

SZÁZ JÁNOS

# Valószínűség, esély, relatív súlyok

## *Opciók és reálopciók*

Bélyácz Iván figyelemfelkeltő „Kockázat, bizonytalanság, valószínűség” című cikke – amely egyben részletes irodalmi áttekintés is – olyan fogalmi tisztázatlanságokra hívja fel a figyelmet, amelyek mellett évek, évtizedek óta szó nélkül megyünk el, amikor a kockázatkezelés technikai részleteit tanítjuk.

### MIT HASZNÁLUNK, AMIKOR VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁST HASZNÁLUNK A PÉNZÜGYEKBEEN?

Kissé sarkítva a kérdésfeltevést: van-e relevanciája a valószínűség-számításnak (a statisztikának) az üzleti, befektetési döntések, illetve a banki kockázatkezelés során?<sup>1</sup> Az üzleti életben lépten-nyomon meglévő bizonytalanság vajon az ismereteink hiányosságából fakad-e (és ilyenformán helyénvaló szubjektív valószínűségekről beszélni); vagy objektíve létező, sztochasztikus folyamatokról van szó, amelyek megismerhetők és megismerendők? Ez esetben a múltbeli adatokból becsült paraméterek tartalmaznak-e hasznos információt a jövőre nézve?

Az idézett tanulmány perdöntő fontosságúnak tartja az opcióárazás Nobel-díjas gondolatát, a Black–Scholes–Merton opcióárazási modell tanulságát: a megfelelő kockázati prémium keresése helyett keressük a kimeneteknek olyan súlyozását (kockázatmentes valószínűség), amely mellett a kockázatmentes kamatlábat használhatjuk a diszkontáláshoz. Kérdés: ami adekvát a piaci kockázatok egy fajtájának árazásához, az alkalmas eszköz-e általában a befektetési, üzleti döntések kezelésére? Általános elvként húzódik-e meg a közgazdasági elmélet mögött, és érvényes következtetést vonhatunk-e le belőle a körülöttünk levő fizikai valóság értelmezésére, a valószínűség fogalmának mibenlétére?

Cikkemben elsősorban azokat a vélekedéseimet igyekszem összefoglalni, amelyekben Bélyácz Ivántól eltérő következtetésekre jutottam.<sup>2</sup>

Medvegyev Péter a „Néhány megjegyzés a kockázat, bizonytalanság, valószínűség kérdéséhez” című cikkében a Bélyácz Iván által idézett névsort és a bizonytalansággal kapcsolatos fogalmakat (mint kitettség, bizonytalanság, kockázat) egy fontos névvel és egy fontos matematikai ággal egészítette ki: *Kolmogorovval* és a mértékelmélettel. Tanulmánya a tudományok (mindenekelőtt a matematika) fejlődésének három eltérő szakasza alapján

1 Abban az értelemben, hogy a valószínűség-számítás véletlen tömegjelenségekkel foglalkozik.

2 Helyenként eltérő vélekedésünk alapvető oka szerintem az, hogy Bélyácz Iván kimondatlanul a reálopciók és a befektetési döntési helyzetek világa felől közelít az általa felvetett problémához; én magam kevés időt töltöttem a reálopciók problematikájával, ám annál többet a piaci opciókkal és más piaci származtatott termékkel.

vizsgálja, hogy mit is tudunk mondani a valószínűség fogalmának közgazdasági-pénzügyi interpretációjáról.

„Ahhoz, hogy a statisztika eszközeit érdemben használni tudjuk, független, azonos eloszlású és igen nagy számú megfigyelésre van szükség. Az első két feltételből lehet engedni, körültekintő modellezéssel a stacionaritás és a függetlenség megkötése enyhíthető; de a nagy számok törvényében a nagy szó nem véletlenül szerepel. A valószínűség-számítás lényegét megfogalmazó nagy számok törvényében a nagy szó nagyon nagyot jelent...”<sup>3</sup>

„...egy jövőben esedékes, bizonytalan kifizetés jelenben fizetendő ára a jövőbeli kifizetés diszkontált várható értéke. Az egyetlen gond csak az, hogy nem ismerjük sem a diszkontfaktort, sem a várható érték kiszámolásához szükséges eloszlást. A lényeges gondolat az, hogy a várható érték képzéséhez szükséges eloszlás statisztikai módszerekkel nem tárható fel, mert a modellben nincs semmilyen ismétlődés. Hangsúlyozni kell, hogy a diszkontált várható kifizetés képletében a várható értéket nem a nagy számok törvénye kényszeríti ki. Nem arról van szó, hogy egy sokszor ismétlődő, véletlen játéokban az egyes kimenetek árának a megfelelő valószínűségekkel kell arányosnak lennie. A képletben szereplő várható érték egy »várható érték«-szerű matematikai objektum, amely elsősorban az árfüggvény linearitása miatt matematikailag származtatható.”<sup>4</sup>

## SZAKNYELVI HIGIÉNYIA

A hazai pénzügyi szakmai élet rendszerváltás körüli frissülése egyben a szaknyelv egyes elemeinek a megújulását is magával hozta. A nyelvi pontosság és leleményesség előfeltétele a tiszta gondolkodásnak és a pontos kommunikációnak. Apróság, de fontos, hogy magyarul a „short call” nem a „vétel eladása” (mint egyes nyelvekben), hanem „eladási kötelezettség”-ként honosodott meg évtizedes kemény munka árán.<sup>5</sup>

Ennek a tudatos nyelvi higiéniának a nyomdokán haladva, javasolom, hogy a **valószínűség** szót használjuk egyértelműen az eredeti matematikai értelemben: a *relatív gyakoriság* határértékeként.<sup>6</sup> Tehát mindenféleképpen kerülném a jövőben, és zavarosnak tartanám az olyan kérdéseket, mint például: „Mi a valószínűsége annak, hogy a házunk alatt egy fel nem robbant bomba van?”. Erre a funkcióra tökéletesen megfelel a magyar **esély** szó. Az *esély-*

3 MEDVEGYEV [2011], 318. o.

4 MEDVEGYEV i. m. 319. o.

5 Az oroszban a *cross-hedging*, az *cross-hedging*, magyarul keresztfedezeti ügylet. Sok nyelvben a „leverage”, az „leverage”, magyarban elfogadottá vált az 1990-es évek elején a „tőkeáttétel” – szinte már észre sem vesszük, hogy ez egy nyelvújított, új szó. Akárcsak a *kamatcsere* vagy *devizacsere* az *interest rate swapra*, illetve a *currency swapra*. Az opciók esetében végül is csak kiszorította az *alaptermék* szó az *underlying* olyan tükröfordításait, mint a *mögöttes termék* vagy *alatta fekvő termék*...

6 Észben tartva persze, hogy ez nem a fogalom definíciója (kiindulópontja), hanem egy tulajdonsága.

latolgatás nagyon pontosan kifejezi a „szubjektív valószínűség” kifejezés vélhető tartalmát, és ennek a szópárnak a mellőzését is javasolnám a jövőben.<sup>7</sup>

Gyakran használják a valószínűség kifejezést olyankor is, amikor a **kimenetek relatív súlyairól** beszélnek. Az opciók árazásánál egyértelmű, hogy erről a harmadik esetről van szó. Erre utal Medvegyev Péter idézett szövegrészlete is: „*A képletben szereplő várható érték egy »várható érték«-szerű matematikai objektum...*” Ha a valószínűség nem valószínűség, csak afféle, akkor a várható érték sem várható érték, csak olyasvalami.

Az opcióárazásban<sup>8</sup> szereplő valószínűségek tehát nem valószínűségek, csak annak nevezik. A relatív súlyként betöltött szerep az alapja a mértékcsereinek is, amikor az objektív  $P$  mértékről áttérünk a  $Q$  martingálmértékre.

A szóhasználatra vonatkozó javaslatom bizonyos mértékig analóg a *bizonytalanság – kockázat* megkülönböztetéssel. Ha bizonytalanságról van szó, akkor inkább csak *esélyekről* beszélhetünk, mint valószínűségekről; ha kockázatról van szó, akkor már inkább a *valószínűség* szó használata lehet adekvát.

## A JELENBENI ÁRAK ÉS A LEHETSÉGES KIMENETEK KONZISZTENS SÚLYAI

A relatív súlyokat nevezhetjük pongyola módon valószínűségnek is, de bajba is keveredünk, ha az átcserélt valószínűségeket megpróbáljuk módosított gyakorisággként értelmezni. A dolog fontossága mégér egy számpéldát.<sup>9</sup>

*Legyen az induló árfolyam 100, ami  $T = 1$  év alatt duplázódik vagy feleződik. Ha az árfolyam-emelkedés **tényleges valószínűsége  $p = 0.6$** , akkor a várható árfolyam 140, ami  $\mu=40\%$  elvárt hozamot tükröz.*

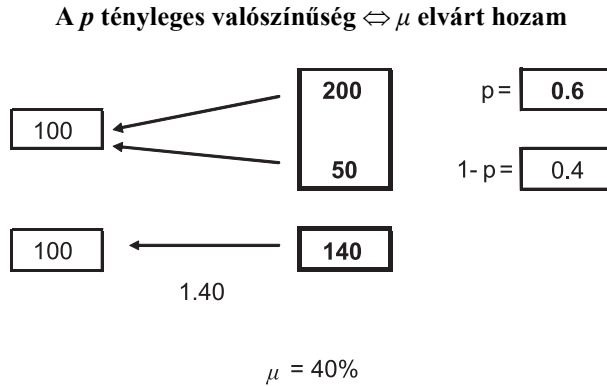
<sup>7</sup> A szavaknak, megnevezéseknek a gyakran észrevétlenül maradó szerepe nehezen túlbecsülhető. Birodalmak fennmaradása lehet az eredményük. Gondoljunk csak bele, mi lenne, ha egyszerűen az Anglia elnevezést próbálták volna ráhúzni Skóciára, Walesre, és nem lennének a bölcs Egyesült Királyság, Nagy-Britannia, Commonwealth elnevezések...

Magyarországon az, hogy közgazdászok neveznek minden üzleti oktatási formát, elfedi azt a bajt, hogy évente százánál is kevesebb közgazdászt képeznek az országban. Eközben mindenki meg van győződve róla, hogy tízezernél is többet. Sajnos, könnyen meg lehet nevezni olyan közgazdászokéknak mondott „egyetemi” alapszakokat, amelyeknek a végzett hallgatóit a szó szoros értelmében közgazdásznak (azaz a „köz” gazdasági problémáit orvosolni képes szakembernek) nevezni legalább akkora túlzás, mint a pedikűrösöket besorolni a diplomás sebészek közé.

<sup>8</sup> Az már szinte paradox, hogy opcióárazás mint olyan nem is létezik, annak ellenére, hogy világszerte könyvek százainak a címében díszleg e kifejezés. Derivatív árazás van. Az árazás mikéntjét nem érinti, hogy az adott pozíció éppen opció-e, vagy valami egészen más konstrukciójú származtatott termék. Az opciók árazása elnevezés annak kapcsán terjedt el, hogy azok értékét nem lehetett – a határidős árfolyamokhoz hasonlóan – egyszerűen felkamatoztatott értéként kiszámítani. Az opcióárazás a feladat volt, aminek a megoldása általános: ez a származtatott (derivatív) termékek árazása.

<sup>9</sup> MEDVEGYEV-SZÁZ [2010], 105.o.

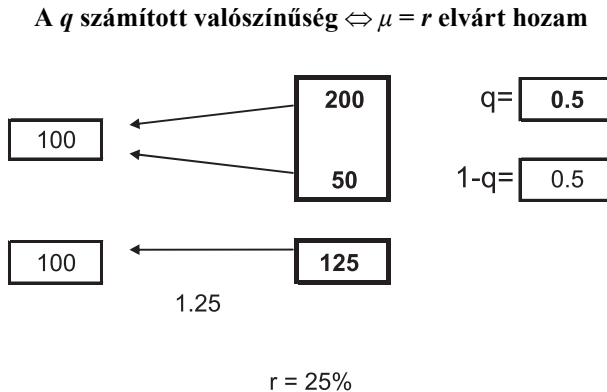
1. ábra



Minél magasabb az árfolyam-emelkedés valószínűsége, annál nagyobb a várható árfolyam, annál nagyobb az elvárt hozam – rögzített jelenlegi árfolyam mellett, és adott jövőbeni lehetséges árfolyamok mellett. Kérdés, milyen számított  $q$  átmenet-valószínűség mellett lesz a várható árfolyam a jelenlegi árfolyam felkamatoztatott értéke?

Számpéldánkban ez a **visszaszámított  $q = 0.5$** -nek adódik, ha az éves effektív kamatláb 25%, (azaz  $B = 1.25$ ) és a részvény árfolyamváltozásának időhorizontja (a periódushossz) 1 év, akkor a várható árfolyam 125, ami a **kamatlábbal egyező  $\mu=25\%$  elvárt hozamot** tükröz.

2. ábra



Példánkban a kulcsmozzanat az, hogy adott a jelenbeni ár (100).

Az **Arrow-Debreu-modell** elemi erővel világít rá arra a tényre, hogy ha adottak a különböző papírok lehetséges jövőbeni értékei [ $\mathbf{V}$  mátrix:  $V(i,j)$  az  $i$ -edik papír értéke a  $j$ -edik állapotban] és a jelenbeni árak [ $p(i)$ ], akkor fenn kell állnia a

$$\mathbf{P} = \mathbf{Vz} \quad \mathbf{0} < \mathbf{z}$$

összefüggésnek, azaz az *AD*-modellben a piac akkor és csak akkor arbitrázsmentes, ha a  $\mathbf{p}$  árvektor a  $\mathbf{V}$  oszlopvektorainak súlyozott átlaga, ahol a súlyok pozitívak.<sup>10</sup>

Nemnegatív súlyok esetében a relatív súlyokat értelmezhetjük valószínűségként is, és használhatjuk a valószínűség-számítás teljes eszköztárát (várható érték, szórás és egyéb momentumok), de ennek csak a súlyozáshoz és nem a lehetséges kimenetek gyakoriságához van köze.

Mint Medvegyev Péter is hangsúlyozza fentebb idézett írásában, a pénzügyi származtatott termékek árazása a *replikálhatóságon*, és nem a nagy számok törvényén alapszik.

## A PIACOK TELJESSÉGE

Diszkrét esetben a lehetséges állapotokat egy vektorban foglalhatjuk össze. Ekkor a derivatív termékek árazása visszavezethető arra, hogy  $n$  elemű vektorokat miként állíthatunk elő más  $n$  elemű vektorokból. A *piac teljessége* ez esetben semmi más, mint hogy azon termékek, amelyeknek az ára ismert, bázist alkotnak-e vagy sem. Ha nem, akkor szokás *incomplete market*ről beszélni, pedig nem a piac teljes vagy sem, hanem a modell!<sup>11</sup>

De ez a nyelvi pongyolaság semmi az angolszász irodalomban lépten-nyomon használt *folytonos kamatláb* (continuously compounded interest rate) kifejezéshez képest. A folytonos kamatláb azt a képzetet kelti (hiszen ebből vezetik le), mintha a bankbetét tőkésítése folytonosan történe. Pedig a magyarul *logkamatláb*nak nevezett nagyságot bármely diszkrét esetben is használhatjuk additív hozamként, hiszen az

$$1.05^t = e^{\ln 1.05 t} = e^{rt}$$

felírást nem csak akkor használhatjuk, ha a  $t$  folytonos. És megfordítva: hiába írjuk effektív kamatlábként az évi 5%-os kamatlábat, a baloldali kifejezés is folytonos kamatozású bankbetétet ír le, ha a  $t$  folytonos!

Nem az  $e$ -ados kifejezésből adódik a folytonos kamatozás, mint azt a lépten-nyomon használt angol kifejezésből gondolhatnánk, és sokan gondolnak is helytelenül.

Ugyanakkor megjegyzendő, hogy a binomiális modellben is csak akkor teljesül a replikálhatóság, ha minden súlyozás megengedett, tehát nincs korlátozva például a short selling. Ennyiben nemcsak a modell megválasztásán (binomiális versus trinomiális) múlik, hanem a szabályozáson is.

<sup>10</sup> MEDVEGYEV-SZÁZ [2010], 119–130. o.

<sup>11</sup> Egy részvény és egy elemi kötvény teljes piacot jelent a binomiális modellben, és nem teljes piacot a trinomiális modellben, amiből látható, hogy az elnevezés nem a létező piacokra (a kirgiz vagy brazil értékpapíri piacokra), hanem a modellekre vonatkozik – tőkéletesen félrevezető módon.

Ha a piac teljes, akkor a replikálás – és így a relatív súlyok ( a kockázatmentes mértek) – nagysága is *egyértelmű*. Honnan jönnek a súlyok? A piacon megfigyelt árakból. Ez tükrözi a keresletet, azon keresztül a hasznosságot (bármilyen legyen az), és a jövőbeni kimenetek implicit súlyozását (még ha nem is ismerjük, hogy mit is súlyoztunk).

Ha a modell nem teljes, akkor a *kockázat piaci ára* meghatározásra szorul; itt jöhet be a közgazdászok kedvenc elméleti konstrukciója, a *hasznossági* függvény – de ez sem más, mint egyfajta konzisztenciakritérium, ami akkor használható, ha a befektető racionális.<sup>12</sup>

Az eredeti kérdésfelvetésnek megfelelően (ti. annak, hogy a valószínűség gyakoriságként értendő-e), mit lehet abból kiolvasni, hogy ezer forintba kerül az a biztosítás, amelyik 1 millió forintot fizet abban az esetben, ha lezuhan a gépünk? (És most tekintünk el a biztosító működési költségeitől, ilyen értelemben legyen ez egy „nettó” ezer forint).

*Ez azt jelenti, hogy 1 ezrelék a valószínűsége, hogy lezuhan a gépünk?!*

Avagy egy olyan szubjektív valószínűségről van szó, amelyről Medvegyev Péter azt írja: „A szubjektív valószínűség az árakat meghatározó **hasznosságoknak** a piaci verseny által némiképpen átkódolt tükröképe”<sup>13</sup>

Lényeges szempontot vet fel a vitában Kovács Erzsébet [2011], amikor a bayesi statisztikát is bekapcsolja az elemzésbe, csökkentve a pusztán gyakorisági értelmezés esélyeit.

## A SOKSZÍNŰ PÉNZÜGYEK

Gyakoriságról, szubjektív vélekedésről vagy konzisztens súlyozásról van szó az alábbi területeken?

1. táblázat

### A valószínűség értelmezése a pénzügyek különböző területén

		gyakoriság	esély	konzisztens súly
1.	<b>Biztosítás</b>	x		
2.	<b>Opcióárazás</b>			x
3.	<b>Hozamgörbemodellek</b>			x
4.	<b>Reálopciók</b>		?	?
5.	<b>Üzleti/beruházási döntések</b>		x	
6.	<b>Befektetési (értékpapír-vásárlási) döntések</b>	x	x	
7.	<b>Nyugdíjrendszer</b>	x		
8.				

A felsorolást lehetne bővíteni a szélesebb közgazdaságtani, társadalmi jelenségekig. A táblázat sokféleképpen kitölthető, kinek-kinek a meggyőződése szerint.

12 Nem feltétlen a szó hétköznapi értelmében, azaz nem feltétlenül viselkedik józanul. A racionális itt inkább következetest jelent, azt, hogy lehessen a döntéseinek sorozatából egy hasznossági függvényt konstruálni: lám-lám, ezt maximalizálja a gazdasági alanyunk.

13 MEDVEGYEV [2011], 320. o.

Az világos, hogy az *opcióárazásnál*, ha teljes a piac (azaz egyetlen kockázati forrásnál a binomiális esetben és a folytonos esetben a Wiener-folyamat mellett) a replikálás és – ebből adódóan – a kimenetek súlyozása egyértelmű. Ekkor az alaptermék (részvény vagy deviza) piaci árát is visszakapjuk ezen súlyok használatával.

Ám miként ítéljük meg eljárásunkat, ha az opcióárazáshoz a **trinomiális** modellt használjuk, miközben a kamatlábbal diszkontálunk? Ne feledjük, ebben az esetben nem küszöbölhető ki a kockázat, tehát elméletileg nem helyes a kamatlábat tekinteni elvárt hozamnak. Másfelől viszont tekinthetjük úgy is, hogy a trinomiális fa csupán egy numerikus módszer, amely az árazó formulát szolgáltatott, binomiális folyamat közelítése.

Fontos, hogy a Bélyácz Iván által felvetett kérdésre ezen a ponton milyen választ adunk, mert ebbéli vélekedésünk már jelentősen meghatározza az előző táblázat többi sorára adandó válaszunk jellegét. A táblázatban a továbblépés első állomása a **reálopciók**: itt nem áll fenn a replikálhatóság, ami a kockázatmentes kamatláb alkalmazhatóságának az alapja lenne, de feltételezhetően még mindig a kisebbik rossz, ha megfelelő súlyozásokat keresünk, nem pedig a bizonyos mértékig önkényes kockázati prémiumokat és megfoghatatlan objektív valószínűségeket. De a Bélyácz Iván által felvetett kérdés szempontjából az is fontos, hogy az eljárásunkat a reálopciók értékelésére a valóság adekvát tükörképének tekintjük-e, vagy úgy gondoljuk, hogy csak jobb híján alkalmazzuk.

Persze, akármi is a súlyozás, a lényeg, hogy nem váltogathatjuk önkényesen a különböző esetekre. A beépülő alkatrészek árlistájának függetlennek kell lennie attól, hogy mibe is épül be.<sup>14</sup> Az, hogy miként vélekedünk a reálopciók árazása kapcsán követett eljárásunkról, már átvisz a következő stációhoz: miként is vélekedünk bizonytalanságról, kockázatról az *üzleti döntések* során?

Akármit is gondoljunk a valószínűség jellegéről az üzleti döntésekben, szerintem ez nem vihető át a sokszínű **közgazdasági** problémák egész színspektrumára. Itt egyaránt megtalálhatók a statisztikai alapon elég jól előrejelezhető kérdések (pl. a *demográfia* és ezzel összefüggésben a nyugdíjrendszer egyes paraméterei), valamint az olyanok is, ahol ez elméletileg sem áll fenn, például az előrejelezhetetlennek ítélt *hatékony piaci árak* alakulása.

Az 1. táblázat képzeltbeli hosszú listájában manapság meglehetősen fontosságúvá léptek elő a **banki hitelezési döntések**. Az biztos, hogy ezen a területen ma minden korábbi normát és képzeltet felülmúl a múltbeli átlagos statisztikákban való hit.<sup>15</sup> Vajon egy-egy hitel egyedi jelenség-e, vagy egyszerű tömegjelenség? Ha az 1. táblázat üresen hagyott 8. sorába a **CDS**-t írjuk be, ennek értékelésekor a valószínűség gyakoriság, a jövőt illető bizonytalanság vagy a különböző scenáriók konzisztens súlyozása?

<sup>14</sup> Ez az, ami nyilvánvalóan és hangsúlyosan nem teljesül az üzleti életben: egy rózsaszál igen különböző árakon kerülhet bele különböző csokrokba és koszorúkba.

<sup>15</sup> Ma ez a terület az adatbányászok olyan virágkora, mint két évszázada az aranyásóké.

## MIT OLVASHATUNK KI A VALÓSZÍNŰSÉG ÉRTELMEZÉSÉRŐL A BLACK–SCHOLES–MERTON-MODELLBŐL?

Ez attól függ, hogy miképpen használjuk a modellt. A vélhetően legintelligensebb olvasata a BS-képletnek az implicit volatilitást adja: ez esetben nem historikus volatilitásadatot helyettesítünk a BS-képletbe, hogy megkapjuk az opció értékét, hanem fordítva: a megfigyelt piaci call értékekből olvassuk ki a modell segítségével, hogy milyen volatilitást vár a piac az *elkövetkező* időszakra.

Ha a historikus volatilitás az input, akkor kézenfekvő a *gyakorisági* értelmezés. Ha önkényesen módosítjuk a becsült historikus volatilitást – mondván, hogy az *elkövetkező* időszakra érvényes kilengések a relevánsak –, akkor a tudatlanságunkról árulkodó *esélylatolgatás* a releváns értelmezés. Az implicit volatilitás számításánál viszont az AD-modell sugallatát érezhetjük: a piaci árakból visszaolvasható a lehetséges kimeneteknek az árakban megbúvó *súlyozása*.

Bélyácz Iván irodalmi áttekintésében szerepel: a modell vonzó tulajdonsága, hogy minden lehetséges kimenetet figyelembe vesz.<sup>16</sup> Ez nem különösebb érdem, hiszen ez nemcsak a lognormális eloszlást, hanem bármely folytonos eloszlást vonzóvá tehet. A BS-modell mind a lehetséges állapotokat, mind az időt tekintve folytonos, ám nyilván egyik feltevés sem teljesül: nemcsak a portfóliót nem igazítjuk ki folyamatosan, hanem a lehetséges árak halmaza is diszkrét.

A válság és a derivatív termékeknek a válság terjedésében játszott szerepe tanított meg minket arra: elvi és fontos kérdés, hogy a származtatott termékek esetében kiküszöbölhető-e a kockázat vagy sem. A dinamikus hedge-et igénylő termékeknel a válasz egyértelműen **nem**<sup>17</sup>, akármit is sugalljanak a tankönyvek a diákok millióinak. A praktikus kérdés, hogy ez a kockázat kordában tartható-e? Ez a piaci körülményektől (kiemelten a likviditástól) függ. A gyakorlatban is érvényes elvi következtetések levonására tehát nem sok terünk marad.

Miben rendkívüli a BSM-modell? Ahogy telik az idő, és ízekre szedetik, illetve általánosabb keretbe kerül<sup>18</sup>, annál jobban érzük, hogy miért válhatott ki forradalmi változást a pénzügyekben az 1980-as, 1990-es években.<sup>19</sup>

A Markowitz-féle gondolat újszerűsége abban állt, hogy a korábban a várható érték dominálta értékpapír-kiválasztási folyamatban központi helyre került a kovariancia fogalma.<sup>20</sup> A BSM-modellben kulcs helyre kerül a variancia, és teljesen elvész a várható érték, azaz a várható hozam. A legmeghökkenőbb a BSM-elemzés azon eredménye, amely szerint érdektelen, hogy a valóságban milyen valószínűséggel kerül majd lehívásra az opció!

16 A hétköznapi életből vehetjük a legjobb példákat arra, hogy a legkellemetlenebb meglepetések akkor érhetnek bennünket, ha nem egyszerűen alábecsüljük az esélyét egy adott baj bekövetgésének, hanem ha fel sem merül, hogy az lehetséges.

17 Szemben például egy közönséges forward ügylettel.

18 L. HARRISON–PLISKA és követőinek a munkáját.

19 Ma már több figyelem fordul az összetevőiből adódó jellegzetességek analizálása, mintsem a gondolat egészének egy adott közegben való megjelenésére és az adott időpontban kiváltott hatására. Már nem a halászlé egészét nézzük, hanem hogy milyen halból is készül, mennyi benne a paprikának betudható izhatás stb.

20 Ehhez egyértelműen statisztikai adatok (és azokat tárolni és feldolgozni képes számítógépek) kellettek, ami egyértelműen a valószínűségek frekvencialista értelmezésének irányába tolja el a gondolkodásunkat.



Az ízekre szedett BSM-modell darabjaiból elemzésünk szempontjából legfontosabb alkotóelem azonban a **modell teljessége**. Ez az Itó-folyamat (Wiener-folyamat) használatában jelenik meg, ami az EMH-ből<sup>21</sup> fakad, és a kockázat kiküszöbölhetőségét eredményezi.<sup>22</sup> *Csak emiatt* esik ki a folyamat objektív driftje, és cserélődik át a kamatlábra. Ez tehát nem fakad az opciók „opcióságából”. Kizárólag az Itó-kalkulus eredménye.

Black 1976-ban általánosította a BS-modellt: ekkor elégséges a lejáratkori értékekre koncentrálni, és érdektelen az azt előállító folyamat. Az árfolyamok lognormális eloszlása ekkor is kulcsfeltevés: tehát egy specifikált valószínűség-eloszlásról van szó, empirikusan becsült paraméterrel. Ez minden ízében a klasszikus értelemben vett valószínűség-számításon alapszik.

Igen ám, de mint *Dömötör* [2011] felhívja rá a figyelmet, a devizakereskedők (és más piacok szereplői is), akik használják az opciókat, az árazási képletbe egy módosított volatilitásértéket tesznek<sup>23</sup>, korrigálendő a modell egyszerűsítő feltevéseit. És ezzel már javában üldögélünk is a kockázattól a bizonytalanság felé ballagó ökrösszekéren.

## A BSM UTÁN

A modellnek a hetvenes évek első felében történt publikálását követően a kutatások és publikációk kezdetben a modell bizonyos feltevéseinek feloldására irányultak (konstans kamatláb, konstans volatilitás), s arra, hogy miként alkalmazható más (egzotikus) opciókra, más alapfolyamatokra a GBM (geometriai Brown-mozgás) helyett (jump-diffusion folyamat). Az alapmodell népszerűvé válásának fontos mozzanata volt a modell diszkretizálása (*Cox–Ross–Rubinstein – CRR* [1978]), innentől vált érthetővé a szélesebb szakmai publikum és az átlagos felsőoktatás számára a modell.

Lényeges áttörés volt *Vašíček* modellje, ekkortól jelennek meg a hozamgörbemodellek, ezek közül is kemelkedő a *Heath–Jarrow–Morton*-modell (HJM), amely a forward kamatlábak paritásfeltételét fogalmazza meg. A BS-egyenlethez hasonlóan itt is kiesik az objektív drift, a forward kamatlábak driftjét a modell keretein belül kizárólag a forward kamatlábak volatilitásszerkezete határozza meg.<sup>24</sup> Elgondolkodtató, hogy a különböző futamidejű kötvények véletlenszerű áringadozásában van komoly konzisztencia (no-arbitrázs) feltétel, és ekkortól szokás a kötvények családjára úgy tekinteni, mint kamatláb-derivatívokra.

Más irányban vitték a vizsgálódásokat *Harrison* és *Pliska*, illetve követőik. Nem a modellt bővítették, hanem általában vizsgálták az eszközárzást, és hogy ebbe miként illeszkedtek be a BSM-elemzés különböző esetei. Az eszközárzás alaptételei adnak támpontot, hogy miként közelítsük meg a valószínűség fogalmának értelmezését a BSM-modellben.

21 Efficient Market Hypothesis, azaz a piaci hatékonyság feltételezése abban az értelemben, hogy a piac az új híreket azonnal beépíti a megfigyelhető árakba, így minden árváltozás sok hírforrásból ered (innen a normális eloszlás), és időben független, hiszen a meglepetés, az definíciószerűen meglepetés.

22 A bankbetét szintetikus előállíthatóságát az alaptermékéből és a származtatott termékéből a dinamikus hedge révén.

23 Vagy épp fordítva használják: az implicit volatilitást olvassák ki a piaci opciós árjegyzésekből.

24 A HJM-feltétel az a kamatlábakra vonatkozóan, ami a BS-egyenletet a derivatív termékekre.

Amiként egy relatíve külső esemény<sup>25</sup> tette népszerűvé a BS-elemzést, egy még inkább külső esemény – amely immár a tudomány körén is kívül esett –, az LTCM 1998-as bukása<sup>26</sup> ingatta meg azt a hitet, hogy a pénzügyek új korszaka köszöntött ránk, és hogy a Merton-féle vízió mutatja a pénzügyek fejlődésének irányát.

A BS-modell keltette futótűz azonban tovább terjedt, és a hitelezés statisztikai szemlélete, az „*originate and distribute*” mechanizmussal párosulva, jelentősen átalakította a banki hitelezés szemléletét és gyakorlatát, és ennek következtében a hitelezés kapcsán keletkező pénzügyi kockázatok jellegét és nagyságrendjét. A hozzájuk kapcsolódó **hitelderivatívák** (MBS, CDO, CDS stb.) problémája két dolgot mutat számomra:

1. Mind a hagyományos, mind pedig a hitelderivatívák esetében van egy **alap információs** folyamat<sup>27</sup>, és a derivatív árazás mindössze a különböző tükörképek között szükségszerűen fennálló összhangfeltételekről szól. Ebből szerintem nem olvasható ki, hogy egy leendő vállalkozás esélyeit mérlegelve, milyen súlyokat használjunk, és azokat mennyire megbízhatóan alapozhatjuk a múltbeli statisztikákra.
2. Élesen meg kell különböztetni a **piaci** kockázat kezelésére szolgáló derivatív termékeket a **hitelderivatíváktól**, hiszen az előbbi esetben feltételezhető, hogy az alapinformáció (T-bill hozam, USD/JPY árfolyam, IBM-árfolyam) sokak számára hozzáférhető és értelmezhető, míg utóbbi esetben ez jóval kevésbé teljesül.<sup>28</sup>

Bélyácz Iván tanulmányában felvetődik a kérdés, hogy az opciók növelik-e a pénzügyi rendszerben levő kockázatot.

A válasz szerintem részben attól függ, miként válaszolunk arra az abszurd kérdésre, hogy kockázatosabbnak tartjuk-e azt a bankrendszert, amelyben fej vagy írás alapon a páratlan sorszámú bankok átadják alaptőkéjük felét a páros sorszámúaknak, mint azt, ahol nem üznek ilyen játékot.

A feltett kérdésre mondhatjuk azt, hogy semmi sem történik, hiszen a páros sorszámú bankoknak pontosan annyival növekszik a vagyonuk, mint amennyivel csökken a páratlanoké. Mondhatjuk viszont azt is, hogy lavinászerű hatást válthat ki a páratlan sorszámú bankok ügyfeleinek a részleges tönkremenetele.

A derivatív ügyletek elvben zéró összegű játékok.<sup>29</sup> Ilyen értelemben akár semlegesnek is lehet ítélni annak a hatását, hogy egyetlen részvényre az értékének sokszorosát kitevő nagyságrendben kötnék fogadást a piaci szereplők.

Más következtetésre jutunk, ha a vagyonok relatív megváltozását vizsgáljuk.

25 A binomiális modell publikálása.

26 A Long Term Capital Management (LTCM) amerikai fedezeti alap (hedge fund) 1998 szeptemberében váratlanul omlott össze, és csak egy 4,6 milliárd dolláros mentőcsomagnak köszönhetette, hogy nem rántotta magával a világ vezető befektetési bankjait (L. N. DUNBAR [2003]: A talált pénz).

27 Ezek zöme a gazdasági szaklapok híreiből, közzétett statisztikákból és elemzésekből áll, amelyeknek az összesített hatását egy jól megválasztott eloszlásból generált véletlenszám-sorozattal helyettesítjük a derivatív termékek MC-árazása során.

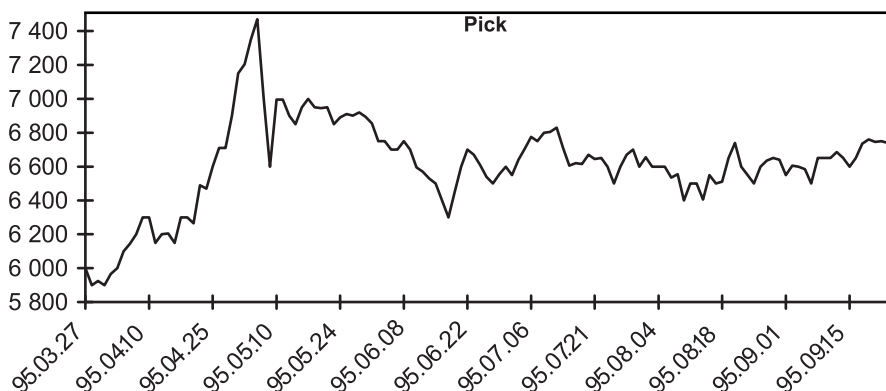
28 L. M. LEWIS [2010]: A nagy dobás című könyvét arról, hogy mennyire voltak tisztában a **hitelminősítő** cégek a CDS-ek alapinformációival, és maguk a legnagyobb piaci szereplők (Morgan, Deutsche Bank) a termék igazi természetével!

29 Hacsak nem jön az állam, és nem menti meg a devizahitelesek, vagy bármely más spekuláns csoportot.

A 3. ábrán a Pick 1995 március–szeptemberi áralakulását rajzoltuk fel. Pár nap alatt 2%-ot veszített az értékéből, majd 1 hónap alatt 25%-ot nöött az ára, a fél év egészét tekintve, 11% emelkedést produkálva, 6000-ról 6675-re nöött az árfolyama. Az ábra szerint ingadozik rendszeren az árfolyam, ahogy az egy kockázatos terméktől elvárható.

3. ábra

### A Pick áralakulása 1995-ben

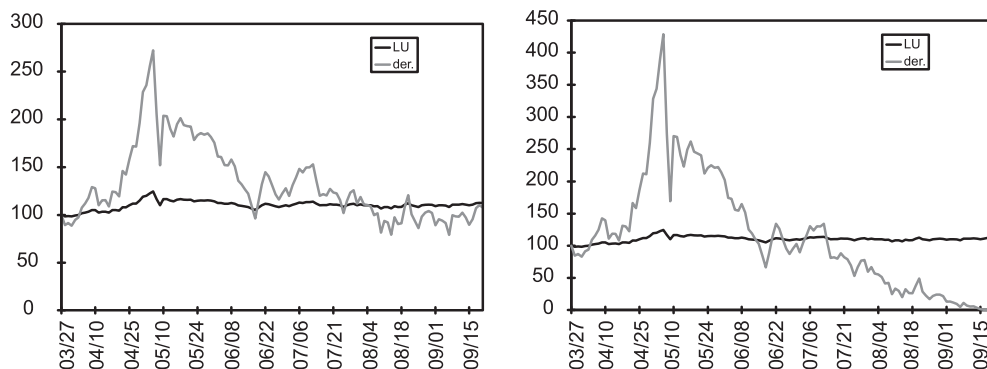


A 3. ábra kilengései eltörpülnek a  $K = 6000$ -es és  $K = 7000$ -es fél éves call opciók kilengéseihez képest, ha azt vizsgáljuk, hogy ugyanakkora összeget fektetünk be a részvénybe vagy opcióba.

Míg az alaptermék értéke 25%-ot nő, a derivatívok értéke 2,5-szeresére, illetve 3,5-szeresére nő a tőkeáttétel miatt. Ezekhez képest a kockázatos alaptermék szinte kockázatmentes befektetésnek tűnik, különösen a  $c7000$ -es callnál, ahol a teljes összeget el is veszítjük, miközben az alaptermék értéke 11%-t nöött.

4. a. és b. ábra

### Alaptermék áralakulása és a derivatív termékek áralakulása A Pick és a $c_{6000}$ , illetve $c_{7000}$ értékalakulása 1995-ben



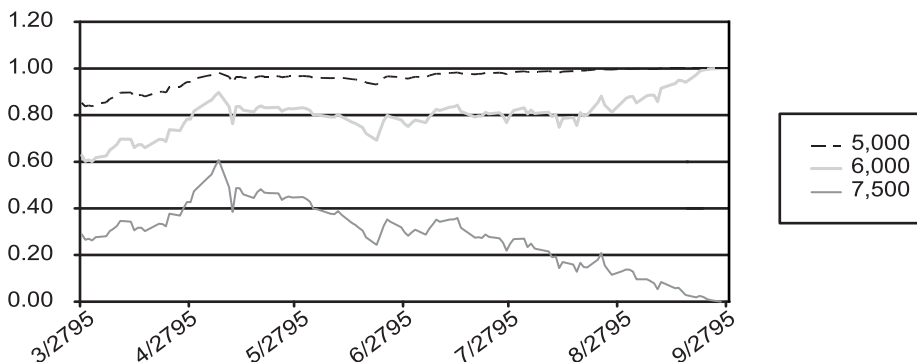
Hogy a derivatívok révén nő-e a pénzügyi rendszerben a kockázat, az végül is szerintem igen szituációfüggő: erősen emlékeztet arra, hogy vajon eldugul-e a lefolyó. Elvben nem, hiszen az apró szennyezéseket magával viszi a víz. És mégis, időnként el-eldugul a lefolyó.

A pénzügyi rendszerben a derivatívok nemcsak szétteríteni tudják a kockázatot (mint a hagyományos biztosítások), hanem időnként egy-egy helyen felhalmozódva, komoly to-vagyűrűző hatásokat képesek kiváltani. És nemcsak maguk a derivatív termékek képesek erre, hanem az árnyékuk is.

Az 5. ábra mutatja a dinamikus delta hedge folyamatát: mennyi alapterméket kell birtokolnunk az egyes időpontokban, ami éppen megfelel egy adott lehívási árfolyamú call opciónak. Ez egyben azt is jelenti, hogy ha valaki folyamatosan az 5. ábrán látható volumenben tart részvényt, akkor a portfóliójának az értéke a 4. ábra valamelyik cikk-cakkos görbéjét követi anélkül, hogy opció birtokosa lenne. Ez azért megszívlelendő, mert a szabályozók az egyes termékek tulajdonlását aprólékosan szabályozzák, de annak szintetikus lemásolhatóságáról többnyire megfeledkeznek.

5. ábra

Dinamikus delta hedge különböző lehívási árfolyamok mellett



Derivatív termék úgy is keletkezhet, ha egy meglévő terméket kettészelnék. Egyszerű példa erre az IO és PO (interest only, principal only), azaz, amikor a kamatozó kötvény kamatszelveit és törlesztőszelveit külön forgalmazzák. Ebben az esetben nyilvánvaló, hogy kockázat keletkezett. Az előtörlesztés csökkenti az IO-tulajdonos vagyont, és növeli a PO-tulajdonosét. A szét nem szedett kötvény esetében ez a két hatás tompítja egymást.

**Összegezve** a fentebbieket, arra a következtetésre hajlom, hogy **nincs igazi értelmezése** a valószínűség fogalom közgazdasági, pénzügyi felhasználásainak. Nem egyik vagy másik az adekvát, hanem

- hol a statisztikai adatokra megbízhatóan építő, *relatív gyakoriság*,
- hol a majdnem vaktában történő *esélylatolgatás*,
- a derivatív termékek árazásakor pedig egy *konzisztens súlyozási* kritérium.

A teendőnk, hogy világos szóhasználattal különböztessük meg, mire is gondolunk. Követve az eszkimókat, akiknek húsznál is több különböző szavuk van a hóra, annak állagától függően.

**IRODALOMJEGYZÉK**

- BÉLYÁ CZ IVÁN ([2011]): Kockázat, bizonytalanság, valószínűség. *Hitelintézet i Szemle*, 10. évf. 4. szám, 289–313. o.
- DÖMÖTÖR BARBARA ([2011]) A kockázat megjelenése a származtatott pénzügyi termékekben. *Hitelintézet i Szemle*, 10. évf. 4. szám, 360–369. o.
- DUNBAR, NICHOLAS [2003]: A talált pénz (Egy pénzgyár tündöklése és bukása). (Budapest, Panem)
- KOVÁCS ERZSÉBET ([2011]) A kockázat mint látens fogalom. *Hitelintézet i Szemle*, 10. évf. 4. szám, 349–359. o.
- LEWIS, MICHAEL [2010]: A nagy dobás (A Wall Street tartja a tétet). Budapest, Alinea Kiadó
- MEDVEGYEV PÉTER [2011]: Néhány megjegyzés a kockázat, bizonytalanság, valószínűség kérdéséhez. *Hitelintézet i Szemle*, 10. évf. 4. szám, 314–324. o.
- MEDVEGYEV PÉTER–SZÁZ JÁNOS [2010]: A meglepetések jellege a pénzügyi piacokon (Kockázatok vételre és eladásra). Budapest, Nemzetközi Bankárképző Központ