

VÁRADI KATA

Az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságai

A pénzügyi modellek jelentős része feltételezi a piacok hatékony működését. Ennek következtében számos tudományos kutatás központi témája volt a piacok hatékonyságának tesztelése és ennek igazolása, esetleg cáfolata. Ezen próbálkozások azonban mind a mai napig eredménytelenül zárultak. A tesztek nyomán a kutatások a termékek áralakulásából indultak ki, és a hozamokat ezen keresztül elemezték. Az elmúlt években azonban a fókusz áttelődött az árak alakulásáról egy elemibb tényezőre, az ajánlati könyvre. Ugyanis végső soron az ajánlatvezérelt piacokon az árakat az ajánlati könyvbe benyújtott megbízások alakulása fogja meghatározni. Mivel a tőzsdék jelentős része ajánlatvezérelt piacként működik, ezért érdemesnek tartották a kutatók, hogy inkább az ajánlati könyv alakulásának statisztikai jellemzőit elemezzék, hátha az eredményre vezet, és sikerül közelebb jutni a hatékony piacok elméletének igazolásához vagy cáfolatához. Jelen tanulmány célja az, hogy az eddig megjelent tudományos kutatások alapján ismertesse az ajánlati könyv alapvető statisztikai tulajdonságait, és rávilágítson arra: mindez valójában hozzájárult-e a hatékony piacok elméletének igazolásához?

1. BEVEZETÉS

A pénzügyi piacok statisztikai tulajdonságairól számos tanulmány született az elmúlt évtizedekben, és nagyon hasonló eredményekre jutottak a kutatók, akár áru piacot (*Mandelbrot* [1963]), akár devizapiacot, akár részvénypiacot (például *Fama* [1965]; *Cont* [2001]) vizsgáltak a világ különböző részein. A kutatók minden piacon hasonló jelenségeket találtak, amelyeket „stilizált tények” néven foglaltak össze. Ilyen stilizált tények például:

- a volatilitás klasztereződése,
- a hozamok vastag szélű, hatványszerűen eső eloszlása,
- a fundamentális hírek árfolyamokra gyakorolt kicsiny hatása,
- hozamok autokorrelációja,
- tőkeáttételi hatás (negatív korreláció van az árváltozás és a volatilitás között; árfolyamok esése során a tőkeáttétel megnő, és ekkor általában az figyelhető meg, hogy a volatilitás is megnő),
- a részvényárak jobban fluktuálnak, mint amit a fundamentumok indokolnának¹,
- nyereség/veszteség aszimmetria (vagyis nem szimmetrikusak a nyereségek és veszteségek ingadozásai).

Ezeknek a kutatásoknak a fő célja az volt, hogy a piaci hatékonyságot vizsgálják, és ezen keresztül olyan modelleket építsenek fel vagy olyan piaci jelenségekre derítsenek fényt,

¹ Például *JOULIN et al.* [2008] rámutatott arra, hogy az árugrások utáni volatilitás túl nagy ahhoz képest, mint amit a fundamentumokban bekövetkező változás indokolt volna.

amelyek segítségével a hozamok előrejelezhetővé válhatnak. A hatékony piacok elmélete ugyanis azt mondja ki, hogy a piaci árfolyamok tükrözik a befektetők rendelkezésére álló információkat, így nem érdemes további információk kutatásával foglalkozni, megbízhatunk az árakban. Ebből következik, hogy az árfolyamok változását az új információk okozzák, ami azt vonja maga után, hogy a napi hozamok normális eloszlás szerint fognak alakulni, és egymástól függetlenek lesznek (Fama [1970]).

Mivel az elmélet központjában a hozamok állnak, ezért az eddigi kutatások is a hozamok elemzését helyezték előtérbe. Azonban áttörő eredményt nem nyújtottak a hatékony piaci elmélettel kapcsolatban; sem igazolni, sem cáfolni nem tudták.

A kutatók az elmúlt időszakban kezdtek el érdemben azzal foglalkozni, hogy az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságait feltárják. Az ajánlati könyv változásának következménye a piacon az árfolyamok változása, és ezen keresztül a hozamok alakulása, így a beadott megbízások tekinthetők az áralakulás, illetve hozamalakulás legelemibb részeinek. Az ajánlati könyv tehát mind a gyakorlati, mind az elméleti szakemberek számára fontos, hiszen információt nyújt a kereskedés és az áralakulás folyamatáról, illetve hozzájárul a hatékony piacok elméletének vizsgálatához is.

Tanulmányomban azon műveket ismertetem, amelyek az ajánlati könyvet statisztikai módszerekkel vizsgálták. Ebből kifolyólag cikkem felépítése a következő: az első pontban bemutatom az ajánlatvezérelt piacokat és az ajánlati könyv fogalmát, míg a második pontban ismertetem azokat a kutatásokat, amelyek az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságait vizsgálták. Végezetül pedig összefoglalom az eredményeket, visszacsatolok a hatékony piacok elméletéhez, és levonom a végső következtetéseket.

2. AJÁNLATVEZÉRELT PIACOK

Világszerte számos tőzsde ajánlatvezérelt piacként működik. Ebbe a csoportba tartozik például a Paris Bourse, azaz a párizsi tőzsde, vagy akár a Budapesti Értéktőzsde is. Az olyan piacokat, ahol nincs kijelölt árjegyző, hanem folyamatos kétoldali kereskedés zajlik, továbbá az ajánlatok nyilvántartása és párosítása egy elektronikus kereskedési rendszerben történik, ajánlatvezérelt piacoknak hívjuk (Bouchaud et al. [2008]). Mivel nincsenek árjegyzők a piacon, ezért előfordulhatnak szélsőségesen illikvid piacok, ahol a tranzakciók nem jöhetnek létre, mert az egyik oldalán – például vételi oldalon – nincsenek szereplők. Ilyen általában extrém gazdasági helyzetekben alakul ki, mint például válság idején. A piacok működését ilyenkor a tőzsdei szabályok és protokollok biztosítják (Madhavan [2002]).

Az ajánlatvezérelt piacokon az ajánlatokat egy úgynevezett ajánlati könyvben (*order book*) gyűjtik össze, amely ennek megfelelően tartalmazza az összes vételi és eladási limitáras megbízást. A könyv mindig egy adott pillanatra tartalmazza az árat és az egyes árszinten lévő/jegyzett mennyiséget. A piaci szereplők láthatják ezt az ajánlati könyvet, jellemzően az első öt vagy tíz sorát. Az 1. táblázat egy fiktív ajánlati könyvet mutat.

Az ajánlati könyv

Bid size	Bid price	Ask price	Ask size
300	8270	8275	200
622	8262	8276	400
400	8251	8280	320
721	8241	8290	22
1200	8237	8291	66

Forrás: saját táblázat

Az első sorban a legjobb vételi ajánlathoz tartozó ár (*bid price*) és mennyiség (*bid size*), valamint a legjobb eladási ajánlathoz tartozó ár (*ask price*) és mennyiség (*ask size*) látható. A következő sorban a második legjobb árak és mennyiségek vannak, és így tovább. A mindenkor aktuális bid-ask spread a legjobb ajánlati szinthez tartozó vételi és eladási árnak a különbsége.

Amikor egy új megbízás érkezik a piacra, például egy vételi megbízás, akkor az abban az esetben kerül be a könyvbe, ha az alacsonyabb, mint a legjobb eladási ajánlat. Ekkor limitáras megbízásról (*limit order*) beszélünk. Abban az esetben, ha a vételi ajánlat azonos vagy magasabb értékű, mint a könyvben szereplő legjobb eladási ajánlat, akkor azonnal teljesül a tranzakció. Ezt a típusú megbízást piaci áras megbízásnak (*market order*) hívjuk (Iori et al. [2003]). Vagyis az ajánlati könyv tulajdonképpen csak a limitáras megbízásokat tartalmazza. Ezek az ajánlatok az előzőek alapján addig maradnak az ajánlati könyvben, amíg egy piaci áras megbízással vagy egy másik limitáras megbízással nem kerülnek párosításra², vagy amíg vissza nem vonják azokat.

A két megbízási típus között a fő különbség, hogy a limitáras megbízást adó piaci szereplők türelmesek, hajlandóak várni, hogy azon az áron teljesítsék a megbízásukat, amelyen szeretnék, míg a piaci áras megbízást adók türelmetlenek, nekik az a fontos, hogy azonnal teljesüljön az ajánlatuk. Vagyis a limitáras ajánlatot tevő piaci szereplők biztosítják a piaci likviditás kínálatát (*liquidity providers*), míg a piaci áras megbízásokat adó szereplők keresletet támasztanak a likviditásra (*liquidity takers*). A limitáras megbízást adók számára az az érdekes, hogy megbízásaik mennyi idő alatt, illetve hány kötésben teljesülnek, míg a piaci megbízást adók számára az a fontos, hogy tranzakciójuk mennyivel mozdítja el a piaci árat (Bookstaber [1999]).

Összességében tehát az ajánlatvezérelt piacokon a likviditást a limitáras ajánlatok biztosítják, míg a piaci megbízást adók a likviditás felhasználói. A piaci likviditás tehát kizárólag a likviditás piaci keresletétől és kínálatától függ.

A limitáras megbízásokon, illetve a piaci megbízásokon felül még számos megbízási típus áll a piaci szereplők rendelkezésére, amelyek a két megbízási típus speciális formáinak

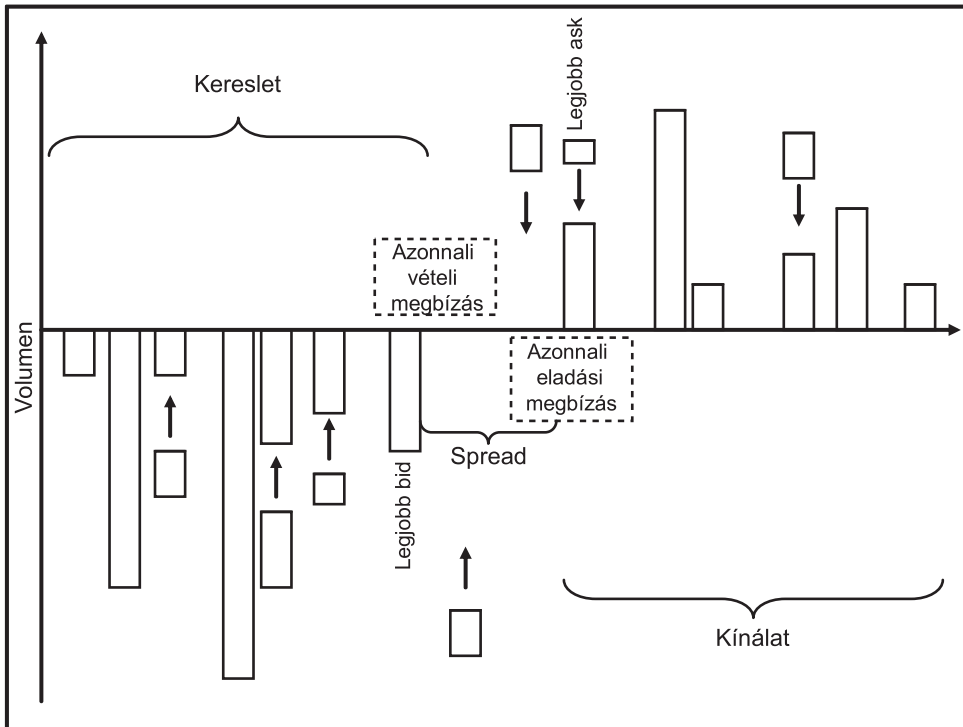
2 Amennyiben egy limitáras megbízással azonnal összepárosításra kerül, abban az esetben a beadott megbízás tekinthető piaci áras megbízásnak, hiszen egyből teljesült a tranzakció, és nem került be a könyvbe a megbízás.

tekinthetők. Ezek jellemzően az érvényességi időtartamban (például napi megbízás, visszahívásig érvényes megbízás stb.) különböznek a két eddig tárgyalt megbízástól, vagy a piaci szereplők esetlegesen valamilyen egyéb feltételhez kötik a megbízás végrehajtását (például stop-loss megbízás, „jéghegy”-megbízás stb.).³

A különböző megbízások egymásutániságát ajánlatfolyamnak (*order flow*) nevezzük. Ez az ajánlatfolyam építi fel az ajánlati könyvet. Az 1. ábra szemlélteti, hogyan épül fel az ajánlati könyv a különböző megbízási típusokból.

1. ábra

Az ajánlati könyv és az ajánlatfolyam



Forrás: Farmer et al. [2004], 3. o.

Az 1. ábra azt szemlélteti, hogy amikor egy piaci megbízás érkezik, akkor az a legjobb vételi vagy eladási limitáras ajánlattal szemben teljesül először ár-, majd időprioritás szerint. Amennyiben a piaci megbízás volumene nagyobb, mint a legjobb árszinten elérhető mennyiség, akkor a következő ajánlati szinteken lévő ajánlatok is teljesülnek egészen addig, amíg a teljes piaci áras megbízás volumene nem teljesül. Ez azonban azt eredményezi, hogy

³ A megbízástípusokról részletesebben lásd a Budapesti Értéktőzsde honlapját (http://bet.hu/topmenu/befektetok/tozsde_lepesrol_lepesre/azonnali_piacismeretek/hogyan_kereskedjunk_a_tozsden/tozsdei_megbizasok) vagy a New York Stock Exchange honlapját (http://www.nyse.com/pdfs/fact_sheet_nyse_orders.pdf).

a megbízást adó megbízása rosszabb átlagáron teljesül, mint a legjobb árszinten elérhető ár, ugyanis esetlegesen több limitáras megbízást is töröl a könyvből. Összességében ez tekinthető úgy, mint annak a költsége, ha valaki azonnal és nagyobb mennyiségben szeretne vásárolni, mint a legjobb ajánlati volumen. Egy ilyen piaci megbízás azonban azt eredményezi, hogy módosulni fog a bid-ask spread, és megváltozik a középárfolyam is, ami a legjobb vételi és eladási ajánlat között éppen félúton található.

Az ajánlatfolyam valójában három sztochasztikus tényező eredője:

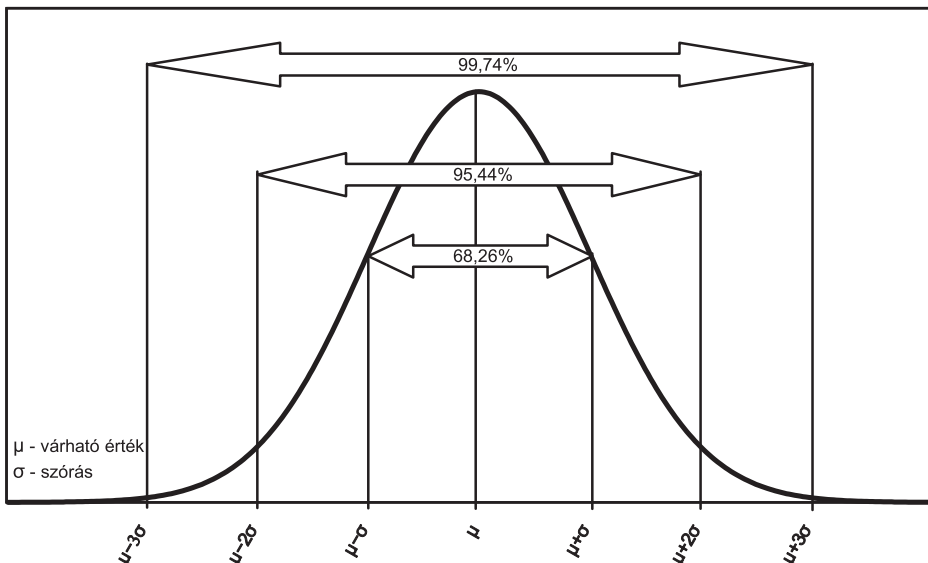
- ár,
- előjeles mennyiség és
- idő.

Sztochasztikus, hogy mekkora a limitáras megbízásokban szereplő ár, mekkora mennyiséget akarnak a piaci szereplők adni vagy venni, illetve mikor érkeznek a megbízások. A folyamatosan érkező megbízások eredményeképpen alakul az aktuális ajánlati könyv. Az ajánlati könyvben szereplő ajánlati árak és mennyiségek eloszlása tehát mind a három tényező sztochasztikus folyamatát tükrözi. Az eloszlás jellegének ismerete alapvető fontosságú a piaci szereplők számára.

Kockázatkezelési szempontból az egyik legérdekesebb kérdés, hogy mekkora az extrém értékek előfordulási valószínűsége. Ha például az adott valószínűségi változók (ajánlati könyvben szereplő ár és mennyiség) normális eloszlást követnek, akkor a három szigmán (szórás háromszorosán) túli események gyakorlatilag sosem következnek be, tehát nem is kell különösebben felkészülni rájuk a kockázatkezelés során. A 2. ábra mutatja a normális eloszlás sűrűségfüggvényét, valamint azt, hogy milyen valószínűséggel következnek be három szigmán belüli, illetve azon túli események.

2. ábra

A normális eloszlás sűrűségfüggvénye



Forrás: saját ábra

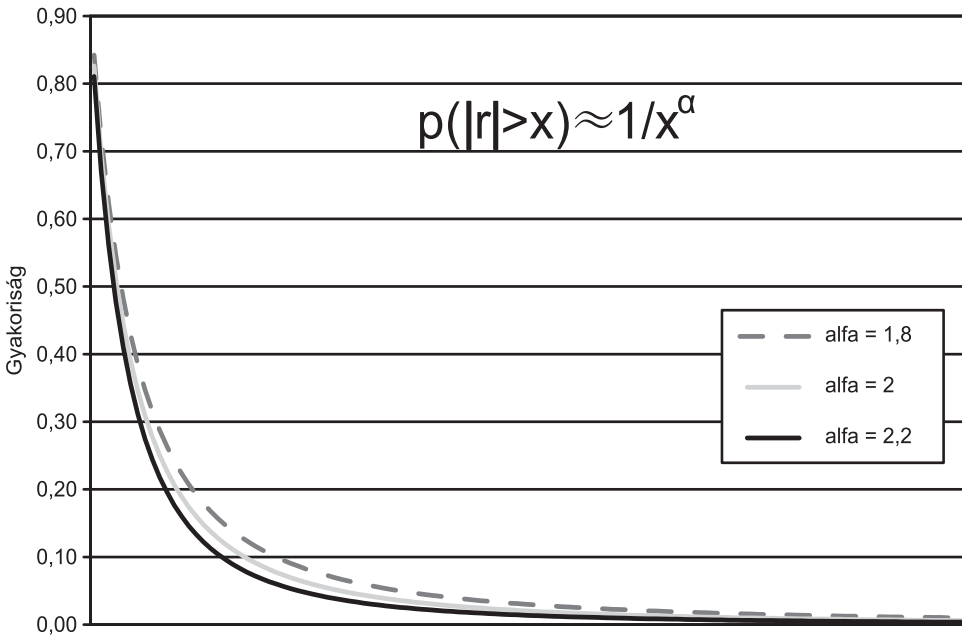
Ezzel szemben, ha vastag szélű eloszlások jellemzik ezeket az értékeket, akkor az extrém értékek valószínűsége sokkal nagyobb, így a kockázatkezelés során jelentős figyelmet kell rájuk fordítani.

Nem meglepő, hogy az eloszlás jellegének vizsgálata számos tanulmány központi kérdése (például *Cont* [2001]). Az empirikus vizsgálatok többségében arra jutnak, hogy az ajánlati könyvben árák és a mennyiségek – függetlenül a vizsgált időszakról és piactól – hatványeloszlást követnek, amelynek a sűrűségfüggvényét a 3. ábra mutatja.

A hatványeloszlás a normális eloszláshoz képest jóval nagyobb valószínűséget rendel az extrém eseményekhez, vagyis lényegében nincs semmi korlátja a legszélsőségesebb esetek előfordulásának. Ebből következik, hogy a kockázatkezelés jelentősége megnő, és nem elég a rendes üzletmenetre felkészülni, de rendelkezni kell katasztrófatervvel is.

3. ábra

A hatványeloszlás sűrűségfüggvénye



Forrás: saját ábra

Hatványszerű eloszlással szokásos jellemezni például az extrém hozamok alakulását. A hozamokat alapesetben normális eloszlásúnak tekintjük, azonban az egy stilizált tény, hogy a hozamok empirikus eloszlásának sűrűségfüggvénye a széleken vastagabb szélű, mint amit a normális eloszlás indokolna, vagyis sokkal lassabb esésű. Az empirikus kutatók kimutatták, hogy hatványszerűen esik a sűrűségfüggvény a széleken, vagyis a széleken hatványszerű eloszlással lehet modellezni a hozamok (r) alakulását a következők szerint:

$p(|r|>x) \approx 1/x^\alpha$, ahol $\alpha \approx 3$, amit farokkitévőnek (*tail index*) neveznek (Tulassay [2009]). Minél kisebb értéket vesz fel a farokkitévő, annál vastagabb szélű eloszlásról beszélünk, a pénzügyi piacokon azonban jellemzően az értéke 2 és 3 körül mozog (Clauset et al. [2009]).

A továbbiakban megvizsgálom, hogy milyen különböző eloszlások jellemzik az ajánlati folyamatot, illetve milyen statisztikai tulajdonságokkal rendelkezik az ajánlati könyv.

3. AZ AJÁNLATI KÖNYV STATISZTIKAI TULAJDONSÁGAI

Az ajánlati könyv tulajdonságait taglaló tudományos cikkek egy része inkább elméleti oldalról közelíti meg az ajánlati könyv vizsgálatát. Az ilyen kutatások közé tartoznak többek között a következő cikkek: Bouchaud et al. [2002], Bak et al. [1997], Chan et al. [2001], Luckcock [2001], Slanina [2001], Daniels et al. [2002], Challet és Stinchcombe [2001], Willmann et al. [2003], Maslov [2000], valamint Maslov és Mills [2001] munkái.

A kutatások másik része az ajánlati könyvet inkább statisztikai szempontból elemzi. A kutatók a vizsgálatot számos szempontból elvégezték, ezek közül a legfontosabbak a következők:

- a limitáras ajánlatok árának az éppen aktuális ártól vett távolságának az eloszlása (Bouchaud és Potters [2002]; Zovko és Farmer [2002]; Bouchaud et al. [2008]),
- az ajánlati könyv alakjának vizsgálata: hol van a maximuma, milyen eloszlás szerint alakulnak a mennyiségek a vételi és az eladási oldalon (Bouchaud és Potters [2002]; Maslov és Mills [2001]; Zovko és Farmer [2002]; Bouchaud et al. [2008]; Lillo és Farmer [2004]; Mike és Farmer [2008]),
- az ajánlati mennyiség jellemzői (Gopikrishnan et al. [2000]; Gabaix et al. [2003]; Maslov és Mills [2001]; Margitai [2009]; Bouchaud et al. [2008]; Lillo és Farmer [2004]),
- a különböző megbízástípusok megoszlása (Lillo és Farmer [2004]),
- a tranzakciók előjelének a perzisztenciája (Lillo és Farmer [2004]; Margitai [2009]; Lillo et al. [2005]) és
- a kereslet-kínálat hatása a részvényhozamokra (Plerou et al. [2002]; Bouchaud et al. [2004]; Maslov és Mills [2001]; Chordia és Subrahmanyam [2002]).

A következőkben ezen szempontok mentén veszem sorra a témakörben végzett kutatásokat.

3.1. Az ajánlati árak jellemzői

Bouchaud és Potters [2002] a NASDAQ, valamint a Paris Bourse adatbázisán elemezte az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságait. Többek között megnézték azt is, hogy milyen eloszlás szerint alakulnak az ajánlati könyvbe beadott ajánlatok árai. Megvizsgálták, hogy a középárhoz képest milyen árakat adnak meg a kereskedők. Ezt a távolságot nevezték el deltának (Δ). A Paris Bourse-ra vonatkozóan azt kapták eredményül, hogy a delta (Δ) hatványszerű eloszlás szerint alakul, függetlenül attól, hogy vételi vagy eladási ajánlatról van-e szó. A szerzők az eloszlásfüggvényre a következő becslést adták:

$$P(\Delta) \propto \frac{\Delta_0^\mu}{(1 + \Delta)^{1+\mu}}, \quad (1)$$

ahol a kitevőre a $\mu \approx 0,6$ becslést kapták. Ez az eredmény megegyezik Zovko és Farmer [2002] eredményével, annyi különbséggel, hogy az ő esetükben a kitevő (μ) értéke 1,5. A szerzők szerint az eltérés oka az lehet, hogy Zovko és Farmer [2002] a London Stock Exchange adatbázisát vizsgálta, ahol olyan adatbázis állt rendelkezésükre, ami nem tartalmazta az összes megbízást, mivel a London Stock Exchange által használt elektronikus rendszerbe csak a megbízások egy adott köre kerül be, míg a Paris Bourse esetében az elektronikus rendszer az összes megbízást tartalmazza.

Bouchaud és Potters [2002] a NASDAQ-on kereskedett termékekre is megvizsgálta a limitáras ajánlatok középártól való távolságának az eloszlását, és azt találta, hogy az eredményre nagy hatással volt a vizsgált eszköz. A kutatások során a szerzők két befektetési alapot vizsgáltak meg, a QQQ-t és a SPY-t, két indexet, a NASDAQ-ot és az S&P 500-at, valamint egy részvényt, a Microsoftot. Bouchaud és Potters [2002] ugyanakkor megállapítja, hogy az eloszlás jellege, vagyis hogy milyen lassan csökken a széleken az eloszlásfüggvény sűrűségfüggvénye, nagyon hasonló volt, mint a francia részvények esetében. Ezt a jelenséget – sok megbízást adnak távol a középártól – Zovko és Farmer [2002], Bouchaud és Potters, [2002], valamint Bouchaud et al. [2008] azzal magyarázta: a piaci szereplők úgy gondolják, hogy nagy ugrás az árakban mindig lehetséges, ezért adnak olyan megbízásokat, amelyek messze vannak a középártól. A piaci szereplők mindezt annak érdekében teszik, hogy előnyt szerezzenek az esetleges nagy árelmozdulásokból.

3.2. Az ajánlati könyv alakja

Az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságaival foglalkozó kutatások fókuszra az ajánlati könyv alakjára irányult. A kutatók ez esetben azt vizsgálták, hogy az egyes árszinteken mennyi megbízás található. Előzetesen azt várnánk, hogy az ajánlatfolyam az éppen aktuális ár környékén a legnagyobb, és minél távolabb vagyunk tőle, annál kevesebb a megbízás. Azonban számításba kell venni azt is, hogy egy olyan ajánlat, amelyik közel van az aktuális árfolyamhoz, nagyobb valószínűséggel hamar kikerül a könyvből, akár azért, mert egy piaci megbízással párosítják, akár azért, mert visszahívják. Emiatt nem egyértelmű, hogy milyen az ajánlati könyv alakja.

A Paris Bourse esetében Bouchaud és Potters [2002] azt találta, hogy szimmetrikus a függvény⁴, vagyis mind az eladási, mind a vételi oldalon ugyanolyan az alakja. Átlagos ajánlati könyvet vizsgálva, a függvény a maximumát nem az aktuális legjobb vételi vagy eladási ajánlatnál éri el, hanem kicsit távolabb tőle. A kutatók arra is rámutattak, hogy minél távolabb vagyunk a középártól, annál kevesebb ajánlat található a könyvben. A NASDAQ-adatbázis esetében csak az egyik kereskedett alap, a QQQ esetében volt az észlelhető, hogy a maximumát a függvény nem a legjobb ajánlati szintnél éri el; a másik vizsgált alap, az indexek, valamint a Microsoft-részvények esetében a függvény a maximumát a legjobb vételi és eladási ajánlatnál érte el, és azután csökkent fokozatosan. Ez utóbbi eredmény megegye-

4 A szerzők idővel súlyozott méretet nézték a középártól való távolság függvényében.

zik Maslov és Mills [2001] eredményével, akik ugyancsak azt találták a NASDAQ Level II. adataira vonatkozóan, hogy a legjobb ajánlati szinten van a legtöbb ajánlat a könyvben. A kutatók szerint a két függvényforma közötti eltérés, az előző esethez hasonlóan, annak tudható be, hogy az adatbázisban nem jelenik meg az összes kereskedett mennyiség.

Zovko és Farmer [2002], valamint Bouchaud és Potters [2002] egyaránt azzal magyarázta az ajánlati könyv alakját, hogy a legjobb árszinteken az ajánlatok nem maradnak sokáig a könyvben, mert vagy lehívják, vagy visszavonják azokat. Zovko és Farmer [2002], valamint Bouchaud et al. [2008] arra is rámutatott, hogy minél távolabb van az ajánlat a legjobb ártól, annál hosszabb az az idő, amit a könyvben eltölt. Ugyanis azok a piaci szereplők, akik ilyen ajánlatot tesznek a könyvben, hajlandóak várni, és nem vonják vissza az ajánlatot, mert szeretnének profitot realizálni abból, hogy középtávon jelentősen elmozdul az ár. Ezzel szemben, akik a legjobb ajánlati szint környékén adják be az ajánlatot, azok olyan aktív piaci szereplők, akik gyakran nyújtanak ajánlatokat a könyvben (Bouchaud és Potters [2002]). Ezen piaci szereplők megbízásai vagy gyorsan párosításra kerülnek egy piaci ajánlattal, vagy amennyiben ez nem történik meg, és a piaci szereplők látják, hogy nem kedvező irányba mozdul el az árfolyam, akkor inkább visszavonják az ajánlatot, és újat nyújtanak be, mert ők kevésbé hajlandóak várni.

Lillo és Farmer [2004] azt találta az LSE adatait vizsgálva, hogy a visszavonások 32%-a a legjobb árszintről történik, míg 68%-ban könyvön belül lévő ajánlatot vontak vissza. Mike és Farmer [2008] azt is vizsgálta, hogy milyen a visszavont ajánlatok élettartamának az eloszlása, amire azt kapta, hogy az ugyancsak hatványszerű eloszlással közelíthető. A szerzők szerint a visszavonási ráta, melyet az élettartam reciprokával mértek, több tényezőtől is függhet. Ezek közül két lényegeset emelnék ki:

- minél távolabb van egy ajánlat a legjobb árszinttől, annál nagyobb a visszahívás feltehető valószínűsége,
- ha a vételi és eladási oldal között nagy az aránytalanság, az is megnöveli a visszahívás valószínűségét.

Az ajánlati könyv alakjára vonatkozóan Maslov és Mills [2001] szolgáltat még egy érdekes eredményt. A szerzőpáros azt találta, hogy a bid-ask spread 10–20%-kal kisebb, mint az ajánlati könyv szintjei közötti átlagos távolság, továbbá az ugrások az eladási oldalon 5–10%-kal nagyobbak, mint a vételi oldalon. A szerzők azt azonban nem tudták igazolni, hogy ez általánosságban is fennáll-e az ajánlati könyvre, vagy csak annak az egy adott napnak a jellegzetessége, amelyet vizsgáltak.

3.3. Az ajánlati mennyiségek jellemzői

Számos kutató vizsgálta az ajánlatokat a beadott mennyiség alapján. A kutatók egy része azt találta, hogy hatványszerű eloszlással jellemezhető a beadott mennyiségek eloszlása, míg mások gamma-eloszlást⁵ találtak mind a vételi, mind az eladási oldalra.

5 A gamma-eloszlás kétparaméteres (p és λ) folytonos eloszlás, amelynek a sűrűségfüggvénye $f(x) = \frac{\lambda^p x^{p-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(p)}$,

ahol $\Gamma(p)$ a gamma-függvény ($\Gamma(p) = \int_0^{\infty} t^{p-1} e^{-t} dt$) (SPIEGEL et al. [2000]).

Hatványszerű eloszlást talált többek között Gopikrishnan et al. [2000], ahol a szerzők egy adott időintervallumon (Δt) belül a következő eredményt kapták a beadott mennyiség (Q) eloszlására:

$$P(Q_{\Delta t}) \approx \frac{1}{Q_{\Delta t}^{1+\lambda}} \quad (2)$$

A szerzők ezer amerikai részvény vonatkozásában a kitevőre a következő becslést kapták: $\lambda=1,7 \pm 0,1$. Gabaix et al. [2003] ugyanezre az eredményre jutottak a 30 legnagyobb párizsi részvény elemzése kapcsán, azzal a különbséggel, hogy a kitevőre (λ) ők 1,5-ös becslést adtak. Maslov és Mills [2001] a NASDAQ Level II. adatait vizsgálva, a kitevőre 1,4 \pm 0,1-et kapott eredményül az összes megbízásra vonatkozóan, míg csak a limitáras megbízások vonatkozásában a kitevőre 1 \pm 0,3-as becslést adott.

Margitai [2009] is vizsgálta az ajánlati mennyiségek eloszlását magyar adatbázison, a MOL-részvény esetében. Megnézte, hogy Pareto⁶- vagy gamma-eloszlás illeszkedik-e jobban az empirikus adatsorra. Azt kapta eredményül, hogy Pareto-eloszlással lehet jól közelíteni az ajánlati mennyiségek eloszlását, ahol a kitevőre 1,25-ös értéket becsült. A gamma-eloszlás nem illeszkedett jól az empirikus adatok eloszlására, ami a szerző szerint annak lehet a következménye, hogy az empirikus eloszlás sűrűségfüggvényének lecsengése hatványszerű, míg a gamma-eloszlás sűrűségfüggvényének lecsengése exponenciális.

A kutatók másik része gamma-eloszlást becsült az ajánlati mennyiségek eloszlására. Ezen kutatók közé tartozik Bouchaud et al. [2008], aki a Paris Bourse adatait elemezte, valamint Lillo és Farmer [2004], aki a London Stock Exchange adatait vizsgálta.

A kutatók egy része vizsgálta azt is, hogy a beadott mennyiség esetében van-e perzisztencia az adatsorban. Gopikrishnan et al. [2000], Lillo és Farmer [2004], valamint Margitai [2009] is azt találta, hogy jelentős perzisztencia van az idősorban, vagyis a mennyiségek autokorrelációs függvénye azt mutatta, hogy pozitív autokorreláció van az egyes időpontokban beadott mennyiségek között. Ezek alapján a beadott mennyiségek egymásutánisága hosszú memóriájú folyamatnak tekinthető.

3.4. A különböző megbízások megoszlása

Lillo és Farmer [2004] megvizsgálta a London Stock Exchange esetében, hogy milyen az ajánlatok összetétele. A szerzők a Hopman [2007] által alkotott, következő három kategóriába sorolták a megbízásokat:

- Piaci ajánlat: az összes olyan megbízás, ami azonnal végrehajtásra kerül.
- Spread ajánlat: olyan megbízások, amelyeket a legjobb vételi és eladási ajánlat közé helyeztek el. Ilyen esetekben nem teljesül a tranzakció, viszont szűkül a spread.
- Könyvön belülről adott ajánlat: limitáras ajánlat.

6 A Pareto-eloszlás speciális folytonos típusú hatványszerű eloszlás. A Pareto-eloszlást szokták „80/20”-as szabálynak is nevezni, mivel erre az eloszlásra jellemző, hogy a lehetséges események 20%-a 80%-os valószínűséggel, míg az események 80%-a 20%-os valószínűséggel következik be. Számos természeti és gazdasági jelenségre igaz ez az eloszlás. Például a világon található összvagyon 80%-a a lakosság 20%-ának a kezében van, míg csupán a vagyon 20%-a van a maradék (80%) lakosság tulajdonában (SPIEGEL et al. [2000]).

Lillo és Farmer [2004] azt találták, hogy az ajánlatok 33%-a volt piaci ajánlat, 32%-a spread ajánlat, míg 35%-a volt limitáras ajánlat. A kutatók szerint a limitáras ajánlatoknak a legkisebb az árhatása, vagyis nem mozdítja el a piaci árat, a spread ajánlatoknak már jelentősebb, míg a piaci áras ajánlatot adók a legtürelemtelenebbek. A piaci áras megbízások árhatása tehát a legjelentősebb, mivel amennyiben a megbízás nem a legjobb árszinten történik, hanem érinti az ajánlati könyv többi sorát is, a piaci ár el fog mozdulni az addigi értékéről.

A szerzőpáros által kapott eredmény azért érdekes, mert az áralakulás folyamatára jelentős hatással van, hogy milyen sorban érkeznek egymás után a különböző megbízások típusai, vagyis milyen az ajánlatfolyam.

3.5. A tranzakciók előjelének perzisztenciája

Lillo és Farmer [2004], valamint Margitai [2009] megnézte, hogy a megbízások előjelében van-e perzisztencia, vagyis hogyha tudjuk egy megbízásról, hogy az vételi (pozitív előjelű) vagy eladási (negatív előjelű) megbízás volt, tudunk-e következtetni arra, hogy milyen lesz a következő megbízás előjele. Mindkét kutatás ugyanazt az eredményt adta, vagyis hogy van perzisztencia, akármelyik részvény adatbázisát vesszük is alapul. Ez azt jelenti, hogy az ajánlati mennyiséghez hasonlóan, a tranzakciók iránya is egy hosszú memóriájú folyamat.

A hosszú memória okát Lillo et al. [2005] két dologgal indokolta. Az egyik, hogy a befektetőkre „csordaszellemű” viselkedés a jellemző – bár ezt empirikusan nemigen lehet tesztelni. A másik, hogy számos intézményi befektető van a piacon, akik gyakran úgy kereskednek, hogy egy nagy megbízást feldarabolnak, és apránként hajtják végre a tranzakciót annak érdekében, hogy ne legyenek nagy hatással a piaci árra. Az ilyen megbízási típusokat nevezik egyébként rejtett megbízásnak (*hidden order*), hiszen a megbízás feldarabolásának az a célja, hogy ne árulja el magáról a befektető, valójában mekkora tranzakciót akar a piacon véghez vinni. Ez a stratégia azt eredményezi az árakban, hogy a piaci árak „oldalaznak”, és nincs egy határozott trend (Margitai [2009]).

3.6. A kereslet-kínálat hatása a részvényhozamokra

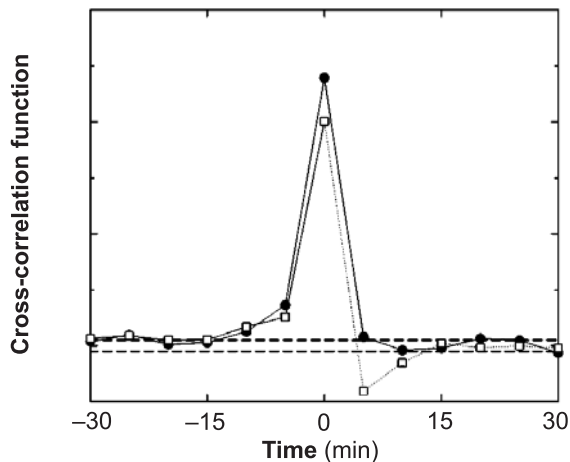
A hatékony piacok elméletének az az alap gondolata, hogy az új információk mozgatták az árakat, és ebből kifolyólag az áralakulás folyamata előrejelezhetetlen lesz. Bouchaud et al. [2004] azonban azt állítja, hogy bár az információnak fontos szerepe van, az azonban csak másodlagos. Szerintük az egy fontos tényező, hogy a kereslet-kínálat hogyan hat az áralakulásra. Bouchaud et al. [2004] szerint a kereslet-kínálat miatti árváltozást egyaránt okozhatja az új információkra való válasz és a likviditás iránti kereslet változása. Állításuk szerint mindkét esetben létezhet olyan szituáció, amikor az ajánlatfolyam előrejelezhetővé válik. A kereskedők vételi és eladási döntéseik során keresleti, illetve kínálati nyomást gyakorolnak a piacra, és ezen keresztül hatással vannak az áralakulás folyamatára. Az ajánlati könyv alapján ez a keresleti, illetve kínálati nyomás könnyen azonosítható, az azonban kérdéses, hogy ténylegesen előre lehet-e jelezni ebből az árváltozást, hiszen az ellentmondana a hatékony piac elméletének. Ebben az alfejezetben azokat a kutatásokat mutatom be, amelyek ezen jelenség elemzésével foglalkoznak.

Elsőként Plerou et al. [2002] munkáját emelném ki. A szerzők azt vizsgálták, hogy mi-képpen hat a keresletben bekövetkező változás a részvények árfolyamára egy adott Δt idő-intervallumon belül. A kereslet változását a következőképpen definiálták: Φ -vel jelölték a vevő illetve eladó által kezdeményezett (*buyer/seller initiated*) tranzakciók számának a különbségét egy adott időintervallumon belül, illetve Ω -val jelölték a kereskedett részvények darabszámának a különbségét a vevők és az eladók által kezdeményezett tranzakciók során. Vagyis az első esetben a tranzakciók darabszámában lévő egyensúlytalanságot (*number imbalance*) vizsgálták, míg a második esetben egy mennyiségi egyensúlytalanságot (*volume imbalance*) néztek. Plerou et al. [2002] a következők szerint definiálta, hogy vevő vagy eladó által kezdeményezett-e a kereskedés: amennyiben a tranzakció során az ár nagyobb, mint a középár, akkor a tranzakció vevő által kezdeményezett volt, ha kisebb annál, akkor eladó által kezdeményezett, ha pedig az középár, akkor semleges (*indeterminated*)⁷.

A kutatók elsőként megvizsgálták az árváltozásnak (G) a Φ és Ω változókkal vett korrelációját, és azt találták, hogy minél rövidebb az időtáv az árváltozás, illetve a Φ és Ω mérésének időpontja között, annál nagyobb a korreláció. A legtöbb részvény esetében a korreláció körülbelül 15 percig volt szignifikáns. A 4. ábra mutatja a korreláció mértékének a változását az idő függvényében.

4. ábra

A korreláció változása az idő függvényében



Forrás: Plerou et al. [2002], 3. o.

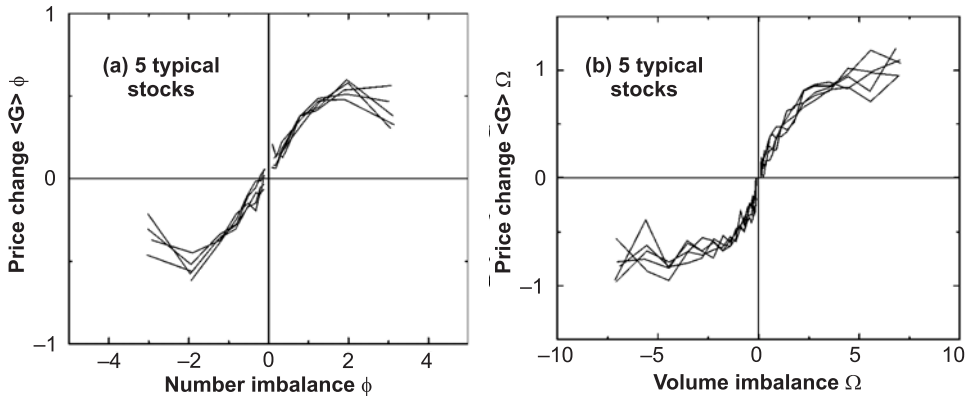
Másodsorban azt vizsgálták a kutatók, hogy egy 15 perces időtávon mind a darabszám-ban bekövetkező egyensúlytalanság (Φ) növekedése, mind a mennyiségi egyensúlytalanság (Ω) növekedése miképpen hat az árváltozás előrejelzésére. A szerzők úgy találták, hogy minél nagyobb az egyensúlytalanság, annál inkább csökkenő mértékben van hatással az

⁷ A kereskedések 17%-a volt semleges az adatbázisukban. LEE és READY [1991], valamint HARRIS [1989] részlete-szebben is vizsgálta ezt a jelenséget.

árváltozásra. Ebben az esetben egy konkáv függvényforma az, ami a legjobban leírja a két változó kapcsolatát, amelyet az 5a–b. ábra szemléltet.

5a–b. ábra

Az egyensúlytalanság hatása az árváltozásra



Forrás: Plerou et al. [2002], 3. o.

Szintén fontos összefüggéseket tárt fel ezen a területen Maslov és Mills [2001]. A szerzők azt kapták eredményül, hogy a vételi és eladási oldalon jelen lévő ajánlatok mennyiségére vonatkozó, nagy egyensúlytalanság előrejelezhetővé tette rövid távon az árváltozást, ami a kereslet és kínálat törvényszerűségének a következménye. Ez olyan esetekben volt igaz, amikor az egyensúlytalanság jelentős volt, és az ajánlatok döntő többsége közel volt az aktuális középárfolyamhoz (Maslov és Mills [2001]). Az egyensúlytalanság nagyságát 10 000 részvényben definiálták a vizsgált adatbázison, azonban azt javasolták hüvelykujjszabálynak, hogy a fenti egyensúlytalanság nagyságának a napi forgalommal kell arányosnak lennie. Kutatásuk során nem a teljes ajánlati könyvet nézték, hanem csak a legjobb ajánlati szinten lévő ajánlatokat vették számításba. A vizsgált időszak pedig az egyensúlytalanságot követő néhány perc volt. A szerzőpáros azt találta, hogy az előrejelző képesség csupán néhány percig áll fenn, bizonyos részvények esetében pedig csak maximum 30 másodpercig.

Maslov és Mills [2001] egy másik módszert is alkalmazott arra, hogy megvizsgálják a kereslet-kínálat hatását az árváltozásra. A módszer lényege, hogy egy adott Δt időintervallumon megnézték, hogy mi volt az átlagos árváltozás adott kereslet-kínálati egyensúlytalansági szintek esetében. Ebben az esetben is azt találták a kutatók, hogy az árváltozásra jelentős hatással van a kereslet-kínálat. Azonban minél kisebb forgalmú részvényről volt szó, annál inkább érvényesült ez a hatás.

Végül Chordia és Subrahmanyam [2002] kutatását szeretném bemutatni: a szerzők a részvények hozama és az ajánlatok egyensúlytalansága között kapcsolatot vizsgáltak. Vizsgálatuk kiindulási pontját egy olyan modell adta, amely azt tárta fel, hogy az árjegyzők miképpen veszik számításba az ajánlati könyvben lévő olyan egyensúlytalanságot, amely miatt keletkezik, hogy a nagy befektetők nem egy összegben adják be a tranzakcióikat, hanem feldara-

bolják azokat. A szerzőpáros azt találta, hogy az ajánlati könyvben lévő egyensúlytalanság és a részvényhozamok között pozitív kapcsolat van. Fenti állításukat empirikus adatokon is tesztelték, és arra a következtetésre jutottak, hogy az egyensúlytalanságra épített kereskedési stratégia jelentős hozamokat eredményezett (Chordia és Subrahmanyam [2004]).

4. ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmányom során azon kutatásokat mutattam be, melyek az ajánlati könyv statisztikai elemzésével foglalkoztak. Ezen kutatások alapján logikusan arra a következtetésre juthatnánk, hogy a piacok valójában nem működnek hatékonyan, nem érvényesül a hatékony piacok elmélete, és az árak előrejelezhetők. A kutatások azt mutatták ugyanis, hogy a megbízások iránya – vételi vagy eladási megbízás lesz-e a következő a piacon –, továbbá az ajánlat során benyújtott mennyiség is előrejelezhető, hosszú memóriájú folyamat. Ez azt vonná maga után, hogy ezek alapján előre lehetne jelezni a hozamokat. Ez azért lenne lehetséges, mert az ajánlati könyv alapján látható, hogy egy esetleges vételi/eladási megbízás egy adott kötétnagyság mellett hány sorát érinti az ajánlati könyvnek, és ezáltal hova mozdulna el a középárfolyam, ami pedig a hozamok előrejelezhetőségét okozná. Ezen felül azt is kimutatták a kutatások, hogy a kereslet-kínálat alakulásából rövid távon előre lehet jelezni a hozamokat. Ezen eredmények alapján jogosan merül fel a kérdés: amennyiben a megbízások iránya, valamint az ajánlat mennyisége is egy hosszú memóriájú folyamat, valamint a kereslet-kínálat alakulásából rövid távon előre lehet jelezni a hozamokat, akkor ezek hogyan egyeztethetőek össze azzal a gyakran megfigyelhető ténnyel, hogy végső soron a hozamokat és ezáltal az árfolyam-alakulást mégsem lehet előre jelezni, és véletlen bolyongással tudjuk jellemezni az árfolyam-alakulási folyamatot? Mi biztosítja mégis azt, hogy a piac hatékonyan működik?

A válasz a kérdésekre a piaci likviditás. Ez biztosítja a piac számára, hogy hatékonyan működjön, és ne lehessen a piaci árakat előre jelezni. Farmer et al. [2006] azt állítják ugyanis, hogy a vételi és eladási oldal egyensúlytalansága együtt mozog a két oldal likviditásának egyensúlytalanságával, vagyis azzal, hogy a vételi és az eladási oldalon eltérő árhatással lehet venni vagy eladni egy adott mennyiséget. A likviditás pontos szerepének és jelentőségének elemzése azonban további kutatások témája lehetne, és túlmutat ezen tanulmány keretein.

IRODALOMJEGYZÉK

- BAK, P.–PACZUSKI, M.–SHUBIK, M. [1997]: Price variations in a stock market with various agents. *Physica A*, Vol. 246, 430–453. o.
- BOOKSTABER, R. [1999]: A Framework for understanding market crisis. In: Risk management: Principles and Practices, http://media.wiley.com/product_data/excerpt/92/04709033/0470903392.pdf
- BOUCHAUD J-P.–GEFEN, Y.–POTTERS, M.–WYART, M. [2004]: Fluctuations and response in financial markets: The subtle nature of „random” price changes. *Quantitative Finance*, 4[2], 176–190. o.
- BOUCHAUD, J-P.–POTTERS, M. [2002]: More statistical properties of order books and price impact. *Physica A*, 324, 133–140. o.
- BOUCHAUD, J-P.–FARMER, J. D.–LILLO, F.–DES MEURISIERIS, O. [2008]: How Markets Slowly Digest Changes in Supply and Demand. In: HENS, T.–SCHENK-HOPPE, K. [eds]: Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution. Elsevier: Academic Press.

- BOUCHAUD, J.-P.–MEZARD, M.–POTTERS, M. [2002]: Statistical properties of stock order books: empirical results and models. *Quantitative Finance* 2[4], 251–256. o.
- CHALLET, D.–STINCHCOMBE, R. [2001]: Analyzing and modeling 1+1d markets. *Physica A*, Vol. 300, 285–299. o.
- CHAN, K.–AHN, H.–BAE, K. [2001]: Limit orders, depth, and volatility: Evidence from the stock exchange of Hong Kong. *Journal of Finance*, 56[2], 767–788. o.
- CHORDIA, T.–SUBRAHMANYAM, A. [2002]: Order imbalance and individual stock returns: theory and evidence. *Journal of Financial Economics*, Vol. 72, 485–518. o.
- CLAUSET, A.–SHALIZI, C. R.–NEWMAN, M. E. J. [2009]: Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review* [arXiv:0706.1062]
- CONT, R. [2001]: Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, Vol. 1., 223–236. o.
- DANIELS, M. G.–FARMER, J. D.–GILLEMOT, L.–IORI, G.–SMITH, E. [2003]: Quantitative model of price diffusion and market friction based on trading as a mechanistic random process. *Physical Review Letters*, 90[10]:108102–108104. o.
- FAMA, E. F. [1965]: The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 38[1], 34–105. o.
- FAMA, E. F. [1970]: Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25[2], 383–417. o.
- FARMER, J.–GILLEMOT, L.–LILLO, F.–MIKE, S.–SEN, A. [2004]: What really causes large price changes? *Quantitative Finance*, 4[4], 383–397. o.
- FARMER, J. D.–GERIG, A.–LILLO, F.–MIKE, S. [2006]: Market efficiency and the long-memory of supply and demand: Is price impact variable and permanent or fixed and temporary? http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0602/0602015v1.pdf
- GABAIX, X.–GOPIKRISHNAN, P.–PLEROU, V.–STANLEY, H. E. [2003]: A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, Vol. 423, 267–270. o.
- GOPIKRISHNAN, P.–PLEROU, V.–GABAIX, X.–STANLEY, H. E. [2000]: Statistical properties of share volume traded in financial markets. *Physical Review E*, 62[4], 4493–4496. o.
- IORI, G.–DANIELS, M. G.–FARMER, J. D.–GILLEMOT, L.–KRISHNAMURTHY, S.–SMITH, E. [2003]: An analysis of price impact function in order-driven markets. *Physica A*, Vol. 324, 146–151. o.
- JOULIN, A.–LEFEVRE, A.–GRUNBERG, D.–BOUCHAUD, J.-P. [2008]: Stock price jumps: news and volume play a minor role. <http://arxiv.org/abs/0803.1769>
- LILLO, F.–FARMER, J. D. [2004]: The long memory of the efficient market. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 8[3], 1. o.
- LILLO, F.–MIKE, S.–FARMER, J. [2005]: Theory for long memory in supply and demand. *Physical Review E*, 71[6], 66122.
- LUCKOCK, H. [2001]: *A statistical model of a limit order market*. Working Paper, Sidney University, <http://129.78.68.1/res/AppMaths/Luc/2001-9.pdf>
- MADHAVAN, A. [2002]: Market Microstructure: A Practitioner's Guide. *Financial Analysts Journal* 58[5], 28–42. o.
- MANDELROT, B. [1963]: The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, 36[4], 394–419. o.
- MARGITAI I. [2009]: Piaci likviditás és mikrostruktúra. Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem.
- MASLOV, S.–MILLS, M. [2001]: Price fluctuation from the order book perspective – empirical facts and a simple model. *Physica A*, Vol. 299, 234–246. o.
- MASLOV, S. [2000]: Simple model of a limit order-driven market. *Physica A*, Vol. 278, 571–578. o.
- MIKE, S.–FARMER, J. D. [2008]: An empirical behavioral model of liquidity and volatility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32[1], 200–234. o.
- PLEROU, V.–GOPIKRISHNAN, P.–GABAIX, X.–STANLEY, H. E. [2002]: Quantifying Stock Price Response to Demand Fluctuations. *Physical Review E*, 66[027104], 1–4. o.
- SLANINA, F. [2001]: Mean-field approximation for a limit order driven market model. Working Paper, <http://xxx.lanl.gov/cond-mat/0104547>
- SPIEGEL, M. R.–SCHILLER, J. J.–SRINIVASAN, R. A. [2000]: *Schaum's outline of probability and statistics*. McGraw-Hill, New York, NY.
- TULASSAY Zs. [2009]: A pénzügyi piacok stilizált tényei. Budapesti Corvinus Egyetem, Empirikus pénzügyek előadás, kézirat, 2009. szeptember 15.
- WILLMANN R. D.–SCHUETZ, G. M.–CHALLET, D. [2003]: Exact Hurst exponent and crossover behavior in a limit order market model. *Physica A*, Vol. 316, 430–440. o.
- ZOVKO, I.–FARMER, J. D. [2002]: The power of patience: A behavioral regularity in limit order placement. *Quantitative Finance*, 2[5], 387–392. o.