki:

1. tétel: Az EFP-Teljes játék során, ha a C kritikus érték nem ismert a játék elején, minden játékos a saját játékainak eredményei alapján tud becslést adni C-re, és ez a becslés konvergál C valós értékéhez.

Bizonyítást lásd a *Függelékben (4.1.).*

2. tétel: Az EFP-Teljes játék során, ha a C kritikus érték nem ismert a játék elején, és utólag minden EFP-Forduló játék eredménye minden játékos számára nyilvános információ, akkor minden játékos tud becslést adni *C*-re, és a becslés konvergál *C* valós értékéhez, és ez a konvergencia gyorsabb, mint ha csupán a saját játékainak eredményeihez férne hozzá.

Bizonyítást lásd a *Függelékben (4.2.).*

Az első tétel azt mondja ki, hogy ha nem ismert előre a kritikus érték, a befektető ki tudja azt következtetni csupán saját teljesítményének korábbi adataiból. Pontosabban, minden pillanatban minden résztvevő becslést tud adni a kritikus értékre. Azért fontos a *C* kritikus érték becslése, mert mint korában láthattuk, a *C/N* arány lesz az , amely a befektetők modellválasztási stratégiáját meghatározza (l. (4) egyenlet).

A második tétel kibővíti azzal, hogy ha minden piaci szereplő eredményei elérhetőek minden befektető számára, akkor a *C* kritikus érték becslése sokkal gyorsabban lesz pontos.

2.2. Bright pools – teljes információ modell

Ebben a fejezetben egy továbbfejlesztési lehetőséget ismertetek, amely érdekes kiterjesztése lehet a dolgozatomban ismertetett tőkepiaci viselkedési modellnek.

A befektetői világban *dark (liquidity) pool*nak nevezik azokat a privát piacokat, amelyek valamilyen módon kevesebb információt adnak ki működésükről (korábbi tranzakciókról, eladási és vételi ajánlatokról), mint ahogy azt a tőzsdéken megszoktuk. Az intézményi befektetők 90%-a használ valamilyen dark pool szolgáltatást, részletesebben l. *Degryse–Van Achter–Wuyts* [2008]).

A *dark pool* mintájára bevezetem a *bright pool* fogalmát: ez olyan tőkepiac, ahol minden befektető csak modellalapon kereskedhet, és a modellek publikusak a többi résztvevő számára. A játékelmélet ezt a modellt teljes információnak hívja. Sejtésem az, hogy ilyen piacokon az egyensúly sokkal gyorsabban kialakul, és kisebb kilengések várhatóak a „reális értéktől" (konszenzusos értéktől), továbbá jól megfigyelhetőek a tanulási folyamatok, amelyeket vizsgáltam a 2.1.4. fejezetben Whitehead [2008] és Erev–Roth [1998] alapján. Ez a modell különösen tőkepiaci szabályozói szempontból lehet érdekes, hiszen napjaink állandó kérdése, hogyan lehet megelőzni a buborékokat és elkerülni értékromboló hatásukat. Természetesen, a modell további komoly vizsgálódást igényel.

3. Összefoglalás

Dolgozatomban megvizsgáltam a tőkepiaci kvantitatív befektetési modellek elterjedésének hatását a tőkepiacok stabilitására, buborékok kialakulására, a befektetők koordinációjára és a tőkepiacok hatékonyságára.

Bemutattam, hogy ha túl sokan választanak egyféle kvantitatív befektetési modellt, akkor a momentumstratégiák egymást erősítő hatásához hasonló dinamika alakul ki a piacokon, és ez buborékokhoz vezet. Ezután az El Farol bár játékelméleti modell segítségével beláttam, hogy az instabilitásból az egyensúlyi állapotba egy tanulási folyamaton keresztül tudnak eljutni a tőkepiaci szereplők. Ebben felhasználtam Arthur és Whitehead modelljét, valamint Erev és Roth megerősítéses tanulási folyamatát.

Ezen modellek alkalmazása kvantitatív befektetések témájára – legjobb tudomásom szerint – önmagában is újszerű, és lehetőséget nyújt a viselkedési pénzügyek egy jól definiált részterületének elemző, formális tárgyalására. A modelleket két saját tétellel is kibővítettem, amelyek az ágensek viselkedésébe engednek további betekintést, és jól látható általuk, hogy az ágensek számára rendelkezésre áll az az információ, amelynek a felhasználásával optimális stratégiát tudnak folytatni, és egyensúly alakulhat ki a rendszerben. Ez az egyensúly a tőkepiaci hatékonyság elméletének egy jól definiált alesete.

A cikkben vizsgált játékelméleti modell azt mutatja, hogy a piac csak hosszabb távon mutatja meg hatékonyságát. A rövidebb időtartamok, tranziens állapotok kérdése viszont sokkal nehezebb, ahogy *Alan Greenspan*, a Fed korábbi elnöke fogalmazott: *„Mi a Federal Reserve-nél felismertük, hogy sejtéseinkkel ellentétben, nagyon nehéz egyértelműen azonosítani egy buborékot, mielőtt kipukkanása megerősítené (korábbi) létezését. (...) De van-e valamilyen szabályozás, ami legalább korlátozná a buborék nagyságát, és ezáltal a pusztítást a buborék kipukkanásakor? Jelenlegi ismereteink szerint a válasz nemlegesnek tűnik.”*[9] (*Stevenson* [2002])

Láthatjuk, hogy a buborékok kialakulása egy fontos, a nemzeti bankokat is aggasztó probléma, amelynek szabályozására viszonylag kevés lehetőség van. Ahhoz, hogy a kvantitatív befektetési modellek ne a piac instabilitását, hanem hatékonyságát növeljék, úgy gondolom, a legfontosabb, hogy létezzen valamilyen mértékű transzparencia a tartott pozíciókban vagy az alkalmazott modellek terén, és így el lehessen kerülni a 2010-es villámösszeomláshoz hasonló eseményeket.

Lezárásképpen szeretném felidézni Sornette professzor véleményét, aki azt mondta: nem azon kívánja a buborékok kipukkanását előre jelző kvantitatív modelljének sikerét mérni, hogy hány szabadalmat tud megszerezni, hanem hogy hány piaci szereplő keresi meg együttműködési céllal (ETH Life [2010]).

Valójában modelljének a sikere éppen az elterjedtségtől függ: minél többen prediktálják ugyanarra a napra a buborék kipukkanását, annál többen kezdenek eladni azon a napon, és annál valószínűbb, hogy ez az eladási nyomás tényleg kipukkantja a buborékot.

9 *„We, at the Federal Reserve, recognized that, despite our suspicions, it was very difficult to definitively identify a bubble until after the fact, that is, when its bursting confirmed its existence. (...) But is there some policy that can at least limit the size of a bubble and, hence, its destructive fallout? From the evidence to date, the answer appears to be no.”* (Stevenson [2002]).

4. Függelék: bizonyítások

4.1. Az 1. tétel bizonyítása

Felhasználom Whitehead [2008] modelljét (A First Appendix, A.2 Proof to proposition 2): A bár állapota binomiális eloszlást követ $P^i(N,C,\alpha)$ szerint, ahol N a játékosok száma, C a kapacitás, α a résztvevők aránya, az i pedig a játékost jelöli. Mivel az EFP egy szimmetrikus játék:

$$P(N, C, \alpha) =: P^i(N, C, \alpha) \tag{6}$$

minden i-re. Valamint kifejtve:

$$P(N, C\ \alpha) = \sum_{m=0}^{C-1} C_m^{N-1}\ \alpha^m (1 - \alpha)^{(N-1)-m} \tag{7}$$

Ezután már csak egy becslő szükséges, a binomiális eloszlás paramétereinek becsléséről itt találhatunk egy részletes összefoglalót: *Johnson–Kemp–Kotz* [2005]. A legegyszerűbb, ha az $\frac{\overline{x}}{n}$ -et használjuk, mert a momentumok módszere, a legnagyobb valószínűségek elve (*maximum likelihood*) és a minimum x^2 becslési módszer is erre vezet. Ennek a becslőnek a segítségével tud minden egyes ágens a modellben becslést adni a kritikus paraméter (C) értékére, amely aztán az meghatározásához használható (l. 2.1.4.)

Mivel létezik a modellre becslő, a résztvevők képesek megtanulni a játék C paraméterét.

4.2. A 2. tétel bizonyítása

Hasonló a feladat, mint az első tétel esetén, kivéve, hogy most feltételezzük, hogy az EFP-Forduló játék során minden játékos eredményét tudjuk. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy nem egy, hanem N minta áll rendelkezésre minden forduló után, ahol N egész szám és $N > 1$.

Mivel egy konzisztens becslésről van szó, vagyis a mintaelemszám növelésével javul a becslés (csökken a szórása), nyilvánvalóan jobb becslést tudunk adni (vagy hamarabb tudunk ugyanolyan becslést adni), ha minden időpillanatban N-szer annyi adat áll rendelkezésre.

Irodalomjegyzék

Arthur, W. B. [1994]: Inductive Reasoning and Bounded Rationality. *American Economic Review* (Papers and Proceedings), 84, pp. 406–411.

Bates, D. S. [2012]: U.S. stock market crash risk 1926–2010. *Journal of Financial Economics*.

Black, F.–Litterman, R. [1992]: Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, Vol. 48, No. 5, pp. 28–43.

Bloomberg [2012]: Bloomberg Launches Enterprise App Portal to Financial Markets. 13 Nov., Bloomberg Press Room: http://www.bloomberg.com/pressroom/bloomberg-launches-enterprise-app-portal-to-financial-markets/, letöltve: 2012. nov. 14.

Burke, K. [2006]: Not the Man, But the Machine. 1 Sep., WealthManagement.com: http://wealthmanagement.com/money-managers/not-man-machine, letöltve: 2012. nov. 2.

Chincarini, L. B. [2010]: A Comparison of Quantitative and Qualitative Hedge Funds. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1532992.

Degryse, H.–Van Achter, M.–Wuyts, G. [2008]: Shedding Light on Dark Liquidity Pools. TILEC Discussion Paper No. 2008-039.

eMarketer [2012]: Apps Proliferate, but How Do Users Engage? 29 Jun., eMarketer: http://www.emarketer.com/Article.aspx?R=1009155, letöltve: 2012. nov. 14.

Erev, I.–Roth, A. E. [1998]: Predicting How People Play Games: Reinforcement Learning in Experimental Games with Unique, Mixed Strategy Equilibria. *American Economic Review*.

ETH Life [2010]: The Financial Bubble Experiment. ETH Life: http://www.ethlife.ethz.ch/archive_articles/100503_prognosenexperiment_nsn/index_EN, letöltve: 2012. nov. 2.

Filimonov, V.–Sornette, D. [2011]: A Stable and Robust Calibration Scheme of the Log-Periodic Power Law Model. arXiv General Finance.

Goetzmann, W. N.–Dhar, R. [2006]: Bubble Investors: What Were They Thinking? Yale ICF Working Paper No. 06-22.

Grinblatt, M.–Titman, S.–Wermers, R. [1995]: Momentum investment strategies, portfolio performance, and herding: A study of mutual fund behavior. *American Economic Review*.

Jiang, Z.-Q.–Zhou, W.-X.–Sornette, D.–Woodard, R.–Bastiaensen, K.–Cauwels, P. [2010]: Bubble Diagnosis and Prediction of the 2005-2007 and 2008-2009 Chinese stock market bubbles. *Statistical Finance*.

Johansen, A.–Sornette, D. [2000]: Evaluation of the quantitative prediction of a trend reversal on the Japanese stock market in 1999. *Int. J. Mod. Phys. C*.

Johansen, A.–Ledoit, O.–Sornette, D. [2000]: Crashes as critical points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*.

Johnson, N. L.–Kemp, A. W.–Kotz, S. [2005]: Binomial Distribution – 3.8 Estimation. In N. L. Johnson–A. W. Kemp–S. Kotz: Univariate Discrete Distributions, Wiley, pp. 126–134.

Nobelprize.org. [2012]: Nobelprize.org. 21 Nov. The Prize in Economic Sciences 2012: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2012, letöltve: 2012. nov. 21.

Rodrigue, J.-P. [2009]: Hedge Fund Industry Update – Behavioral perspective. UBS Global Asset Management.

Sornette, D. [2003]: Why Stock Markets Crash (Critical Events in Complex Financial Systems): Princeton University Press.

Sornette, D.–Zhou, W.-X. [2002]: The US 2000-2002 Market Descent: How Much Longer and Deeper? *Quantitative Finance*.

Stevenson, R. W. [2002]: To Greenspan, 90's Bubble Was Beyond Reach of Fed. 31 Aug., *The New York Times*: http://www.nytimes.com/2002/08/31/business/to-greenspan-90-s-bubble-was-beyond-reach-of-fed.html?pagewanted=all&src=pm, letöltve: 2012. nov. 15.

Taliaferro, R. [2009]: Market Timing and Crash Timing: Predicting Aggregate Market Returns with Mutual Fund Holdings. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1336044.

Whitehead, D. [2008]: The El Farol Bar Problem Revisited: Reinforcement Learning in a Potential Game. Edinburgh School of Economics, ESE Discussion Papers.