HITELTÖRLESZTÉSI ALGORITMUSTÍPUSOK, TÖRLESZTÉSI KARAKTERISZTIKÁK ÉS PÉNZÜGYI KÖVETKEZMÉNYEIK

Kovács Levente

A bankszektorban a hitelek egyenletes törlesztőrészletének meghatározása évszázadok óta változatlan módon történik, miközben a hitel devizaneme alapvetően átalakult. Korábban aranyalapú pénzeket használtak, és a számításokhoz felhasznált kamatláb meghatározása kapcsán a pénz elértéktelenedésével nem foglalkoztak. Jelen tanulmányban azt mutatjuk be, hogy az aranypénzek idején kialakult hiteltörlesztési táblákat – a modern pénz kiszámíthatatlan elinflálódásának a veszélye miatt – új módon kell meghatározni. Az új módszerektől azt várjuk el, hogy a potenciális kamatszintváltozások hatásait ne nagyítsák fel, továbbá olyan törlesztési karakterisztikát adjanak, amelyek a lakossági hiteleknél az életciklusnak, vállalati hiteleknél pedig az üzleti aktivitásnak jobban megfelnek.

JEL-kódok: E43, G21, G32

Kulcsszavak: hitel-törlesztőrészletek, törlesztési képletek, törlesztési karakterisztikák

1. BEVEZETŐ

A hosszú futamidejű hitelek kapcsán két feladat megoldását tűzzük ki: a törlesztőrészleteket tegyük egyenletesebbé, valamint a kamatlábváltozásnak a törlesztőrészlet változására gyakorolt hatását mérsékeljük. Az előbbire általánosan alkalmazott megoldás a nominálisan, összegében azonos törlesztőrészletek meghatározása. Ezen megoldás mellett a hosszú futamidők esetében a változó kamatlábból fakadó törlesztőrészlet-változás kockázatának csökkentésére optimális megoldást nem találtak. Ugyanis az annuitásos módszertan esetében a kamatlábváltozás hatása a törlesztőrészlet-változásban hatványozottan jelentkezik (l. *1. táblázat*); a teljes futamidőre – jelzáloghitelek esetében több évtizedre – a kamatlábfixálás megfelelő és likvid pénzpiaci fedezeti termékek hiányában, valamint a kamatfixálási extra költségek miatt nem alakult ki.

1. táblázat
Annuitásos hitel törlesztőrészleteinek kamatlábfüggése

Kamat (R)	Törlesztőrészlet	Növekedés	Növekedés
3%	55 460 Ft		
4%	60 598 Ft	5 138 Ft	8,48%
5%	65 996 Ft	5 398 Ft	8,18%
6%	71 643 Ft	5 648 Ft	7,88%
7%	77 530 Ft	5 887 Ft	7,59%
8%	83 644 Ft	6 114 Ft	7,31%
9%	89 973 Ft	6 329 Ft	7,03%
10%	96 502 Ft	6 530 Ft	6,77%

Megjegyzés: Hitelösszeg 10 000 000 Ft, futamidő 240 hónap
Forrás: saját készítés

Az utóbbi időben a jelzáloghiteleknél fogyasztóvédelmi szempontok alapján alakították ki a kettő kombinációját, amelyben a kamatfixálás – a pénzpiaci lehetőségek alapján – többéves ciklusokra történik (MNB, 2018). Ez a kombináció igen sikeres lehet, ha a kamatperiódusok kezdetei éppen „jó", alacsony kamatszintű és mérsékelt kamatváltozás-várakozású időpontokra esnek. A kockázata viszont az, ha valamelyik kamatperiódus kezdete igen „rossz", magas kamatszintű és/vagy jelentős kamatemelkedés-várakozású időpontra esik, ugyanis ekkor a törlesztőrészletek emelkedése sokkhatást okoz(hat). A következőkben ismertetendő, optimális konstrukciók ezeket a típushibákat korrigálják.

2. AZ ANNUITÁSOS HITELEK PROBLEMATIKÁJA

A pénzügyi számítások egyik kedvelt feladata a hitelek annuitásos, összegében állandó törlesztőrészletének a meghatározása. Ezt az egyetemi tankönyvek rendszerint az örökjáradékból vezetik le, és jutnak el a következő eredményhez (a későbbiek miatt legyen r az alapkamatláb, m a hitel kamatfelára és legyen $R = r + m$, n pedig a törlesztőrészletek száma, gyakran időegységben kifejezve):

$$Törlesztőrészlet = \frac{Felvett\ hitelösszeg}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R(1+R)^n}} \tag{1}$$

Ezzel a képlettel papíron nem szeretünk számolni, s nincs is rá szükség, hiszen a pénzügyi számológépek és a számítógépek az algoritmusát ismerik. Korábban pedig a kamat/futamidő ($AF: r,n$) párokat a tan- és szakkönyvek függelékében, az ún. annuitástáblázatokban közölték.

Az (1)-es eredményhez rövidebben is eljuthatunk a következő módon:

– A hitelösszeg pontosan egyenlő a törlesztőrészleteknek (X_i) az $R=r+m$ szerint diszkontált jelenértékével, azaz

$$Felvett\ hitelösszeg = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{(1+R)^i} \tag{2}$$

– Az annuitás elvárása szerint a törlesztőrészletek egyenlőek, azaz

$$X_i = X_j = X \tag{3}$$

– Az általános mértani sorozat formája és összegképlete:

$$S_n = a_1 \sum_{i=1}^{n} q^{i-1} = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q-1} \tag{4}$$

– a (2)-es képletből a (3)-as egyenlőség miatt az X kiemelhető, továbbá jelen esetben az $a_1 = q = \frac{1}{1+R}$ összefüggések alapján

$$Felvett\ hitelösszeg = X \times \frac{1}{1+R} \times \frac{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+R} - 1}, \tag{5}$$

ebből

$$X = \frac{Felvett\ hitelösszeg \times (1+R) \times \left(\frac{1}{1+R} - 1\right)}{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1} = \frac{-\ Felvett\ hitelösszeg \times R}{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1} \tag{6}$$

– Az (1)-es és a (6)-os képletek azonosságát a következő átrendezéssel láthatjuk be:

$$\frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R(1+R)^n}} = \frac{-R}{\left(\frac{1}{1+R}\right)^n - 1}$$

– Mindkét oldal átrendezve:

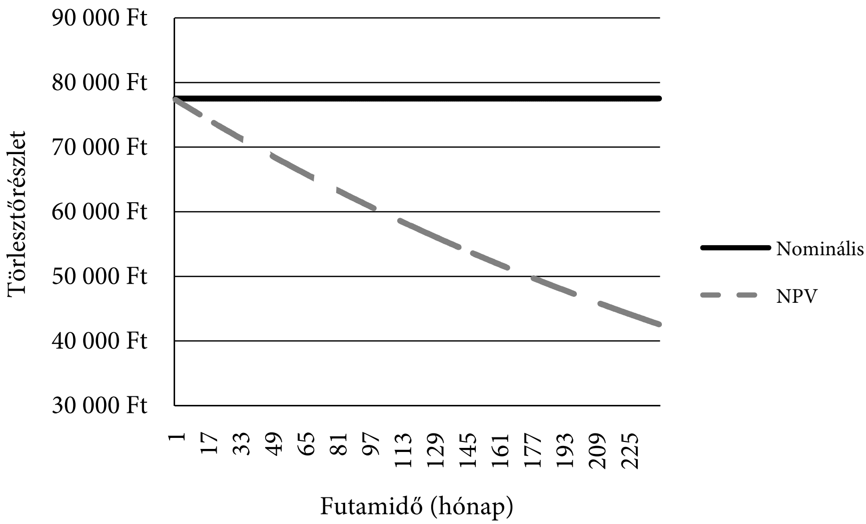
$$\frac{1}{\frac{1}{R} \times \left(1 - \frac{1}{(1+R)^n}\right)} = \frac{R}{-\frac{1}{(1+R)^n} + 1}$$

– A bal oldalon az $\frac{1}{R}$ törttel való osztás megfelel az R-rel mint reciprokkal való szorzásnak, így pedig a két számláló és a két nevező is azonos, azaz a két oldal egyenlő.

Ezzel az (1) és (6) képletek azonosságát igazoltuk.

Egy konkrét példa kapcsán a klasszikus annuitásos törlesztőrészletek nominális és jelenértékét (NPV) r szerint diszkontálva mutatja az *1. ábra*. A kamatlábakat itt és a következőkben is éves alapon adjuk meg, a felvett hitelösszeget pedig H-val jelöljük.

1. ábra
A klasszikus annuitásos hitel törlesztőrészleteinek nominális és jelenértéke

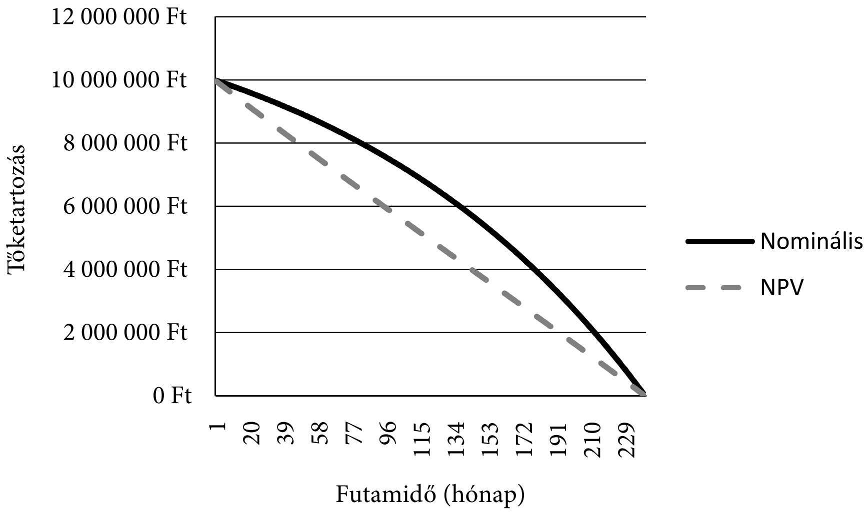


Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, $R = r + m$, r = 3%, m = 4%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

Amint látható, a nominálisan állandó törlesztőrészletnek az az „ára", hogy az induló törlesztőrészlet viszonylag magas, aztán az idő múlásával az infláció miatt a havi törlesztési teher elinflálódik. A jelzáloghiteleknél ez ellentétes a lakossági életciklussal, hiszen a fiatal lakásvásárlókat a lakásvásárlást követő években túlterheli, majd később, amikorra a munkahelyi jövedelem is várhatóan stabilizálódik, illetve megemelkedik, a törlesztési teher elenyészővé válik. A beruházási hiteleknél is hasonló a helyzet, ugyanis az új beruházás hatására a vállalat jövedelemtermelő képessége az idő előrehaladtával emelkedni fog, miközben a hitelteher ezzel ellentétesen csökken. Azaz az induló időszak itt is túl-, míg a záró időszak alulterhelt.

A hitelezői kockázatok miatt érdemes még megnézni a tőketartozás értékét és jelenértékét a futamidő során. Az előző konkrét példánál maradva, ezt mutatja meg a *2. ábra*.

2. ábra
A klasszikus annuitásos hiteltőke-tartozás nominális és jelenértékének változása



Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, r = 3%, m = 4%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

Amint az várható is volt, a tőketartozás – a kezdeti túlterhelés miatt – gyorsan csökken.

A kamatlábváltozás hatását a törlesztőrészletre az 1. táblázat már bemutatta, most ezt függvényalakban is megadjuk; az (1)-es függvény R szerinti teljes deriváltja:

$$X'(R) = -Felvett\ hitelösszeg \cdot \frac{\frac{-1}{R^2} + \frac{1}{R^2(1+R)^n} + \frac{n}{R(1+R)^{n+1}}}{\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R(1+R)^n}\right)^2} \tag{7}$$

Amint az 1. táblázatban be is mutattuk és a derivált függvényből is látható, az 1 százalékpontos kamatláb-emelkedésnek a törlesztőrészletre gyakorolt hatása hatványozott, normál kamatszint mellett annak a többszöröse!

Ezek a problémák az aranypénzek idején nem jelentkeztek, hiszen akkor a törlesztési teher a teljes futamidő során azonos volt, pl. havonta 6 darab azonos aranyérme vagy aranyra váltható bankjegy.

3. A JELENÉRTÉKBEN ÁLLANDÓ, OPTIMÁLIS JELZÁLOGHITEL

A jelzálog-hitelezés elterjedésének egyik feltétele, hogy az alapkamatláb legyen viszonylag alacsony (általános tapasztalat szerint 10% alatti, e felett ugyanis társadalmi szinten megfizethetetlen az induló havi törlesztőrészlet!), és a kamatszint változása lehetőleg ne legyen hektikus.

A múltban ugyanis éppen ezen okok miatt terjedtek el több kelet-közép-európai, illetve közép- és dél-amerikai országban a közvetítő devizás (pl. svájci frank, amerikai dollár) jelzáloghitelek. Ugyanis ezek esetében jóval alacsonyabbak voltak az induló törlesztőrészletek, a várható – jelenértékben közel állandó – törlesztési karakterisztikák pedig jobban megfeleltek a lakossági életciklusnak. A gazdasági válság hatására azonban éppen ezen országokban a keresztárfolyam drasztikus romlása, az USA-ban pedig az elsétálási jog – mint a jelzálogpiac összeomlásának eredendő oka – lerombolta a jelzálogpiacot. Az árfolyamváltozás kapcsán a deviza- kontra forintalapú hitelterhek valóságos és elméleti összevetését elvégezték (*Király–Simonovits*, 2015). A piaci szélsőséges hatások miatt és optimális közvetítő deviza nélkül erre a megoldásra azonban nem lehet stabil jelzálogpiacot felépíteni. Meg kell még említeni, hogy az optimális törlesztési karakterisztikát megcélozva, a nemzeti devizákra alapozva is lehetett volna – a devizaalapú hitelek matematikai és optimális letükrözése révén – megfelelő törlesztőrészlet-képletet bevezetni. Ennek meghatározása nemrég sikerült is (Kovács–*Pásztor*, 2018). Ebben a törlesztőrészleteket a (8)-as képlet határozta meg.

$$X_i = \frac{Felvett\ hitelösszeg \cdot \left(\frac{1+r+m}{1+m}\right)^i}{\frac{1}{m} - \frac{1}{m(1+m)^n}} \tag{8}$$

A képlet levezetését és jelentőségét a hivatkozott tanulmány mutatja be.

Az optimális jelzálogtörlesztési eljáráshoz, amelyben a törlesztőrészleteknek nem a nominális, hanem a jelenértéke állandó, az előző rész elején megismert levezetés analógiája alapján juthatunk el (Kovács–Pásztor, 2018):

– A hitelösszeg pontosan egyenlő a törlesztőrészleteknek az $r + m$ szerint diszkontált jelenértékével, azaz

$$Felvett\ hitelösszeg = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{(1+r+m)^i} \tag{9}$$

– Az r szerint diszkontált törlesztőrészletek egyenlőségét az alábbi összefüggés adja meg:

$$X_i = X_0 \times (1+r)^i \tag{10}$$

ahol X_0 a hitelfelvételkori időpontra számolt törlesztőrészlet jelenértéke, ezt az előző képletbe helyettesítve:

$$Felvett\ hitelösszeg = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_0(1+r)^i}{(1+r+m)^i} \tag{11}$$

– Az általános mértani sorozat formája és összegképlete:

$$S_n = a_1 \sum_{i=1}^{n} q^{i-1} = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q-1} \tag{12}$$

a (11)-es képletben $q = a_1 = \frac{1+r}{1+r+m}$, ezen összefüggések alapján és X_0 kiemelése után

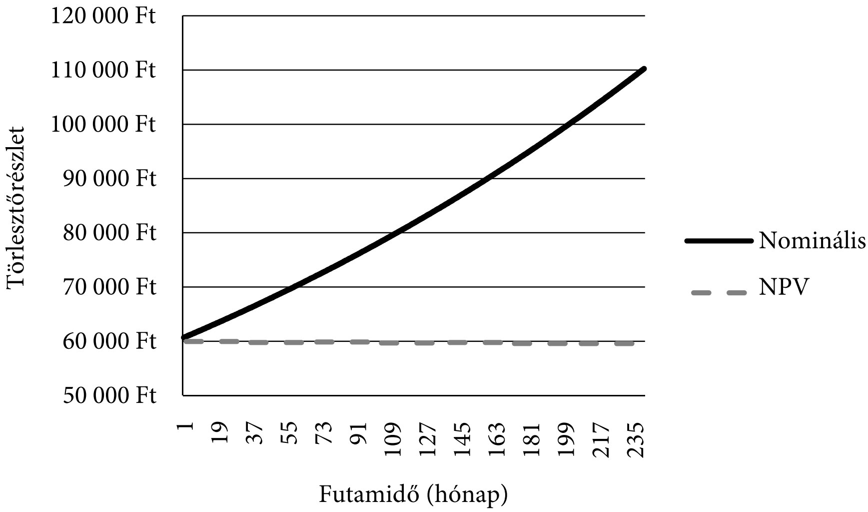
$$Felvett\ hitelösszeg = X_0 \times \frac{1+r}{1+r+m} \times \frac{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}{\frac{1+r}{1+r+m} - 1} \tag{13}$$

Ebből a (10)-es képletbeli X_i visszaírása, majd egyszerűsítések után az i-edik törlesztőrészletet kifejezve:

$$X_i = \frac{Felvett\ hitelösszeg \times (1+r)^i}{\frac{1+r}{1+r+m} \times \frac{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}{\frac{1+r}{1+r+m} - 1}} = \frac{-\,Felvett\ hitelösszeg \times m \times (1+r)^{i-1}}{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1} \tag{14}$$

Azaz ezen optimális törlesztőrészlet meghatározás mellett azonos lesz minden törlesztőrészlet jelenértéke. A szokásos példánál maradva, a törlesztési karakterisztikákat, azaz a törlesztőrészletek nominális és jelenértékét mutatja meg a *3. ábra*.

3. ábra
Az optimális jelzáloghitel törlesztőrészleteinek nominális és jelenértéke



Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, r = 3%, m = 4%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

Ennek az eredménynek a jelentősége az, hogy a jelzáloghitel törlesztési terhe – amennyiben a hitelfelvevő jövedelme értékében állandó (pl. az alapkamattal folyamatosan emelkedik) – állandó marad. Azaz az induló időszakban nem jelent túlterhelést (a szokásos példánknál maradva, 78 ezer helyett 61 ezer forint); igaz, a törlesztőrészletek a záró időszakra sem inflálódnak el. Például, amennyiben valaki aranymosásból él (ideérhető minden stabil jövedelmű foglalkozás!), ha a hitel felvételekor havonta egy hetet kellett aranyat mosnia a havi törlesztőrészlet megfizetéséhez, akkor a teljes futamidő alatt is minden hónapban éppen egy hetet kell ezért dolgoznia. Ennek az új szemléletnek érdekes – szűk jövedelemváltozási korlátok mellett értelmezhető – elméleti vetülete az, amikor az aktuális törlesztőrészletet az aktuális jövedelemhez kötik, cserébe pedig futamidő-változtatást alkalmaznak (*Berlinger–Walter*, 2013).

A képlet másik eredménye az, hogy a jelzálog-hitelezést még a magas kamatszinttel küszködő országokban – pl. a korábban említett, egykori közvetítő devizás jelzáloghiteleket alkalmazó országokban is – úgy lehet bevezetni/alkalmazni, hogy a törlesztőrészletek a teljes futamidő alatt megfizethetők maradnak. Az induló havi törlesztőrészletek pl. 20 éves futamidő és 4%-os kamatfelár esetén a hitelösszeg 0,6%-át teszik ki, az alapkamat mértékétől függetlenül.

A kamatszint változása a törlesztőrészletek összegében konkrét példa esetében fix összegként jelenik meg (l. 2. *táblázat*).

2. táblázat
Optimális jelzáloghitel első havi törlesztőrészletének kamatlábfüggése

Alapkamat	1. törlesztőrészlet	Növekedés (Ft)	Növekedés (%)
1%	60 631 Ft		
2%	60 664 Ft	32,94 Ft	0,0543%
3%	60 697 Ft	32,94 Ft	0,0543%
4%	60 730 Ft	32,94 Ft	0,0543%
5%	60 763 Ft	32,95 Ft	0,0543%
6%	60 796 Ft	32,95 Ft	0,0542%
7%	60 829 Ft	32,95 Ft	0,0542%
8%	60 862 Ft	32,96 Ft	0,0542%
9%	60 895 Ft	32,96 Ft	0,0542%
10%	60 928 Ft	32,96 Ft	0,0541%

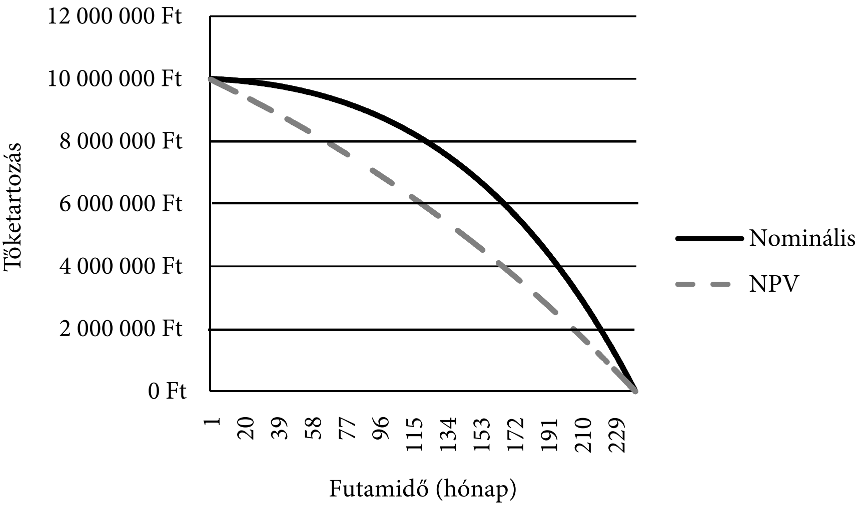
Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, m = 4%, n = 240 hónap
Forrás: saját készítés

Azaz a kamatlábváltozásnak a kockázata ezen módszer mellett egy igen mérsékelt értéknövekedésben jelenik meg, amely a változók összetett függvénye. Ez a függvény – a Magyarországon jellemző kamatszintek és futamidők mellett – lineáris függvénnyel nagyon jól közelíthető. A (14)-es képlet r szerinti teljes deriváltja is ezt mutatja meg:

$$X_i{}'(r) = \frac{Hm(1+r)^{i-2}\left[(1-i)(1+r+m)\left(\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1\right) + nm\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n\right]}{(1+r+m)\left(\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1\right)^2} \tag{15}$$

A tőketartozás vizsgálatát most sem felejthetjük el. A konkrét példánknál maradva, a tőketartozás értékét és jelenértékét a *4. ábra* mutatja meg.

4. ábra
Az optimális jelzáloghitel-tőketartozás nominális és jelenértékének változása



Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, r = 3%, m = 4%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

Azaz a tőkefogyás a klasszikus annuitásos hitelnél lassabban következik be.

4. A JELENÉRTÉKBEN EMELKEDŐ, OPTIMÁLIS BERUHÁZÁSI HITEL

A beruházási hitelek is jellemzően hosszú futamidejű hitelek, amelyeket működő és alapvetően hitelképes vállalatoknak nyújtanak a bankok. A hitel visszafizetéséhez így nemcsak az új beruházás várható bevételét, hanem a már működő vállalat más tevékenységeinek bevételét is figyelembe veszik és fel is használják a hitelintézetek. Ennek közismert bizonyítéka az, hogy a beruházási hitelek folyósítása utáni türelmi időszak alatt, amikor a beruházás zajlik, és az új egység még nem termel bevételt, a hitelintézetek legalább kamattörlesztést kérnek. Ennek a forrása pedig csak az egyéb bevételekből, vagy önmagából a beruházási hitelből lehetséges.

Az új beruházásokból származó első bevételek a beruházás befejezése után indulnak, és jellemzően időben elnyújtva futnak fel. Azaz a természetes beruházási igény a türelmi időszak alatti teljes (tőkére és kamatra vonatkozó) törlesztési moratórium, majd a beruházás megvalósítása után a törlesztőrészletek folyamatos, pl. z szerinti emelkedése. A korábbi levezetéshez hasonlóan határozzuk meg ezt a képletet is:

– A hitelösszeg pontosan egyenlő a törlesztőrészleteknek az $r + m$ szerint diszkontált jelenértékével, azaz

$$Felvett\ hitelösszeg = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{(1+r+m)^i} \tag{16}$$

– Az $r+z$ szerint diszkontált törlesztőrészletek egyenlőségét az alábbi összefüggés adja meg:

$$X_i = X_0 \times (1+r+z)^i \tag{17}$$

ahol X_0 a hitelfelvételkori időpontra számolt törlesztőrészlet jelenértéke, ezt az előző képletbe helyettesítve:

$$Felvett\ hitelösszeg = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_0 \times (1+r+z)^i}{(1+r+m)^i} \tag{18}$$

– Az általános mértani sorozat formája és összegképlete:

$$S_n = a_1 \sum_{i=1}^{n} q^{i-1} = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q-1} \tag{19}$$

a (18)-as képletben $q = a_1 = \dfrac{1+r+z}{1+r+m}$, ezen összefüggések szerint

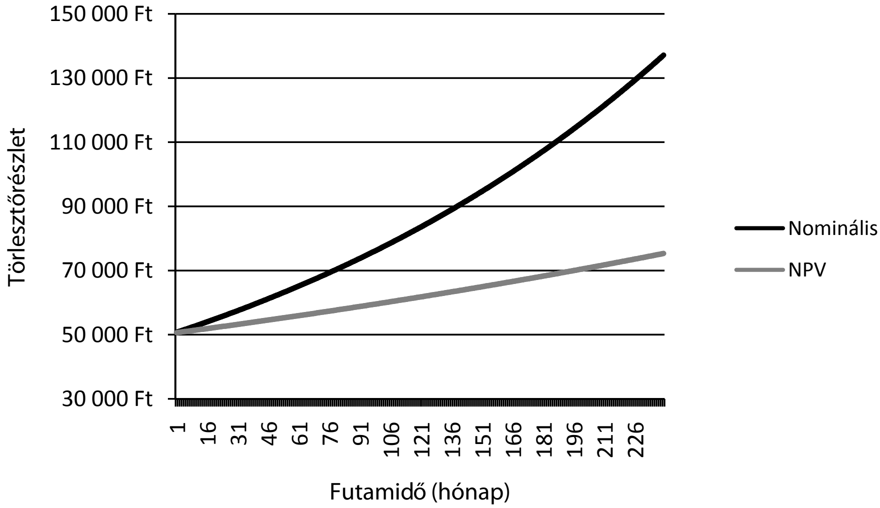
$$Felvett\ hitelösszeg = X_0 \times \frac{1+r+z}{1+r+m} \times \frac{\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n - 1}{\frac{1+r+z}{1+r+m} - 1} \tag{20}$$

Ebből a (17)-es képletbeli X_i visszaírása, majd egyszerűsítések után az *i*-edik törlesztőrészletet kifejezve:

$$X_i = \frac{Felvett\ hitelösszeg \times (1+r+z)^i}{\frac{1+r+z}{1+r+m} \times \frac{\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n - 1}{\frac{1+r+z}{1+r+m} - 1}} = \tag{21}$$
$$= \frac{Felvett\ Hitelösszeg \times (z-m)(1+r+z)^{i-1}}{\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n - 1}$$

A törlesztőrészletek értékét és jelenértékét az 5. *ábra* mutatja meg a törlesztőrészletek 2%-os emelkedése mellett.

5. ábra
Az optimális beruházási hitel törlesztőrészleteinek nominális és jelenértéke



Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, r = 3%, m = 4%, z = 2%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

Azaz létezik és egyértelműen meghatározható olyan beruházási hiteltörlesztési képlet, amelyben a törlesztőrészletek az r alapkamat, az m kamatfelár és a z bevételnövekedés függvényében is emelkednek. Az X_o, alap törlesztőrészlet nem függ az alapkamattól! Azaz a magas kamatszinttel küszködő országok esetében is nemzeti devizában teszi lehetővé bankhitelek révén a gazdaság fejlesztését.

A törlesztőrészlet értékének az alapkamat-változástól való függése – a hasonló képlet miatt – az optimális jelzáloghitelhez hasonlóan állandó (l. *3. táblázat*).

3. táblázat
Optimális beruházási hitel első havi törlesztőrészletének kamatlábfüggése

Alapkamat	1. törlesztőrészlet	Növekedés	
		(Ft)	(%)
1%	50 691 Ft		
2%	50 725 Ft	34,266 Ft	0,0676%
3%	50 760 Ft	34,267 Ft	0,0676%
4%	50 794 Ft	34,268 Ft	0,0675%
5%	50 828 Ft	34,269 Ft	0,0675%
6%	50 862 Ft	34,269 Ft	0,0674%
7%	50 897 Ft	34,270 Ft	0,0674%
8%	50 931 Ft	34,271 Ft	0,0673%
9%	50 965 Ft	34,272 Ft	0,0673%
10%	51 000 Ft	34,272 Ft	0,0672%

Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, m = 4%, z = 2%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

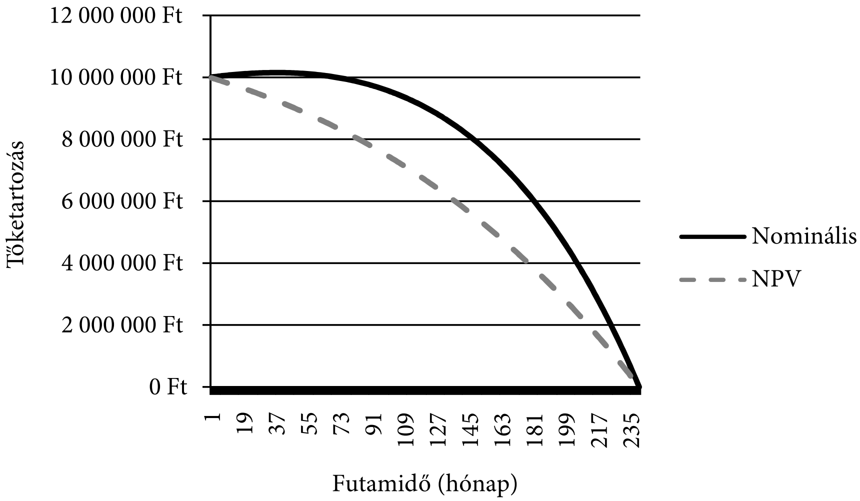
A (21)-es képlet r szerinti teljes derivált függvénye:

$$X_i{}'(r) = \frac{H(m-z)(1+r+z)^{i-2}\left[(1-i)(1+r+m)\left(\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n - 1\right) + n(m-z)\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n\right]}{(1+r+m)\left(\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n - 1\right)^2} \tag{22}$$

Ahogy a 3. táblázatban is látható, a referenciakamat szokásos kamatszintje mellett lineáris görbével jól közelíthető a deriváltfüggvény.

A tőketartozás nominális és jelenértékét a *6. ábra* mutatja be.

6. ábra
Az optimális beruházási hitel-tőketartozás nominális és jelenértékének változása



Megjegyzés: H = 10 000 000 Ft, r = 3%, m = 4%, z = 2%, n = 240 hónap
Forrás: saját szerkesztés

Ahogy látható, a tőketartozás csökkenése a korábbiaknál még lassabban következik be. A törlesztési terhek viszont akkorra válnak jelentősebbé, amikorra a bevétel felfutása is bekövetkezik. Ennek az „ára" az, hogy a tőketartozás – akár átmeneti növekedés utáni – leépülése a záró fázisra koncentrálódik.
Az új, optimális módszer egyértelmű előnye, hogy a törlesztési karakterisztika a klasszikus annuitásos módszernél sokkal jobban illeszkedik az új beruházások várható bevételéhez, a törlesztőrészlet alapkamatláb-, illetve alapkamatváltozás-függése pedig alacsony. Ezek a tulajdonságok globálisan is kiszámítható és folyamatos gazdasági növekedést tesznek lehetővé, megfelelő hitelintézeti aktivitás alapján.

5. A LEHETSÉGES HATÁSOK TÁRSADALOMPOLITIKAI KÖVETKEZMÉNYEI

Az optimális képlet szerint törlesztett hitelkonstrukciók előnyeit és hátrányait érdemes összevetni. Az előny az, hogy a teljes futamidő alatt állandó, vagy a várható bevételnövekedéshez igazított fizetési terhelést lehet vele meghatározni. Amennyiben a kamatláb a teljes futamidőre rögzített, akkor a rendszeres törlesztési kötelezettség is előre, a teljes futamidőre meghatározható. Amennyiben a hitelezés változó kamatláb alapján történik, akkor a futamidő alatt bekövetkező kamatszintváltozás a törlesztőrészletekben gyakorlatilag lineárisan és a kamatszintváltozás mértékében jelentkezik.

Hátrányként azt lehet kiemelni, hogy – a korábban megszokottól eltérően – a törlesztőrészletek nem inflálódnak el. Változó kamatláb esetén pedig a törlesztőrészletek csak egy időszakra ismertek előre (ez lehet a következő törlesztőrészlet, de lehet több törlesztési ciklusra is rögzíteni), így az azt követő törlesztőrészlet pontos mértéke némi bizonytalanságot hordoz, amennyiben a referencia-kamatláb időközben változni fog. A bankok oldaláról nézve, a hitelkinnlevőség durationje hosszabb, ami törlesztési fegyelmezetlenség esetén hátrány, fegyelmezettség esetén viszont előny. Továbbá, az optimális módszerek sem képesek kezelni a munkahely elvesztéséből fakadó jövedelemkiesést, a gazdasági válságok idején a jövedelemszint befagyását, az egyes ingatlanpiacok erősen hektikus mozgását stb. Itt említjük meg, hogy az általános alkalmazásához a jelzáloghitelezés jogszabályi kereteit az új konstrukcióhoz kell igazítani; pl. értelmetlen a mai jövedelmet a 20 év múlva esedékes törlesztőrészlettel összevetni.

Összefoglalva: az előnyök fogyasztóvédelmi szempontból kívánatosak, a hátrányok viszont a szokásos annuitásos konstrukcióknál jellemzően alacsonyabbak.

A tanulmány bemutatta, hogy a referenciakamattól függetlenül egy 10 millió forintos, 20 éves futamidejű és 4%-os kamatfelárú jelzáloghitel induló havi törlesztőrészlete 60 ezer forint. Jelenleg az albérleti díjak az ingatlanérték 0,8-1%-a körül járnak. Azaz megfelelő hitelezői védelmet biztosító jelzáloghitel-konstrukció esetén, önrész nélküli ingatlanvásárlás mellett is, a havi törlesztőrészlet alatta marad az albérleti díjnak. Ez utóbbi kijelentés két évtizedre előretekintve akkor igaz, ha az ingatlanérték, az albérleti díjak, a jövedelmek és így a törlesztőrészletek is együtt mozognak, pl. az inflációt követik. Így az optimális jelzálog-konstrukció alkalmazásával globálisan is megoldható a Föld népességének ingatlanhoz juttatása, ugyanis – ahogy be is mutattuk – az ingatlanhoz jutás költsége alatta marad az albérlet alternatívájának. Ez a szegény, feltörekvő népesség egyetlen lehetősége a saját erőből történő lakáshoz jutásnak.

A maximum 20 éves futamidő alkalmazása pedig etikus is, hiszen reális lehetőséget biztosít arra, hogy a lakosságnak az átlagos munkában töltött ideje (40–50 év) mellett a saját lakáson felül még legyen lehetősége további vagyont is felhalmozni. Ezt a lehetőséget pedig a polgári fejlődés pénzügyi feltételének tekinthetjük. Ugyanis ha „nem azért élünk, hogy együnk", akkor „nem csak azért dolgozunk, hogy legyen hol laknunk".

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A klasszikus annuitásos hiteltörlesztések alapvető problematikája, hogy egyrészt lakossági jelzáloghiteleknél a hiteltörlesztési karakterisztika nem illeszkedik a lakosság életciklusához, beruházási hiteleknél pedig a növekvő bevételekre alapozható üzleti tervhez. Másrészt a kamatszint mértéke, illetve változékonysága a törlesztőrészletek mértékében, illetve változásában hatványozottan jelentkezik. Ezeket a problematikus tényezőket szüntetik meg az optimális hiteltörlesztési függvények (vö. a *Melléklet*ben közölt táblázatokat).

Az optimális jelzáloghitel i-edik törlesztőrészletének a képlete (r – alapkamat, m – kamatfelár, n – törlesztőrészletek száma, H – hitelösszeg):

$$X_i = \frac{-Hm(1+r)^{i-1}}{\left(\frac{1+r}{1+r+m}\right)^n - 1}$$

Az optimális beruházási hitel i-edik törlesztőrészletének a képlete (r – alapkamat, m – kamatfelár, z – törlesztőrészlet-emelkedés, n – törlesztőrészletek száma, H – hitelösszeg):

$$X_i = \frac{H(z-m)(1+r+z)^{i-1}}{\left(\frac{1+r+z}{1+r+m}\right)^n - 1}$$

Az új, optimális konstrukciók bevezetésével a hitelintézetek új (magas kamatszinttel küszködő) piacokon jelenhetnek meg. A forrásokat nemzeti devizákban elegendő biztosítaniuk, a változó kamatláb alkalmazása nem követel meg hosszú futamidejű, fix kamatozású és drága forrásokat, így összességében relatíve olcsón tudják a forrásokat fedezni. Az optimális konstrukciók esetében – a jelenértékben állandósított törlesztőrészletek miatt – a hitelállományok durationje növekszik, azaz a pénzintézetek a meglévő likviditásukat átlagosan hosszabb időre helyezhetik ki.

Az optimális hiteltörlesztési függvényekhez új és látványos matematikai levezetésekkel jutottunk el. Az optimális konstrukciók alkalmazása az ügyféloldalon alacsonyabb kezdeti törlesztőrészleteket eredményez; a törlesztőrészletek jelenértékének állandósága, illetve az előre tervezett nominális emelése azonban a lakossági jelzálog-, illetve a vállalati beruházási hitelek természetes fogyasztói igényéhez igazodik. Ennek az az ára, hogy a törlesztőrészletek folyamatosan, pl. havonta, negyed- vagy félévente változnak, ami a bankoktól némi informatikai fejlesztést, az ügyfelektől pedig nagyobb odafigyelést igényel.

Az optimális hiteltörlesztési függvények esetében a kamatszint mértékének, illetve változékonyságának a törlesztőrészletre gyakorolt hatása mérsékelt és közel lineáris.

Az optimális hitelkonstrukciók lakossági oldalon az albérlet valós és erős alternatíváját biztosítják, így alkalmazásuk globálisan az emberiség lakáskérdésének a megoldásához, vállalati oldalon pedig az új beruházások várható bevételéhez igazítható hiteltörlesztési karakterisztikájuk révén a hitelre alapozott, fenntartható gazdasági növekedéshez nyújtanak új megoldásokat.

MELLÉKLET

1/A. Hiteltörlesztési táblázat

Klasszikus annuitásos hitel

Hitelösszeg (Ft)	**Futamidő (év)**	**Alap-kamat**	**Kamatfelár**
10 000 000	**20**	**3%**	**4%**

Évi egyszeri törlesztés!

Év	**Éves törl.**	NPV Éves törl.	Kamatrész	Tőkerész	Tőkemar.	NPV Tőkemar.
1	**943 929**	916 436	700 000	243 929	9 756 071	9 471 913
2	**943 929**	889 744	682 925	261 004	9 495 066	8 950 011
3	**943 929**	863 829	664 655	279 275	9 215 792	8 433 755
4	**943 929**	838 669	645 105	298 824	8 916 968	7 922 611
5	**943 929**	814 242	624 188	319 741	8 597 227	7 416 043
6	**943 929**	790 526	601 806	342 123	8 255 103	6 913 519
7	**943 929**	767 501	577 857	366 072	7 889 031	6 414 504
8	**943 929**	745 146	552 232	391 697	7 497 334	5 918 465
9	**943 929**	723 443	524 813	419 116	7 078 218	5 424 865
10	**943 929**	702 372	495 475	448 454	6 629 764	4 933 167
11	**943 929**	681 915	464 083	479 846	6 149 918	4 442 832
12	**943 929**	662 053	430 494	513 435	5 636 483	3 953 316
13	**943 929**	642 770	394 554	549 375	5 087 108	3 464 073
14	**943 929**	624 048	356 098	587 832	4 499 276	2 974 552
15	**943 929**	605 872	314 949	628 980	3 870 296	2 484 196
16	**943 929**	588 226	270 921	673 009	3 197 288	1 992 444
17	**943 929**	571 093	223 810	720 119	2 477 169	1 498 728
18	**943 929**	554 459	173 402	770 527	1 706 641	1 002 472
19	**943 929**	538 310	119 465	824 464	882 177	503 093
20	**943 929**	522 631	61 752	882 177	0	0

1/B. Hiteltörlesztési táblázat

Optimális jelzáloghitel

Hitelösszeg (Ft)	Futamidő (év)	Alap-kamat	Kamatfelár
10 000 000	**20**	**3%**	**4%**
	Évi egyszeri törlesztés!		

Év	Éves törl.	**NPV Éves törl.**	Kamatrész	Tőkerész	Tőkemar.	NPV Tőkemar.
1	750 094	**728 247**	700 000	50 094	9 949 906	9 660 103
2	772 597	**728 247**	696 493	76 103	9 873 803	9 307 006
3	795 775	**728 247**	691 166	104 608	9 769 194	8 940 197
4	819 648	**728 247**	683 844	135 804	9 633 390	8 559 142
5	844 237	**728 247**	674 337	169 900	9 463 490	8 163 289
6	869 564	**728 247**	662 444	207 120	9 256 370	7 752 064
7	895 651	**728 247**	647 946	247 706	9 008 664	7 324 868
8	922 521	**728 247**	630 606	291 914	8 716 750	6 881 083
9	950 197	**728 247**	610 172	340 024	8 376 726	6 420 063
10	978 702	**728 247**	586 371	392 332	7 984 394	5 941 139
11	1 008 064	**728 247**	558 908	449 156	7 535 238	5 443 616
12	1 038 305	**728 247**	527 467	510 839	7 024 399	4 926 772
13	1 069 455	**728 247**	491 708	577 747	6 446 653	4 389 857
14	1 101 538	**728 247**	451 266	650 273	5 796 380	3 832 090
15	1 134 584	**728 247**	405 747	728 838	5 067 542	3 252 663
16	1 168 622	**728 247**	354 728	813 894	4 253 648	2 650 733
17	1 203 681	**728 247**	297 755	905 925	3 347 723	2 025 427
18	1 239 791	**728 247**	234 341	1 005 450	2 342 273	1 375 838
19	1 276 985	**728 247**	163 959	1 113 026	1 229 247	701 022
20	1 315 294	**728 247**	86 047	1 229 247	0	0

1/C. Hiteltörlesztési táblázat

Optimális beruházási hitel

Hitelösszeg (Ft)	Futamidő (év)	Alap-kamat	Kamatfelár	Növekedés (z)
10 000 000	**20**	**3%**	**4%**	**2%**

Évi egyszeri törlesztés!

Év	Éves törl.	NPV Éves törl.	Kamatrész	Tőkerész	Tőkemar.	NPV Tőkemar.
1	636 259	**617 727**	700 000	-63 741	10 063 741	9 770 622
2	668 072	**629 722**	704 462	-36 390	10 100 131	9 520 342
3	701 475	**641 949**	707 009	-5 534	10 105 665	9 248 115
4	736 549	**654 414**	707 397	29 153	10 076 512	8 952 851
5	773 377	**667 122**	705 356	68 021	10 008 491	8 633 413
6	812 045	**680 075**	700 594	111 451	9 897 040	8 288 615
7	852 648	**693 281**	692 793	159 855	9 737 185	7 917 223
8	895 280	**706 742**	681 603	213 677	9 523 508	7 517 945
9	940 044	**720 466**	666 646	273 399	9 250 110	7 089 439
10	987 046	**734 455**	647 508	339 539	8 910 571	6 630 302
11	1 036 399	**748 716**	623 740	412 659	8 497 912	6 139 073
12	1 088 219	**763 255**	594 854	493 365	8 004 547	5 614 229
13	1 142 630	**778 075**	560 318	582 311	7 422 236	5 054 182
14	1 199 761	**793 183**	519 557	680 205	6 742 032	4 457 277
15	1 259 749	**808 585**	471 942	787 807	5 954 225	3 821 790
16	1 322 737	**824 286**	416 796	905 941	5 048 284	3 145 924
17	1 388 873	**840 291**	353 380	1 035 493	4 012 790	2 427 804
18	1 458 317	**856 608**	280 895	1 177 422	2 835 369	1 665 480
19	1 531 233	**873 241**	198 476	1 332 757	1 502 612	856 918
20	1 607 795	**890 197**	105 183	1 502 612	0	0

HIVATKOZÁSOK

Berlinger Edina – Walter György (2013): Unortodox javaslat a deviza- és forintalapú jelzáloghitelek rendezésére. *Hitelintézeti Szemle* 12 (6), 469–494. o.

Király Júlia – Simonovits András (2015): Jelzáloghitel-törlesztés forintban és devizában – egyszerű modellek. *Közgazdasági Szemle*, LXII. évf. január, 1–26. o.

Kovács Levente – Pásztor Szabolcs: A globális jelzálogpiac helyzete és a lakástulajdonlás előmozdításának lehetséges forgatókönyvei (kézirat).

MNB (2018) – Minősített Fogyasztóbarát Lakáshitel feltételei (https://www.minositetthitel.hu/).