Dömötör Barbara

A kockázat megjelenése a származtatott pénzügyi termékekben

A pénzügyi kockázatok szerepe, modellezése, kezelése az utóbbi évtizedekben vált egyre hangsúlyosabbá az elméletben és a gyakorlatban egyaránt. A 2007-ben kezdődő pénzügyi válság egyik kiváltó oka a kockázatok nem megfelelő felmérése volt. A válság egyik tanulsága, hogy bár a matematika és a fizika hozzájárulása rendkívül mély módszertani apparátust biztosított a kockázatok számszerűsítésére, ezen eredmények pénzügyi alkalmazása csak akkor sikeres, ha pontosan értjük a modellek feltételeit és korlátait. Jelen cikk a pénzügyi derivatívák értékelésének alapelveit, valamint a származtatott ügyletekben megjelenő kockázatokat tekinti át, illetve bemutatja azokat a bizonytalansági tényezőket, amelyek megkérdőjelezik az értékelés objektivitását.

1. Bevezetés

Világunkat – azt gondolom, hogy inkább szerencsére, mint sajnos – nem tudjuk tökéletesen megismerni, így az rengeteg meglepetést tartogat számunkra. A több kimenettel rendelkező helyzeteket a pénzügyekben kockázatosnak mondjuk, és alapvetően kerülendőnek tartjuk, kivéve persze, ha a jövőbeli bizonytalanság által csak jobban járhatunk (például valamilyen rögzített legrosszabb kimenet esetén az ingadozás csak kedvező irányban befolyásolja a helyzetünket). A szakirodalomban a kockázatot *(risk)* a bizonytalanságtól *(uncertainty)* az különbözteti meg, hogy kockázat esetén ismerjük a lehetséges kimeneteket, illetve az ezekhez tartozó valószínűségeket; míg bizonytalanság esetén nem ismerjük a valószínűségeket, vagy még magukat a lehetséges kimeneteket sem (*Bélyácz* [2010]). Ehhez a világos elméleti definícióhoz azonban hozzá kell tenni, hogy a bizonytalan események egyre nagyobb gonddal végzett mérése (például a banki működési kockázat körébe sorolható események) a bizonytalan helyzeteket egyre inkább számszerűsíthetővé, ezáltal „kockázatosíthatóvá” teszi, valamint az ismertnek vélt valószínűség-eloszlásoknál sem lehetünk biztosak abban, hogy a modellünk valóban megfelelő az adott esemény leírására.

Bélyácz Iván tanulmánya (Bélyácz [2011]) a kockázat szerepét, valamint számszerűsíthetőségét vizsgálva, rendkívül alaposan mutatja be, hogyan jelent meg a kockázat a meghatározó közgazdasági, pénzügyi elméletekben, kiemelve a *Black–Scholes*, illetve *Merton* nevéhez fűződő modell jelentőségét, amely máig a derivatív árazás kiindulópontja, meghatározó kerete. A származékos eszközök szerepe kiemelt jelentőségű a pénzügyi piacokon. 2010 végén a világ derivatív piacain mintegy 600 000 milliárd dollár volt a nyitott pozíciók névértéke (a világ GDP-jének mintegy tízszerese), az ügyletek piaci értéke pedig 21 000 milliárd dollárt tett ki (BIS [2011]). A derivatív eszközök árazási elméletének fontosságát támasztja alá, hogy az bizonyos megkötésekkel más, opció jellegű helyzetekre is alkalmazható.

A cikk következő része a pénzügyi származtatott termékek értékelésekor alkalmazott arbitrázsmentes árazást, valamint az ehhez kapcsolódó, kockázatsemleges értékelés eredményeit tekinti át. Azután a derivatív termékek kockázatát, vagyis a valós és a kockázatmentes állapotárak különbségét az EUR/HUF devizaárfolyam mint alaptermék kapcsán modellezem. Végül bemutatom az értékelésében megjelenő bizonytalansági tényezőket.

2. Származtatott termékek árazása

A származtatott termékek árazásának alapelve az arbitrázsmentes árazás, azaz az azonos pénzáramlást generáló eszközök jelenbeli árának szükségszerű egyenlősége. Az elmélet feltételezi természetesen, hogy a fenti eszközök adásvétele folyamatosan folytonos (tehát nagy ugrásokat nem tartalmazó) áralakulás mellett, költségmentesen biztosított. A Black–Scholes-modell lényege, hogy mivel a derivatív eszközök árának egyetlen kockázati forrása az alaptermék áralakulása (*Medvegyev* és *Száz* [2010]), a derivatíva kifizetése lemásolható a kockázatos alaptermék és a kockázatmentes eszköz kombinációjával. Mindebből következik, hogy a kockázatos alaptermék és a derivatív termék megfelelő arányú tartásával kockázatmentes portfólió állítható elő, amely hozamának a kockázatmentes hozammal kell megegyeznie (Black és Scholes [1973]).[1]

A Black–Scholes-elemzés az alaptermék áralakulását mind idejében, mind a lehetséges felvett értékek tekintetében folytonosként modellezi, és a sztochasztikus analízis eszközeit használja az elemzésre. A modell diszkrét változatát *Cox*, *Ross* és *Rubinstein* publikálta 1979-ben. Ez a megközelítés ugyanazt az érvelést használja, és határértékben ugyanarra az eredményre jut, mint a Black–Scholes-modell, azonban komoly matematikai alapismeretek nélkül is érhető. A szerzők azt bizonyítják, hogy amennyiben a részvényárfolyam binomiális folyamatot követ – vagy ennek határesetét, mint a Black–Scholes-elemzésben használt geometriai *Brown*-mozgás –, akkor az opciók, valamint bármely, csak az alapterméktől függő, származtatott termék ára levezethető az arbitrázsmentes árazási koncepción keresztül.

A modell alapján a call opció értékét meghatározó tényezők: az alaptermék jelenlegi ára, a kockázatmentes eszköz (előre ismert) hozama, illetve az alaptermék előre ismert nagyságú, lehetséges változásai, függetlenül attól, hogy ezen változások bekövetkezési valószínűségéről mi az egyes piaci szereplők véleménye. A call opció ára nem más, mint a másoló portfólió jelenbeni értéke. A portfóliósúlyok átrendezésével a call opció ára felírható a call kifizetések egy speciális (kockázatsemleges) várható értékének a kockázatmentes hozammal diszkontált értékeként is. A kockázatsemleges értékelés tehát azt jelenti, hogy mivel a származtatott termék értéke független az alapterméknek a befektetői preferenciák alapján adódó, tényleges jövőbeli eloszlásától, nem követünk el hibát, ha egy olyan befektető szempontjából végezzük el az értékelést, akit kizárólag a hozam érdekel, vagyis minden befektetési lehetőségtől ugyanazt a megtérülést (kockázatmentes hozamot) várja. Fontos hangsúlyozni, hogy az érvelést a derivatíva kifizetését tökéletesen másoló portfólió létezése tette lehetővé.

1 Az ebből az érvelésből következő matematikai levezetéseket a cikkben hivatkozott tankönyvek szinte mindegyike tartalmazza.

3. A SZÁRMAZTATOTT TERMÉKEK ÉS A KOCKÁZAT

A befektetőket a valóságban nagyon is érdekli a kockázat. A *Markowitz*-féle portfólióelmélet alapja, hogy a befektetők hasznosságát általában csökkenti a kockázat, tehát kockázatos eszköz tartásáért cserébe nagyobb hozamot várnak el (Markowitz [1952]). A tőkepiaci árfolyamok modellje (capital assets pricing model – CAPM) alapján a kockázatos eszköz hozamprémiuma az adott eszköznek a piac egészével vett együttmozgását kifejező, kockázati mutatóval (béta) arányos (*Sharpe* [1964]). A Black–Scholes-modellben levezetett differenciálegyenlet megkapható a CAPM-keretben is (a levezetés Black és Scholes [1973] alapján). A származtatott termék bétája és az alaptermék bétája közötti összefüggés[2]:

$$\beta_\omega = \frac{x\omega_1}{\omega}\beta_x \ , \tag{1}$$

ahol x az alaptermék, ω a származtatott termék értéke, amely az alaptermék és az idő függvénye ($\omega(x,t)$), ω_1 a származtatott termék értékének x szerinti parciális deriváltja (az index jelöli, hogy $\omega(x,t)$ hányadik argumentum szerinti deriváltjáról van szó), β_ω a származtatott, β_x pedig az alaptermék bétája.

A származtatott termék bétáját tehát megkapjuk, ha az alaptermék bétáját megszorozzuk a származtatott termék árának az alaptermékre vonatkozó rugalmasságával. A származtatott termék CAPM szerinti várható megváltozása, felhasználva az (1) egyenletet:

$$E(\Delta\omega) = r\omega\Delta t + ax\omega_1\beta_x\Delta t \ , \tag{2}$$

ahol r jelöli a kockázatmentes kamatlábat, α pedig a piaci kockázati prémiumot.

A származtatott termék értékének megváltozását kifejezhetjük az *Itô*-lemma alapján is:

$$\Delta\omega = \omega_1\Delta x + \frac{1}{2}\omega_{11}v^2x^2\Delta t + \omega_2\Delta t \ , \tag{3}$$

amelynek a várható értéke, behelyettesítve az alaptermék várható megváltozását, a CAPM szerint:

$$E(\Delta\omega) = rx\omega_1\Delta t + \alpha x\omega_1\beta_x\Delta t + \frac{1}{2}\omega_{11}v^2x^2\Delta t + \omega_2\Delta t \ . \tag{4}$$

A (2) és (4) egyenletek jobb oldalait felírva, a bétát és a piaci kockázati prémiumot tartalmazó tagok kiesnek, és a Black–Scholes-egyenlethez jutunk. Mindebből következik, hogy a derivatíva értékének alakulására nem hat sem az adott eszköz bétája, sem a piaci kockázati prémium. Bármely alfa és béta értékek mellett ugyanúgy árazzuk a származtatott termékeket. A levezetés kulcsfeltevése, hogy a derivatív eszköz hozama tökéletesen korrelál az alaptermékével, csak jobban szóródik, és a béták eltérése pontosan megfelel a volatilitásbeli különbségnek.

Mindez korántsem azt jelenti, hogy a derivatívák teljesen mentesek a kockázati preferenciáktól, hanem azt, hogy mivel a kockázati preferenciák által kialakított, azonnali

2 A jelöléseket az eredeti cikk alapján használom.

árak meghatározzák a derivatíva árát, ezeket nem kell még egyszer figyelembe venni. A derivatíva kockázata nem szűnt meg, így várható hozama sem a kockázatmentes hozammal, hanem a másoló portfólió hozamával egyezik meg. Mivel a fedezeti portfólióban a kockázatmentes eszköz és az alaptermék mennyisége ellentétes előjelű, a származtatott termék hozamának egy speciális tőkeáttételű alaptermék hozamával kell megegyeznie (Cox és társai [1979]).

4. Az EUR/HUF árfolyamra szóló, származtatott ügyletek modellezése

A kockázatsemleges értékelés csupán egy technika, amellyel az azonos kockázati faktortól függő értékpapírok egymással konzisztens árát megállapíthatjuk. A modell feltételeit (tökéletes leképezhetőség) kihasználva, úgy járunk el, hogy felírjuk az alaptermék árának a jövőbeli eloszlását a kockázatsemleges valószínűségek mellett, vagyis egy olyan eloszlást állítunk elő, amelyben az eszköz szórása nem változik, a várható hozam azonban a kockázatmentes eszköz hozama lesz.[3] Ennek az eloszlásnak a segítségével állapítjuk meg a származtatott eszköz várható jövőbeli értékét, majd azt a kockázatmentes hozammal jelenértékké konvertáljuk. A két eloszlás eltérése az alaptermék kockázatának a függvénye, így valamilyen derivatív pozíció nyitásával a befektető az alaptermék transzformált kockázatát vállalja.

Az EUR/HUF árfolyam modellezéséhez az elmúlt 5 év adatait vettem alapul. Feltételezve, hogy a napi loghozamok független, azonos (mégpedig normális) eloszlásból származnak, az ECB napi középárfolyamokból számolt logaritmikus hozam várható értékéből és szórásából a devizapár hozama a következő folyamatot követi:

$$dy = 0{,}0134dt + 0{,}1114\varepsilon\sqrt{dt} \quad , \qquad (5)$$

ahol dy a kumulált loghozam változása, dt az idő változása, ε pedig standard normális eloszlású valószínűségi változó.

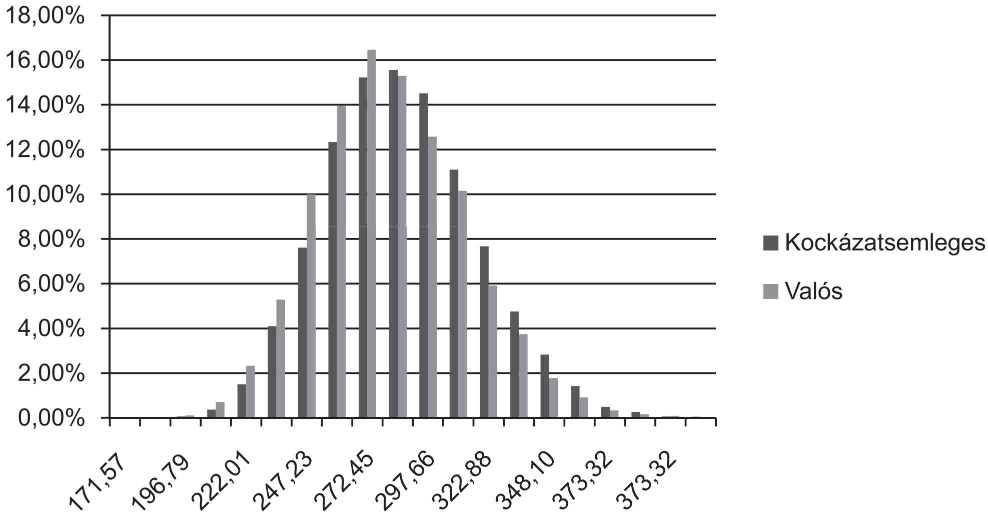
Az árfolyam éves szinten 1,34%-ot gyengült a 3–5 százalékpontos kamatkülönbséghez képest. Alkalmazva az (5) képletet a napi (dt=1/252) árfolyammozgás szimulációjára, a 10 000 futtatás eredményeként adódó, egy év múlva esedékes árfolyameloszlást szemlélteti az *1. ábra*, szemben egy olyan eloszlással, ahol az éves növekedés 4%-nak felel meg (ez a kockázatsemleges valószínűség melletti eloszlás). A kiindulási (spot) árfolyam: 268,96 EUR/HUF.[4]

3 Ennek a matematikai hátterét részletezi Medvegyev–Száz [2010]: A meglepetések jellege a pénzügyi piacokon című könyvének második része.

4 A 2011. június 27-i, az éves bankközi euró- és forintkamat különbsége, valamint spotárfolyam alapján.

1. ábra

Az EUR/HUF devizaárfolyam 1 év múlva esedékes eloszlása



Az ábráról jól látható, hogy mivel az árfolyam növekedési üteme a származtatott termékek árazásához használt folyamatban meghaladja a valós növekedést, a kockázatsemleges valószínűségek alapján generált eloszlás a ténylegestől jobbra helyezkedik el. A két eloszlásból származtatható a derivatívák kockázata. A pénzügyi kockázatkezelés az adott derivatív ügylet értékeléséhez a valós eloszlást használja.

A továbbiakban két alapvető származtatott termék, a határidős (forward) megállapodás (határidős euróeladás) és az egyszerű opciós megállapodás (euró eladási, forint vételi jog) eredményének eloszlását vizsgálom.

Devizaárfolyam esetén a határidős ár az azonnali árfolyam kamatkülönbséggel módosított értéke:

$$F=Se^{(r-q)}, \tag{6}$$

ahol q a bázisdeviza (aminek az egységében az árfolyamot kifejezzük; itt euró), r pedig az elszámoló deviza (itt forint) kockázatmentes loghozamát jelöli.

A határidős árfolyam általában nem egyezik meg a várható lejáratkori árfolyammal, mivel az alaptermék elvárt hozama eltér a kockázatmentes hozamtól[5], a kettő különbsége adja a határidős eladási pozíció eredményét, amely a devizaárfolyamra:[6]

$$F_T - E[S_T]=S_0(e^{r-q}-e^{\mu}). \tag{7}$$

5 Abban a ritka esetben egyezik meg, ha az alaptermék szisztematikus kockázata nulla.
6 A levezetéshez lásd Berlinger [1998].

Az EUR/HUF devizapárra jellemző, hogy a két deviza kamatkülönbsége pozitív (*r–q>0*), azaz a határidős árfolyamok meghaladják az azonnali árfolyamot, az euró forintban kifejezett árfolyamának növekedési üteme (μ) viszont ennél jelentősen kisebb, 1,34% a választott referencia-időszak alapján. A várható jövőbeli devizaárfolyam kisebb a határidős árfolyamnál[7] ($E[S_T] < F_T$), mivel az euró szisztematikus kockázata negatív (*Hull* [1997]), vagyis a magyar piaci portfólióval ellentétesen mozog. Ezt igyekeznek kihasználni a devizában eladósodók is; sajnos, néha megfeledkezve arról, hogy bár a határidős árfolyam és a lejáratkori árfolyam különbségének várható értéke pozitív, egyes kimenetekre a határidős devizaeladás nagymértékű veszteséggel járhat (lásd a 2008 vége–2009 közötti időszakot).

Az egyéves határidős euróeladás, valamint az egyéves forward árfolyamra szóló (forward ATM) euróeladási opció piaci ára 2011. június 27-én:

1. táblázat

Piaci árfolyamok (EUR/HUF)

	EUR/HUF
Azonnali árfolyam	268,96
1 éves határidős árfolyam	279,43
1 éves euró eladási jog 279, 43-on	11,75

Forrás: ECB

Az 1. ábra valós árfolyameloszlása alapján a fenti derivatív ügyletek eredményét foglalja össze a *2. táblázat*:

2. táblázat

EUR/HUF származtatott ügyletek eredménye

	Határidős euró eladás (EUR/HUF)	**Euró eladási opció vétele (EUR/HUF)**	**Euró eladási opció vétele (hozam)**
Várható érték	4,16	14,67	24,83%
Szórás	31,02	18,26	
Ferdeség	–0,35	1,19	
5% percentilis	–49,27	0,00	–100,00%
95% percentilis	52,08	52,08	343,21%

A származtatott ügylet hozama nem értelmezhető, ha a megállapodás nem jár kezdeti pénzáramlással. A tőzsdén kívüli határidős megállapodásoknál jellemzően nincs letéti követelmény, ezért az ügylet eredményét nem tudjuk hozamként kifejezni. A határidős euróeladás eurónként várhatóan 4,16 forintot eredményez, a pozíció azonban jelentős koc-

7 Szemben például a részvényekkel, amelyeknek a hozama általában meghaladja a kockázatmentes hozamot.

kázat vállalását jelenti; az esetek legrosszabb 5%-ában több mint 49 forint az eurónkénti veszteség. A legjobb 5%-a a kimeneteknek pedig 52 forintot meghaladó nyereséget biztosít eurónként. Az opciók esetében az ügylet várható eredménye (14,67 forint eurónként) hasonlítható az ügyletkötéskor fizetendő opciós díjhoz (11,75 forint eurónként), ami 24,83% várható hozamot jelent az opció vásárlójának. Felmerül a kérdés, hogy az euró határidős vásárlója, illetve ez eladási opció kiírója miért vállalja a negatív várható értékű kockázatos pozíciót. A válasz egyértelműen adódik a derivatív árazás alapelvéből: egyáltalán nem kell kockázatot vállalni, hiszen az eladott származtatott termék szintetikusan előállítható, ezzel a derivatív pozíció fedezhető a hitelből származó euró jelenbeli eladása és forintbetét elhelyezése által.

5. A Black–Scholes-értékelés alkalmazhatóságának korlátai

A Black–Scholes-modell kétségtelenül elegáns megoldást kínál erre az értékelésre azáltal, hogy a kockázatos – Száz [2011] terminológiáját használva, gyakoriságokon és esélyeken alapuló[8] – várható kifizetést egy objektíven meghatározható várható értékké alakítja, amelyet az ismeretlen kockázati felárral módosított hozam helyett a kockázatmentes hozammal diszkontálva, kapunk helyes eredményt. Az európai vételi (call) opció értéke ezek alapján meghatározható az opciós megállapodásban adott (kötési árfolyam, idő) paraméterek, illetve piacon megfigyelhető és kereskedhető paraméterek (alaptermék árfolyama, kockázatmentes hozam, volatilitás, devizák esetén a külföldi deviza kockázatmentes hozama) által.

Amennyiben a származtatott termék értékére az alapterméktől eltérő kockázati tényező is hat (mint például a likviditás), már nem tudjuk alkalmazni az arbitrázsmentes érvelést, csak akkor, ha létezik ezzel a kockázati faktorral tökéletesen korreláló termék, ami betehető a replikáló portfólióba (Cox és társai [1979]).

Megvizsgálva a modell feltételeinek fennállását a gyakorlatban, több ponton is kockázati-bizonytalansági elem kerül az értékelésbe. A modell fő feltételezése a replikálhatóság, azaz egy olyan másoló portfólió létrehozásának a lehetősége, amely, ha igényel is változtatást a futamidő alatt, ez nem jár pénzáramlással, mivel folytonos árak mellett, korlátlan mennyiségben tudunk üzletet kötni. Ezek a feltételek – korlátlan likviditás, folytonos árak, valamint, hogy nincsenek tranzakciós költségek – a pénzügyi piacokon kereskedett termékekre általában igazak, de relatíve gyakran sérülnek; a 2008-as évben például az európai piacok szinte mindegyikén voltak olyan időszakok, amikor teljesen leállt a kereskedés. A fedezés a gyakorlatban diszkrét időpontokban történik, ami normál piaci helyzetet feltételezve is azt jelenti, hogy az árak folytonossága nem garantálható.

A modell feltételezi továbbá, hogy a hozamok normális eloszlásúak (ismert szórással), a hozamgeneráló folyamat Itô-folyamat, amelynek a transzformáltjában ugyanaz a (normális eloszlású) kockázati tényező jelenik meg, mint az alapfolyamatban. A normális eloszlás a végtelen számú kimenetet egy relatív szűk tartományra korlátozza azáltal, hogy a várható értéktől nagymértékben eltérő (szórás négyszeresén túli) eseményekhez gyakorlatilag nul-

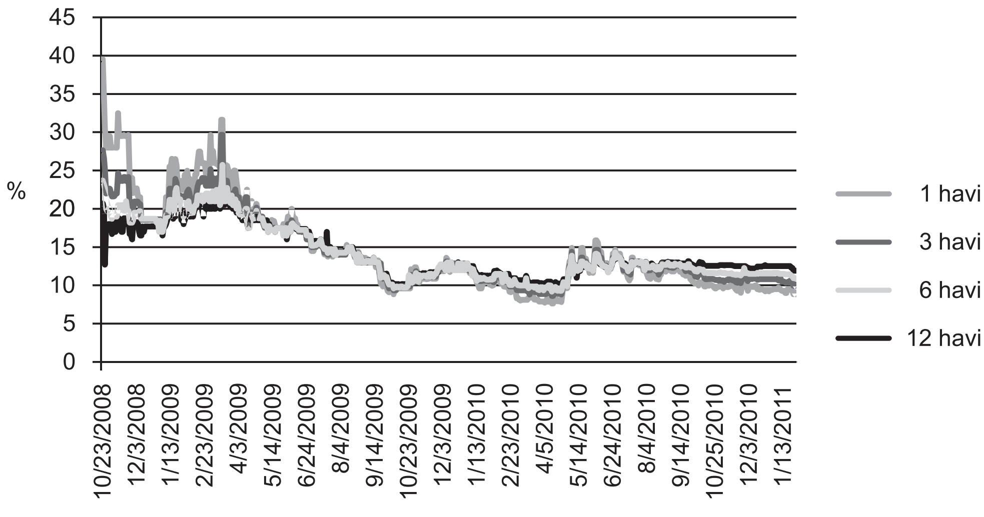
8 Száz [2011] javasolja a kettő szétválasztását, azonban, ahogy Krekó [2011] felhívja a figyelmet, a kettő közötti határvonal meghúzása a gyakorlatban szinte lehetetlen.

la valószínűséget rendel, ami fontos feltétele a *„bizonytalanság számszerűsíthetőségének”* (Bélyácz [2011]). A gyakorlatban azonban látunk példát akár nyolcszoros szóráson kívül eső hozamokra is, ami arra enged következtetni, hogy magát az alapfolyamatot illetően sem lehetünk biztosak.

A modell feltételezése a konstans volatilitásról a gyakorlatban még normál körülmények között sem állja meg a helyét. Ennek ékes bizonyítéka a volatilitás mosoly jelensége, az ugyanazon alaptermékre, ugyanolyan lejárattal rendelkező opciók jegyzett volatilitása a kötési árfolyam függvényében eltérő (annál magasabb, minél inkább távolabb van a kötési árfolyam a forward árfolyamtól). A *2. ábra* a határidős árral azonos kötési árfolyamú (forward at-the-money) EUR/HUF opciók jegyzett évesített volatilitásait mutatja 2008 vége és 2011 eleje közötti időszakban. Még ha figyelmen kívül is hagyjuk a Lehmann-csőd[9] utáni, extrém piaci időszakot, akkor is egy meglehetősen széles, 8–16% közötti sávban mozogtak a jegyzések. Az utóbbi egy évben pedig a különböző futamidejű opciók jegyzett volatilitásának tartós eltérése tapasztalható, tehát a piaci szereplők szerint hosszabb távra az idő négyzetgyökénél nagyobb ütemben növekszik a bizonytalanság.

2. ábra

EUR/HUF at-the-money opciók jegyzett éves volatilitása (2008. november–2011. január)



Forrás: Reuters

Mindezek alapján véleményem szerint a származtatott termékek árazásában a valószínűségek nemcsak a konzisztens súlyokat jelentik (Száz [2011] valószínűség-értelmezése), hanem – hasonlóan az egyéb befektetési döntésekhez – a gyakoriságon és esélylatolgatáson alapuló kockázati értékelést is, ami a származtatott eszközök értékének meghatározásához

9 A Lehman Brothers Holdings Inc., a negyedik legnagyobb amerikai befektetési bank, egyben a világ egyik legnagyobb brókercége a gazdaságtörténet legnagyobb csődjét jelentette be 2008. szeptember 15-én New Yorkban.

alkalmazott volatilitás-paraméterben jelenik meg. A gyakorlatban az opciós kereskedő által adott kétoldali árban (ez lehet az opciós díj, amiből a Black–Scholes-képlet segítségével kiszámolható az implicit volatilitás, vagy maga a volatilitás, amiből a Black–Scholes-képlet adja meg az árat) a fent említett bizonytalansági faktorok nyomán adódó kockázatok is öszszegződnek; az árat leginkább a jövőre vonatkozó, szubjektív vélemény határozza meg. Az alaptermék kockázatát jelentő volatilitás tehát nem feltétlenül esik egybe a mért (historikus) volatilitással, és statisztikai módszerekkel nem is tárható fel (Medvegyev [2011]).

A Black–Scholes–Merton-modell bizonyos megkötésekkel alkalmazható más pénzügyi eszközök – például beruházások vagy hitelek – értékelésében is. Véleményem szerint azonban, mivel még a modell feltételeinek leginkább eleget tevő pénzügyi eszközök (nagy forgalmú részvények, devizák, kötvények) esetében sem állítható a kockázat teljes kiküszöbölhetősége, az egyéb pénzügyi eszközök, mint a reálopciók (vagyis a jövőbeli kedvező lehetőségek kihasználását lehetővé tevő eszközök) árazásában nem megkerülhető az eszköz elvárt hozamának becslése, még ha – ahogyan Száz [2011] írja[10] – azok meglehetősen önkényesek és megfoghatatlanok is.

6. Összefoglalás

Bár a valóságban a Black–Scholes–Merton-modell feltételei több ponton sérülnek, vitathatatlan a modell jelentősége. Annak a nyomán indult el a tőzsdei opciós kereskedés; illetve, az elmélet felírása a binomiális modellben lehetővé tette a széleskörű alkalmazását, és máig a derivatív árazási elmélet alapja. A modellben az alaptermék kockázatát az ismert nagyságú volatilitás testesíti meg, és mivel ennek a kockázatnak a meghatározott transzformáltja jelenik meg a származtatott termékben, a kettő egymással tökéletesen semlegesíthető.

A kockázatot számszerűsítő szórás becsléséhez jó kiindulási alapot nyújtanak a statisztikai módszerek[11], de ezeket a gyakorlatban (legyen szó akár opciós kereskedésről, akár kockázatkezelési kimutatásról) általában „szakértői becslésekkel" módosítják, tehát valamilyen önkényesen megválasztott kockázati felár is bekerül az értékelésbe.

Miközben a származtatott termékek értékelése a tudományos objektivitás látszatát kelti, a valóságban a Black–Scholes-modell feltételeinek hiánya miatt nem küszöbölhető ki teljes mértékben a kockázat, ezért a volatilitás-paraméterben az opciós kereskedők szubjektív véleménye is megjelenik. A származtatott termékek árazása, hasonlóan az egyéb pénzügyi eszközök értékeléséhez, tartalmaz bizonytalanságot, és így nem függetleníthető a kockázati preferenciáktól.

10 L. Száz [2011], 342. o.

11 Akár a múltbeli adatokon alapuló, akár egyéb előzetes információkat is figyelembe vevő statisztikai módszerek, amelyeket Kovács [2011] mutat be részletesen.

Irodalomjegyzék

Bélyácz Iván [2010]: Kockázat vagy bizonytalanság? Elmélettörténeti töredék a régi dilemmáról. *Közgazdasági Szemle,* LVII. 7. sz., 652–665. o.

Bélyácz Iván [2011]: Kockázat, bizonytalanság, valószínűség. *Hitelintézeti Szemle.* 10. évf. 4. sz., 289–313. o.

Berlinger Edina [1998]: Derivatív termékek várható hozama. In: Bácskai T.–Király J.–Marmoly J.–Májer B.–Sulyok-Pap M. (szerk.): Bankról, pénzről, tőzsdéről. Válogatott előadások a Bankárképzőben 1988–1998. Budapest, Nemzetközi Bankárképző Központ Rt.

BIS [2010]: OTC derivatives market activity in the second half of 2010. http://www.bis.org/publ/otc_hy1105.pdf

Black, F.–Scholes, M. [1973]: The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 (3), 637–654. o.

Cox, J. C.–Ross, S. A.–Rubinstein, M. [1979]: Option Pricing: A Simplified Approch. *Journal of Financial Economics*, 7 (3), 229–263. o.

Cox, J. C.–Ross, S. A. [1976]: Valuation of Options for stochastic Processes. *Journal of Financial Economics,* 3 (1–2), 145–166. o.

ECB Statistics,
http://sdw.ecb.europa.eu/browseSelection.do?DATASET=0&sfl1=4&FREQ=D&sfl3=4&CURRENCY=&node=2018794

Hull, J. C. [1997]: Options, Futures and other Derivatives, 3rd edition, Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall

Kovács Erzsébet: [2011]: A kockázat mint látens fogalom. *Hitelintézeti Szemle.* 10. évf. 4. sz., ???–???. o.

Krekó Béla [2011]: Kockázat, bizonytalanság és modellkockázat kockázatkezelési szemmel. *Hitelintézeti Szemle.* 10. évf. 4. sz., 349–359. o.

Lewis, M. [2010]: A nagy dobás. Budapest, Aliena Kiadó

Markowitz, H. [1952]: Portfolio selection, *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91. o.

Medvegyev Péter [2011]: Néhány megjegyzés a kockázat, bizonytalanság, valószínűség kérdéséhez. *Hitelintézeti Szemle.* 10. évf. 4. sz., 314–324. o.

Medvegyev Péter–Száz János [2010]: A meglepetések jellege a pénzügyi piacokon. Budapest, Nemzetközi Bankárképző Központ Zrt.

Sharpe, W. F. [1964]: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 19 (3), 425–442. o.

Száz János [2011]: Valószínűség, esély, relatív súlyok. *Hitelintézeti Szemle.* 10. évf. 4. sz., 336–348. o.

Wilmott, P. [2007]: Paul Wilmott introduces Quantitative Finance, 2nd ed., England, John Wiley & Sons