

KOPÁNYI SZABOLCS

# Közép-kelet-európai kamatswapgörbék dinamikus modellezése

A cikk közép-kelet-európai kamatswapgörbékét, nevezetesen a HUF-, a PLN- és a CZK-hozamgörbékét hasonlítja össze Turc, Ungari és Huang [2009] dinamikus, Nelson–Siegel alapú hozamgörbemodellje és a Kálmán-filter segítségével. Az eredmények szerint a cseh piac áll a legközelebb a fejlett országokéhoz modellezhetőség szempontjából, a modell illeszkedése a lengyel mintára szintén elfogadható, ellenben a magyar hozamgörbe viszonylag nehezen modellezhető a kiugróan magas, mintán belüli illeszkedési pontatlanság tanúsága szerint. A modell alkalmas kockázati prémiumok mérésére is. A magyar minta itt is kilóg a sorból: a HUF-swapgörbe kockázati prémiuma erősen ingadozó, és a lengyel és a cseh mintával ellentétben, piaci stresszek idején jelentős mértékben tágul.

## 1. A HOZAMGÖRBE ILLESZTÉSE

A hozamgörbe illesztése során a spot hozamgörbe, a diszkontgörbe vagy éppen a forward hozamgörbe előállítását tűzzük ki célul. Feltételezzük, hogy az előállítandó függvényre tetszőleges pontossággal<sup>1</sup> illeszthető egy ún. bázisfüggvények kombinációjából adódó függvény. A becslés során általában előre rögzítjük a bázisfüggvények feltételezett alakját, majd ezek együtthatóit számítjuk ki valamilyen távolságminimalizáló kritérium mellett. Az illesztés során kompakt, könnyen értelmezhető modelleket keresünk. A felhasználók körében az egyszerű polinomiális, a spline és a Nelson–Siegel-függvényformák alkalmazása a leggyakoribb.

A következőkben a Nelson–Siegel (NS) modellt mutatom be dióhéjban. A választást az motiválja, hogy az empirikus vizsgálataimban használt modell is NS-alapokon nyugszik. Az NS-alapmodell bemutatása után *Christensen, Diebold és Rudebusch* [2010] átlaghoz visszahúzó modelljét ismertetem, amely – bár NS-alapokon nyugszik –, az arbitrázsmentességgel konzisztens dinamikával írja le a látens faktorok időbeli alakulását a kockázatmentes mérték szerint. Ezt követően a valós mérték szerinti dinamikát Turc, Ungari és Huang [2009] MENIR (Multi-factor Econometric Nelson–Siegel model for Interest Rates) modellje szerint mutatom be: ez a modell a cikk empirikus vizsgálatainak az alapja. A cikk eredményei összevethetők *Reppa* [2009] eredményeivel, ahol a szerző kötvénypiaci hozamokra illeszt egy makrogazdasági változókkal bővített, dinamikus NS-alapú modellt.

1 I. Weierstrass-tétel

## 2. A NELSON-SIEGEL ALAPMODELL

Az 1987-ben publikált NS-modellben a zérókuponhozamok három látens faktor súlyozott összegeként adódnak. A modell a következő formában írható fel:

$$y(t, \tau) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-a\tau}}{a\tau} + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-a\tau}}{a\tau} - e^{-a\tau} \right) \quad (1)$$

ahol  $\beta_0$  a zérókuponhozam határértéke, amint a  $\tau$  lejáratig hátralévő idő a végtelenbe tart. Ilyen módon az első látens faktor a hosszú távú hozamszintet jelöli. A faktorhoz rendelt egységnyi súly következménye, hogy  $\beta_0$  változása azonos mértékben hat a hozamgörbe valamennyi pontjára.

A  $\beta_1$  paraméter a hozamgörbe meredekségét jelöli, és ahogy a  $\tau$  lejáratig hátralévő idő nullához tart,  $\beta_1$  súlya egységnyihez közelít, azaz a rövid lejáratú zérókuponhozam és a hosszú távú hozamszint különbségét (spread) kapjuk meg. A súlyozás miatt  $\beta_1$  változása jobban hat a hozamgörbe rövid végén, mint a hosszabb lejáratoknál.

A harmadik látens faktor ( $\beta_2$ ) a lejáratú struktúra görbületét adja. A súly természetéből fakadóan  $\beta_2$  leginkább a hozamgörbe közepén hat, a görbületnek a lejáratú struktúra rövid, illetve hosszú oldalán csekély a jelentősége.

Az (1) képletben szereplő  $a$  paraméter azt mutatja meg, hogy a meredekség és a görbület milyen gyorsan tart nullába a lejáratig hátralévő idő növekedésével. Minél magasabb  $a$  értéke, annál gyorsabb ez a hanyatlás.

A gyakorlatban a látens faktorokat ( $\beta$ ) tetszőleges rendszerességgel (általában naponta) újraszámítják, hogy a modell jól illeszkedjen a megfigyelt adatokra. Az eredeti NS-modell nem vizsgálja a látens faktorok eloszlását, a modellt a legkisebb négyzetek összegével illeszti a megfigyelt adatokra. Innen fakad a modell hátulütője: nincs explicit kapcsolat a látens faktorok és a zérókuponhozamok dinamikája között. Így aztán arra sincs garancia az NS-alapmodellben, hogy a pillanati kamatláb egyes illesztésekből visszszámított dinamikája valószínű diffúzióként alakul, illetve teljesül az arbitrázsmentesség feltétele.

A másik véglét a pillanati kamatlábra épített, bonyolult sztochasztikus modell lenne, amit időről időre kalibrálnánk újra. Itt azonban olyan nehézségekkel szembesülnénk, mint a számítási kihívások (a modell összetettsége miatt), valamint a modell paramétereinek ingadozása az időben (ami az időnkénti újralibrálásból adódik). Ez meglehetősen kellemetlen tud lenni, különösen, ha a piaci szereplők kockázataik fedezésére (is) használják a modellt.

Az NS-hozamgörbe specifikációjának és a dinamikus sztochasztikus modellek előnyeinek ötvözése lenne ideális. Így ugyanis a piacon előforduló hozamgörbeformák széles tárházát tudnánk modellezni egy dinamikus konzisztens modellel (azaz a pillanati kamatláb valószínű diffúziós mozgást követ), ami biztosítja az arbitrázsmentességet.

### 3. CHRISTENSEN, DIEBOLD ÉS RUDEBUSCH [2010] DINAMIKUS, ÁTLAGHOZ VISSZAHÚZÓ MODELLJE

Christensen, Diebold és Rudebusch [2010] egy érdekes javaslattal hidalta át az NS-modell fent említett hiányosságát. Egy háromfaktoros, arbitrázmentes, átlaghoz visszahúzó modell (Arbitrage-Free affine Dynamic Nelson-Siegel model – AFDNS) prezentáltak, amelyben az NS árazó egyenlettel dinamikusan számíthatók a zérókuponhozamok. A szerzők így átjárót teremtettek a no-arbitrage modellek és az egyensúlyi hozamgörbemodellek között.

Christensen, Diebold és Rudebusch [2010] modelljében a pillanati kamatláb (short rate) az első két látens faktor összegeként adódik. Mindez NS-alapokon nyugszik, ahol az első látens faktor a hosszú távú hozamszint, a második pedig a rövid-hosszú hozamszórás. A két változó összege természetesen adja ki a pillanati kamatlábat, amit a gyakorlatban a rövid lejáratú referenciahozam helyettesít. A súlyozás szerkezete alkalmas az átlaghoz való visszahúzás kezelésére, ahol az átlaghoz visszahúzás paramétere  $a$ . Tekintettel arra, hogy a harmadik látens faktor befolyásolja a zérókuponhozamok értékét, így meg kell jelennie a pillanati kamatlában is, mégpedig az első vagy a második látens faktor driftjén keresztül.

A szerzők megmutatják, hogy amennyiben a pillanati kamatláb az első két látens faktor összege, és a látens faktorok dinamikája a (2) egyenletben jelölt, diffúziós mozgással írható le, akkor a zérókuponhozamok a (3) egyenlet szerint írhatók fel, ami nem más, mint Nelson és Siegel (1) alapegyenlete és egy korrekciós tényező ( $C$ ).

$$\begin{aligned}d\beta_t^0 &= \sigma_0 dw_t^{0,Q}, \\d\beta_t^1 &= -a(\beta_t^1 - \beta_t^2)dt + \sigma_1 dw_t^{1,Q}, \\d\beta_t^2 &= -a\beta_t^2 + \sigma_2 dw_t^{2,Q},\end{aligned}\tag{2}$$

ahol az indexálás hasonló, de szándékosan eltérő az alap NS-esettől, a  $w^i$  Wiener-folyamatok pedig függetlenek. Itt fontos hangsúlyozni az arbitrázmentességet, ez teszi ugyanis lehetővé a  $Q$  kockázatmentes mérték<sup>2</sup> használatát.

A 3. pontban szereplő egyenleteket szemügyre véve, érdemes észrevenni a következőket: az első látens faktor (a hosszú távú hozamszint) egy egyszerű Brown-mozgás. A második faktor (a hozamgörbe meredeksége) a harmadik faktorhoz (a hozamgörbe konvexitása) igyekszik vissza<sup>3</sup>  $a$  sebességgel. A harmadik látens faktor nulla körül ingadozik, ahova szintén  $a$  sebességgel tér vissza. A hozamgörbe konvexitása közvetlenül nem befolyásolja a pillanati kamatlábat, azonban a hozamgörbe meredekségét a diffúziós egyenlet növekményén keresztül igen.

$$y(t, \tau) = \beta_t^0 + \beta_t^1 \frac{1-e^{-a\tau}}{a\tau} + \beta_t^2 \left( \frac{1-e^{-a\tau}}{a\tau} - e^{-a\tau} \right) + C(\tau)\tag{3}$$

A (3) egyenletben szereplő  $C$  korrekciós tag csupán a lejáratig hátralévő időtől és a volatilitást befolyásoló paramétereiktől függ, időben állandó.

<sup>2</sup> Ezen elméleti valószínűségi mérték szerint valamennyi, a piacon kereskedett eszköz ára azonos mértékben növekszik a pillanati kamatláb hozamának megfelelően.

<sup>3</sup> Az átlaghoz történő visszahúzás.

#### 4. AZ ALKALMAZOTT NS-ALAPÚ DINAMIKUS MODELL, A MENIR

A kockázatmentes mérték szerint Christensen, Diebold és Rudebusch [2010] 3. pontban bemutatott modellje tökéletesen definiálja a látens faktorok dinamikáját. A valós mérték szerint Turc, Ungari és Huang [2009] MENIR-modelljét választottam a látens faktorok dinamikájának leírására. Az elméleti, kockázatmentes mértékkel szemben a valós mérték szerint felírt modellekben az árfolyamok függnek a befektetői preferenciáktól, azaz tartalmaznak kockázati prémiumot.

A kockázati prémiumok elmélete, illetve mérése a pénzügyi irodalom lépten-nyomon vitatott kérdése. A legegyszerűbb modellekben a kockázati prémium időben állandó. Ez a feltételezés a piaci hangulat gyakori ingadozásának fényében nem tűnik valószerűnek. Ennek megfelelően a bonyolultabb modellek parametrizált, időben változó formában modellezik a kockázati prémiumot. A MENIR-ben a kockázati prémiumot befolyásoló paraméterek a látens faktorok lineáris függvényei. A modell feltételezi, hogy a látens változók dinamikáját a valós mérték szerint egy átlaghoz visszahúzó Vasicek-modell<sup>4</sup> írja le, ahol a Wiener-folyamatok függetlenek. A látens faktorok valós mérték szerinti dinamikájának, illetve a kockázatok piaci árának konkrét egyenletei a következők:

$$\begin{aligned}d\beta_t^0 &= k_0(\theta_0 - \beta_t^0)dt + \sigma_0 dw_t^{0,P}, \\d\beta_t^1 &= k_1(\theta_1 - \beta_t^1)dt + \sigma_1 dw_t^{1,P}, \\d\beta_t^2 &= k_2(\theta_2 - \beta_t^2)dt + \sigma_2 dw_t^{2,P},\end{aligned}\tag{4}$$

ahol a Wiener-folyamatok függetlenek,  $k$  az átlaghoz visszahúzás gyorsaságát,  $\theta$  a hosszú távú átlagos szintet jelöli.

$$\begin{aligned}\lambda_t^0 &= \frac{k_0}{\sigma_0}(\theta_0 - \beta_t^0), \\ \lambda_t^1 &= \frac{1}{\sigma_1}(k_1\theta_1 + (a - k_1)\beta_t^1 - a\beta_t^2), \\ \lambda_t^2 &= \frac{1}{\sigma_2}(k_2\theta_2 - (a - k_2)\beta_t^2),\end{aligned}\tag{5}$$

ahol  $\lambda$  a kockázat piaci ára (tekintettel arra, hogy 3 faktoros modellel dolgozunk, 3 kockázati tényezőnk van, ezért  $\lambda$  háromelemű),  $a$  pedig az NS-alapmodellből ismert paraméter.

A MENIR-modellben tehát tíz paraméter van összesen: hat a látens faktorok valós mérték szerinti diffúzióját jellemzi, három időben konstans volatilitás, valamint az NS-alapmodellből ismert  $a$  paraméter, amely az átlaghoz visszahúzást jellemzi a kockázatmentes mérték szerint. Ezt a tíz paramétert becslem a cikk empirikus részében, a közvetvezőkben ismertetett módszertan szerint.

4 VASICEK [1977]

## 5. A BECSLÉSI MÓDSZERTAN ÉS A MINTAADATOK

A becslési probléma két alapvető jellemzője, hogy a modellben látens, azaz közvetlenül nem megfigyelhető változók vannak, továbbá az, hogy a mintaadatok definiálását megfigyelési pontatlanságok teszik nehezzé (többek között a piacon jellemző bid-ask spreadek, a piaci kereskedés nem folytonos jellege, a különböző lejáratok eltérő likviditása és még számos egyéb tényező következtében).

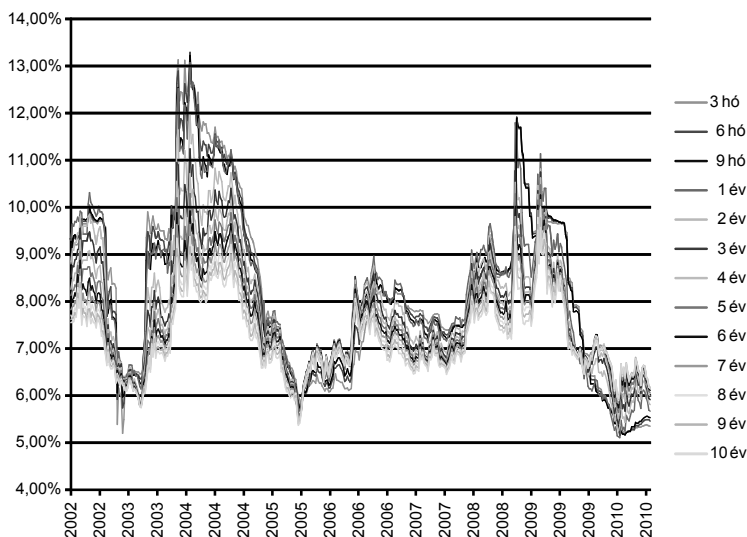
Az ilyen és ehhez hasonló helyzetekben kínál előnyös becslési alternatívát a *Kálmán Rudolfról* elnevezett Kálmán-filter. A módszer az ún. állapotter-reprezentációt felhasználva, rekurzív módon frissíti becslését a látens változót tartalmazó állapotvektorra (ez az állapotter-reprezentáció állapotegyenlete) úgy, hogy minél közelebb kerülünk a piacon megfigyelt árfolyamokhoz (megfigyelési egyenlet az állapotter-reprezentációban). A Kálmán-filter a megfigyelések sorozatából állítja elő a valószínűségfüggvény logaritmusát, amit felhasználva maximum likelihood (ML) módszerrel jut el a modellparaméterek optimális értékéhez. A részletekhez lásd *Kopányi* [2010] vonatkozó részeit.

A mintaadatok a magyar, lengyel és cseh kamatswapgörbék 2002 és 2010 közötti, heti rendszerességű megfigyelései. A zérókuponhozamokat bootstrap módszerrel számítottam a swaphozamokból. Az eredmények így tökéletesen összehasonlíthatók Turc, Ungari és Huang [2009] EUR- és USD-swapokra számított eredményeivel.

A mintaadatok idősorait mutatják az alábbi ábrák:

1. ábra

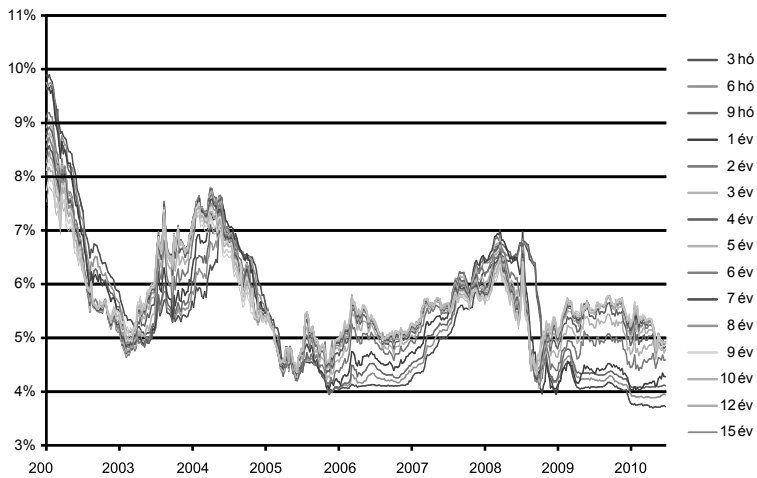
A magyar swaphozamok idősora 2002-től 2010-ig



Forrás: Bloomberg

2. ábra

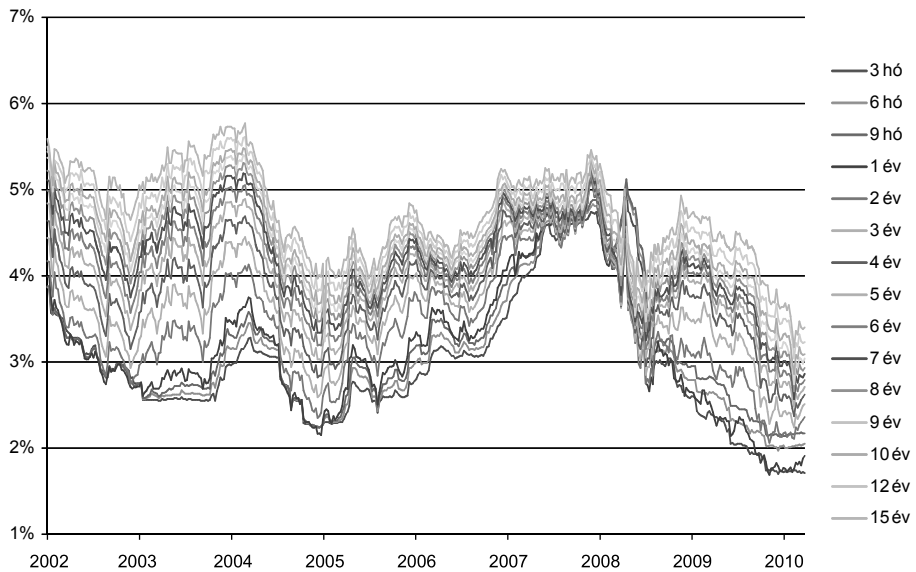
## A lengyel swaphozamok időszora 2002-től 2010-ig



Forrás: Bloomberg

3. ábra

## A cseh swaphozamok időszora 2002-től 2010-ig



Forrás: Bloomberg

## 6. AZ EMPIRIKUS VIZSGÁLAT EREDMÉNYEI

A MENIR-nek a közép-kelet-európai mintára vonatkozó, számított paramétereit mutatja az 1. táblázat. Összehasonlításként a táblázatban szerepeltettem Turc, Ungari és Huang [2009] EUR- és USD-swapokra számított eredményeit is.

1. táblázat

### A MENIR Kelet-Európára vonatkozó empirikus eredményei

	HUF	PLN	CZK	EUR	USD
<b>Half life, év (kockázatmentes)</b>	0,70	1,05	1,57	1,95	1,47
<b>Hosszú távú átlag (F1)</b>	7,45%	6,28%	5,04%	6,00%	6,60%
<b>Hosszú távú átlag (F2)</b>	0,79%	-0,68%	-2,66%	-2,80%	-2,90%
<b>Hosszú távú átlag (F3)</b>	0,79%	-0,33%	-1,89%	-2,20%	-2,20%
<b>Half life, év (F1)</b>	0,30	1,69	3,91	3,17	4,30
<b>Half life, év (F2)</b>	0,39	0,65	1,03	0,88	0,95
<b>Half life, év (F3)</b>	0,22	0,19	0,30	0,29	0,34
<b>Volatilitás (F1)</b>	1,32%	0,62%	0,42%	0,50%	0,50%
<b>Volatilitás (F2)</b>	3,20%	1,87%	1,01%	1,60%	2,40%
<b>Volatilitás (F3)</b>	5,51%	4,43%	2,59%	2,40%	2,80%

*Forrás:* saját számítások, Turc, Ungari és Huang [2009]

Az 1. táblázatban a MENIR tíz paramétere szerepel: hat a látens faktorok valós mérték szerinti diffúzióját jellemzi, három időben konstans volatilitás (faktoronként egy-egy), valamint a NS-alapmodellből ismert  $\alpha$  paraméter, ami az átlaghoz visszahúzást jellemzi a kockázatmentes mérték szerint. A látens faktorokat F1, F2 és F3 (sorrendben hosszú távú hozamszint, a hozamgörbe meredeksége és görbülete) jelöli, a paraméterek könnyen értelmezhetők. Az F1 maga a 10 éves hozam, az F2 a 2 éves és a 10 éves hozam különbsége (ami pozitív görbemeredekség esetén negatív és fordítva), az F3 pedig a 3 hó–5 év–10 év pillangó (2\*5 év–3 hó–10 év). A hosszú távú átlag az átlaghoz visszahúzás szintjét jelöli, a half life (a sokkok felezési ideje) pedig az átlaghoz visszahúzás erejét mutatja.

Hogyan értelmezhetjük a paramétereket?

A kockázatmentes alapesetben a cseh hozamgörbe a legstabilabb, a magyar a legkevésbé stabil, a lengyel pedig a kettő között helyezkedik el. A sokkok felezési ideje mindhárom közép-kelet-európai deviza esetében 1-2 év körüli, ami viszonylag jól illeszkedik az USD- és az EUR-adatokra. A hosszú távú átlagos hozamszint a magyar mintában a legmagasabb (7,45%), a cseh mintában a legalacsonyabb (5,04%), a lengyel minta 6,28%-os értéke pedig szinte pontosan a magyar és a cseh eredmények számtani átlaga. Referenciaként megem-

lítható, hogy az EUR-görbe hosszú távú, átlagos hozamszintje 6,00%, az amerikaié pedig 6,60%, ami azt jelenti, hogy a cseh egyensúlyi hozamszint csaknem száz bázisponttal az EUR alatt helyezkedik el.

A hozamgörbe átlagos meredeksége a cseh esetben jól illeszkedik az EUR-, illetve USD-értékekre (2-3 százalékpontnyi meredekségű normál görbe); a lengyel mintában, bár kisebb mértékben, de szintén pozitív; ellenben a magyar görbe különlegessége, hogy hosszú távon átlagosan inverz (a 2 éves hozam átlagosan 79 bázisponttal magasabb a tíz évesnél). A hozamgörbe görbületét jellemző F3 a legkevésbé stabil a faktorok közül (a sokkok felezési ideje itt a legalacsonyabb), volatilitása pedig a legmagasabb. Mindez egyúttal azt jelenti, hogy a pillangó típusú struktúráknak az átlaghoz történő visszahúzása a leggyorsabb a három faktor közül, ami kereskedési szempontból értékes információ.

A magyar mintában kapott értékek számos esetben a vizsgálat szélső értékeit jelölik (pl. legmagasabb hosszú távú átlagos hozamszint, legalacsonyabb half life valamennyi faktornál, legmagasabb volatilitás valamennyi faktornál), illetve kakuktktojásnak minősíthetők (pl. a hozamgörbe inverzitása). Mindez valószínűleg nem lepi meg a magyar kamatswappiacot ismerő és követő olvasót, azonban fontos magyarázatként megjegyezni, hiszen a 2. táblázat tanúsága szerint a vizsgálati modell illeszkedési pontossága a magyar mintában a leggyengébb.

2. táblázat

#### A mintán belüli becslés pontossága

	2 év	5 év	7 év	10 év	12 év	15 év
Átlagos becslési hiba, HUF (bp)	-38,30	-33,77	-34,84	-38,71	-	-
Átlagos négyzetes hiba (RMSE), HUF (bp)	17,99	12,11	13,60	18,04	-	-
Átlagos becslési hiba, PLN (bp)	-17,50	-14,30	-16,20	-18,40	-18,80	-18,90
Átlagos négyzetes hiba (RMSE), PLN (bp)	12,20	8,10	7,40	9,10	10,70	12,00
Átlagos becslési hiba, CZK (bp)	-3,10	-2,50	-5,30	-2,80	-0,40	3,00
Átlagos négyzetes hiba (RMSE), CZK (bp)	8,10	4,30	4,90	5,00	5,40	5,50
Átlagos becslési hiba, EUR (bp)	-0,50	1,45	0,14	-1,59	-1,74	-0,20
Átlagos négyzetes hiba (RMSE), EUR (bp)	13,46	5,06	3,40	4,96	6,04	6,40
Átlagos becslési hiba, USD (bp)	-0,51	3,65	0,08	-3,52	-3,20	-0,63
Átlagos négyzetes hiba (RMSE), USD (bp)	17,57	5,29	5,99	7,34	6,34	4,12

Forrás: saját számítások, Turc, Ungari és Huang [2009]



A 2. táblázat néhány önkényesen kiválasztott lejárat esetén mutatja az átlagos becslési hibát és az átlagos négyzetes hibát (RMSE-t). A számokat böngészve feltűnik, hogy a magyar mintában a leggyengébb az illeszkedés. Vajon mivel magyarázható ez?

Azt már az 1. táblázat eredményei kapcsán bemutattam, hogy a magyar piac sok szempontból „kilóg a sorból”. A közép-kelet-európai trióból a leginkább feltörekvőnek (emerging) és legkevésbé fejlettnak tekinthető kamatswappiac a magyar, amelynek a volatilitása is kibemelkedő. Már-már egzotikusnak is tekinthető, ami lecsapódik a magyar piacon aktív, forró pénzeket mozgó befektetők figyelmében is. A forró pénzek szeretik az izgalmakat és a stabilitás, illetve folytonosság hiányát, az ökonometria modellek viszont nem. Ezt a 2. táblázat mellett jól jelzi az 1. táblázat is (feltűnően alacsony half life valamennyi faktornál). A stabilitás alacsony foka kiemeli a MENIR strukturális gyengeségét: a modell konstans volatilitást feltételez, ellenben a valós életben valószínűleg a volatilitás is ingadozik (ennek kezelésére rezsimváltó modellek lennének alkalmasak, amelyeknek a becslése azonban újabb módszertani kihívást jelentene). A MENIR illeszkedését rontja az is, hogy a HUF-hozamgörbének gyakran több inflexiós pontja van, azaz többször váltja konvex, illetve konkáv jellegét. Több inflexiós pontot nehéz egyetlen görbületi faktorról jellemezni, ellenben egy 4 faktoros modell illesztése pótlólagos nehézségeket jelentene.

A magyar hozamgörbe gyenge illeszkedésére további magyarázatul szolgál, hogy a HUF-görbén a kockázati prémium erősen ingadozik, az utolsó megfigyelésekkor csaknem 200 bázispontos negatív értéket vesz fel. Turc, Ungari és Huang [2009] nyomán a kockázati prémiumot a hosszú távú hozam és a rövid hozamok azonos befektetési horizontra számított átlagának a különbségeként definiáltam. A modellben a kockázati prémium négy tagból áll: egy időben állandó, lejáratától függő tagból és az egyes látens faktorok lineáris függvényéből. A magyar hozamgörbe erősen volatilis kockázati prémiuma is hátrányt jelent a modell illesztésekor.

A HUF-görbe negatív kockázati prémiumának gazdasági mondanivalója is van. Azt jelzi, hogy a befektetők sokszor szélsőségesen tekintenek Magyarországra: könnyen csapnak át túlláradó optimizmusból (lásd az ún. konvergenciastratégiát, amikor a befektetők az adott ország EMU-csatlakozására játszottak, főleg a Lehman-csőd előtti időkben) erőteljes pesszimizmusba. A lengyel és a cseh piac kockázati prémiuma stabilabb, sőt piaci stressz-idején tendenciát mutat a szűkülésre is, ami egyértelműen fejlett kötvénypiaci jellemző (flight to quality, azaz menekülés a minőségbe).

A következő ábrákon grafikusán jellemzem a modellek illeszkedését. Devizánként három grafikon jellemzi a látens faktorok, valamint a hozamgörbéből számított mutatók együttmozgását, egy ábra egy kiválasztott lejárat (2 éves hozam) esetén mutatja a modell illeszkedésének idősorát, az ötödik grafikon egy adott napi (2010. január 8-i) hozamgörbe kapcsán mutatja a MENIR illeszkedését, az utolsó, hatodik grafikon pedig a már említett kockázati prémium és a hozamgörbe konvexitásának együttmozgását mutatja.

A modell illeszkedését mutató grafikonok megerősítik az 1. és a 2. táblázat eredményeit. A MENIR a CZK-görbe esetén a legpontosabb, a PLN-mintán közepszerűen teljesít, ellenben a magyar piac tekintetében meglehetősen gyenge eredményt mutat. Közép-kelet-európai összehasonlításban a HUF az egyedüli deviza, ahol a kamatswapgörbe kockázati prémiuma tartósan és szignifikánsan negatív értéket vesz fel, amiből aztán (például a 2003-as és a 2008–2009-es piaci összeomlásokkor) könnyedén csap át a másik végletbe, akár a 300

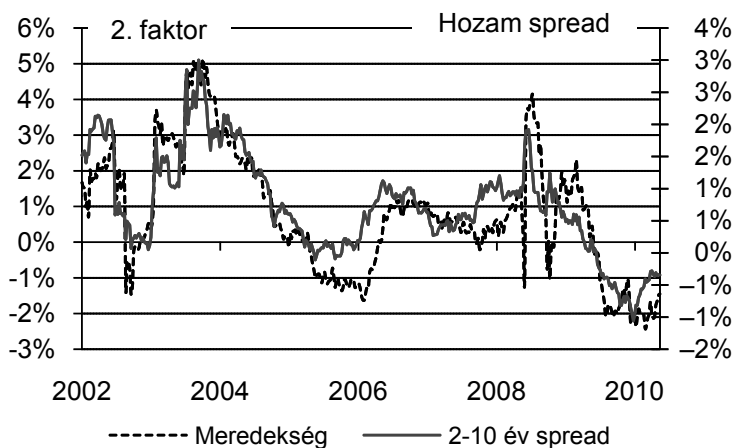
bázispontos értékig. A 2003-as és a 2008–2009-es válság kapcsán érdemes megjegyezni, hogy a magyar piac szinte bázispontra pontosan ugyanúgy robbant fel (300 bázispontos érték), ellenben a lengyel görbe 2008–2009-ben lényegesen jobban teljesített, mint 2003-ban (időközben gyakorlatilag fejlett piaccá vált, legalábbis a piaci stresszre mutatott reakció szempontjából).

4. ábra

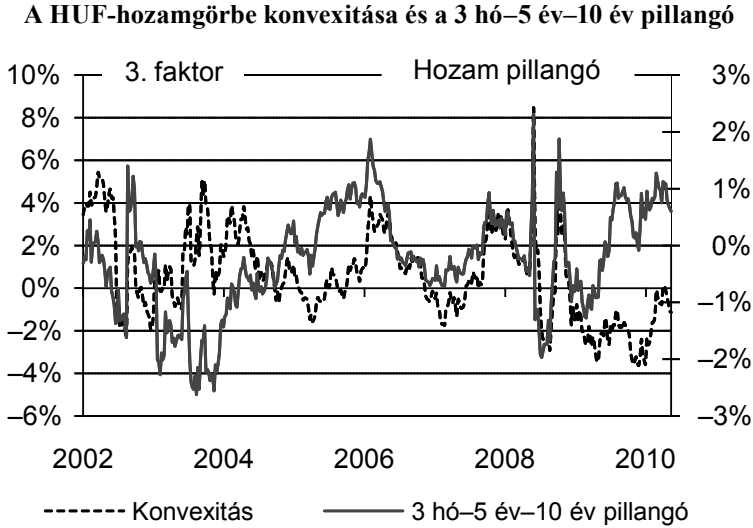


5. ábra

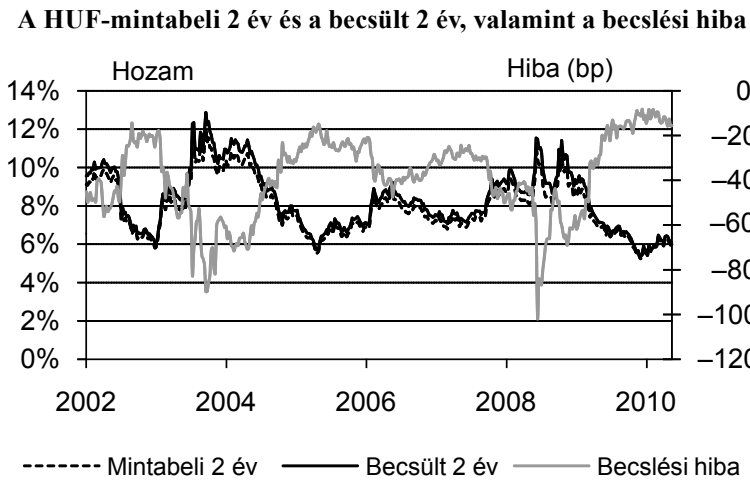
**A HUF-hozamgörbe meredeksége, valamint a 2–10 év hozamszpread**



6. ábra

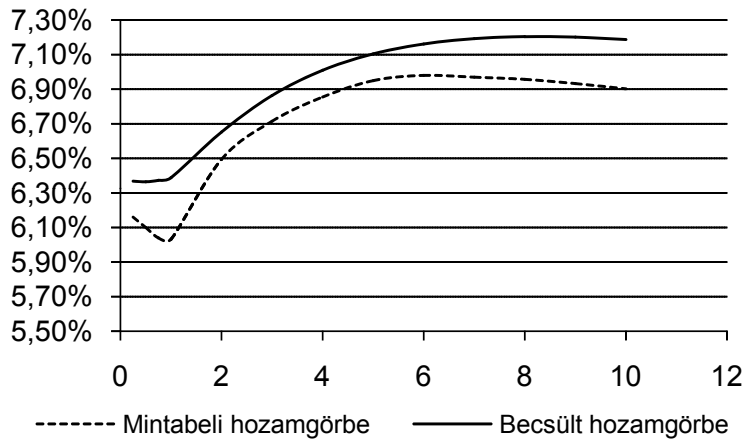


7. ábra



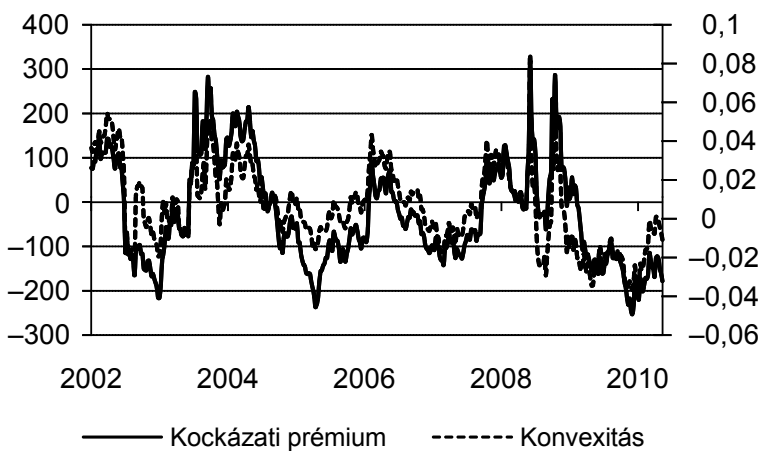
8. ábra

A HUF-mintabeli hozamgörbe és a becült hozamgörbe 2010. január 8-án



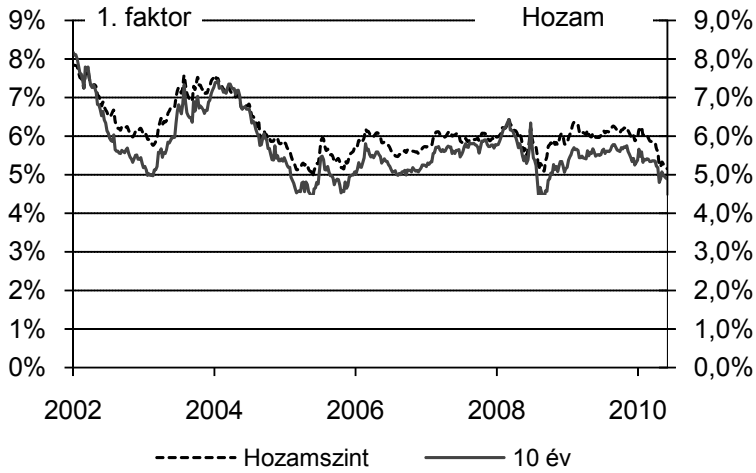
9. ábra

A HUF kockázati prémium és a konvexitás



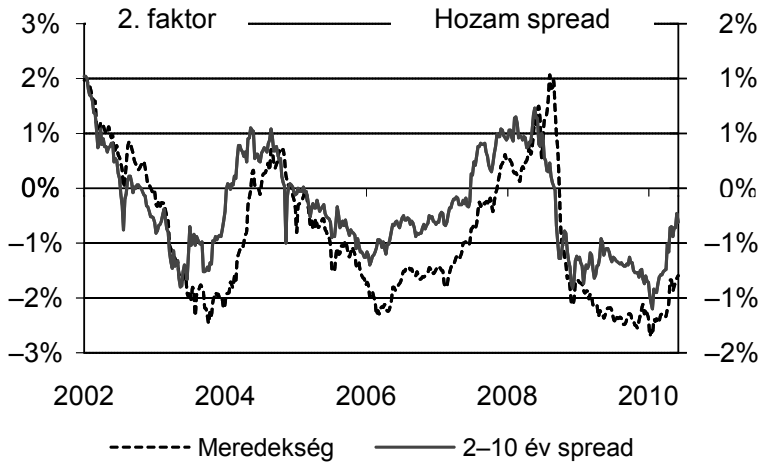
10. ábra

A PLN-hozamszint és a 10 éves lejárat időszora



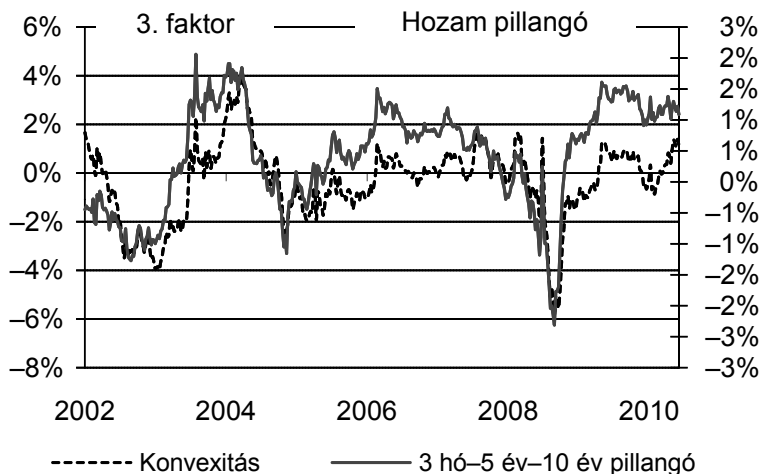
11. ábra

A PLN-hozamgörbe meredeksége, valamint a 2–10 év hozamszpread



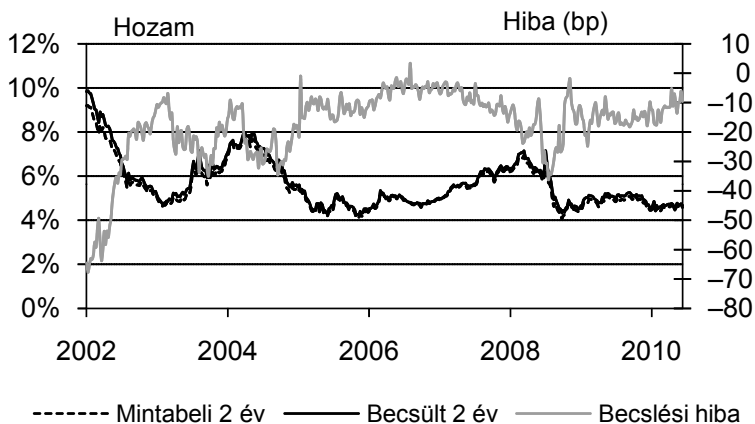
12. ábra

## A PLN-hozamgörbe konvexitása és a 3 hó–5 év–10 év pillangó



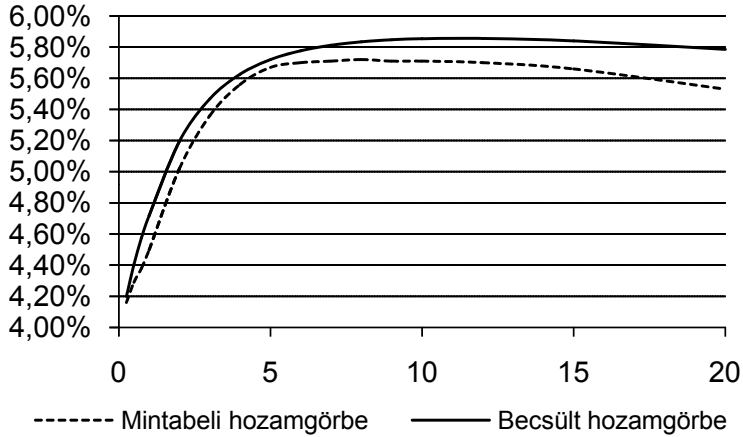
13. ábra

## A PLN-mintabeli 2 év és a becst 2 év, valamint a becslési hiba



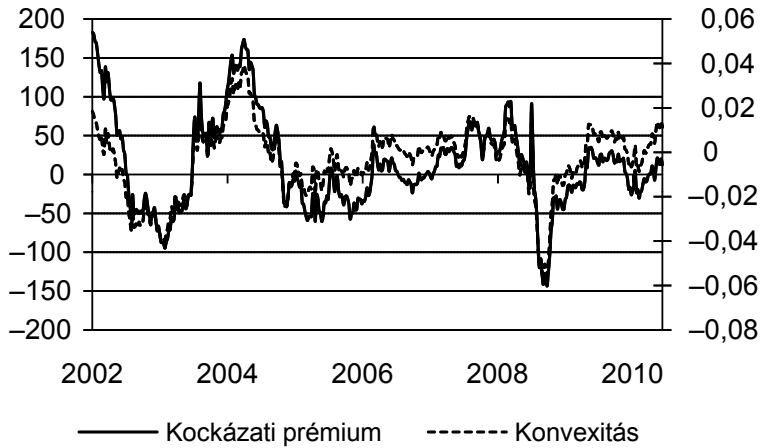
14. ábra

A PLN-mintabeli hozamgörbe és a becült hozamgörbe 2010. január 8-án

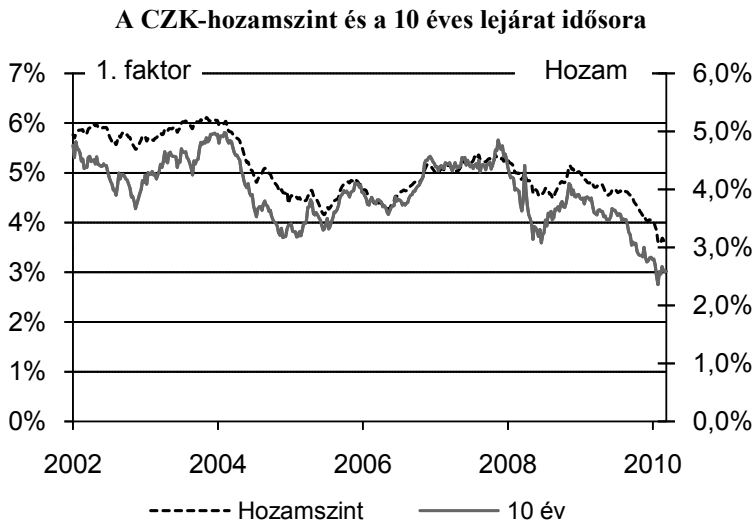


15. ábra

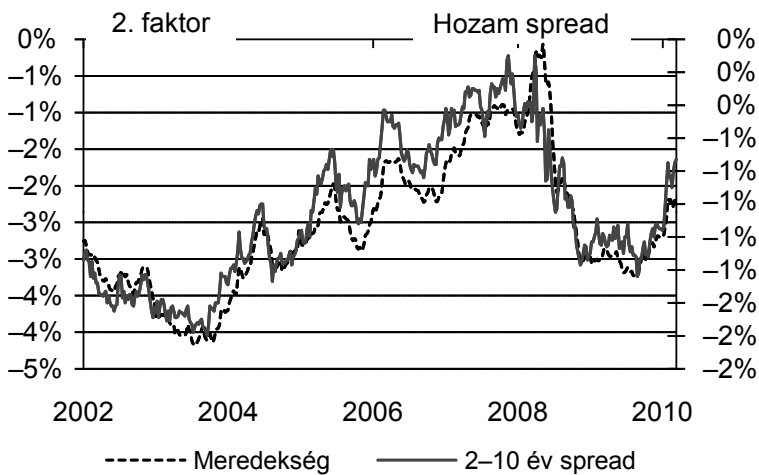
A PLN kockázati prémium és a konvexitás



16. ábra



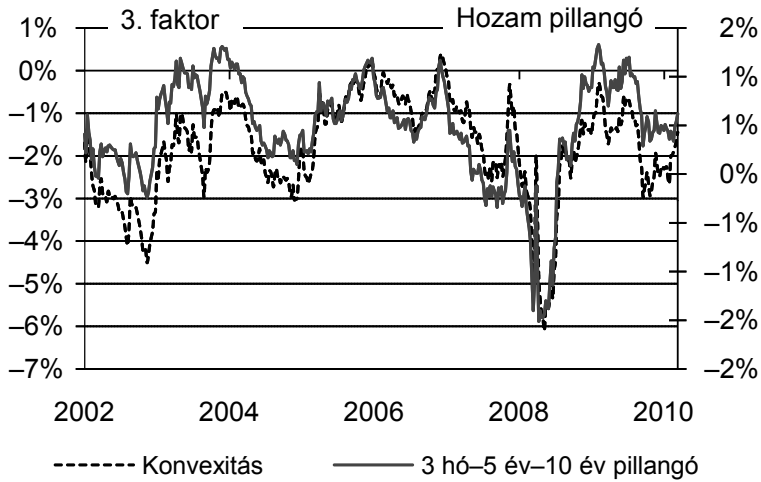
17. ábra

**A CZK-hozamgörbe meredeksége, valamint a 2–10 év hozamszpread**



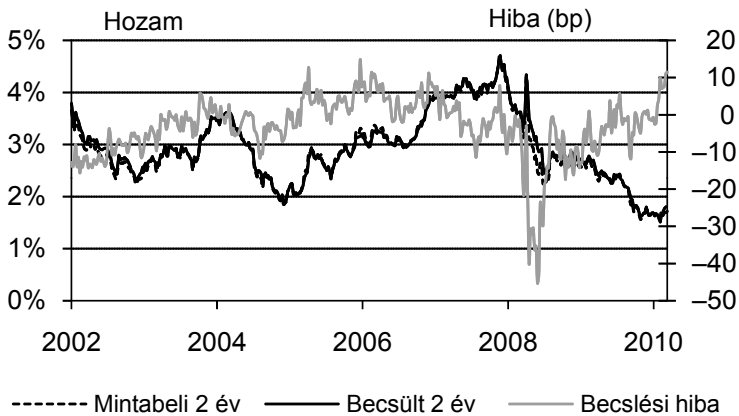
18. ábra

**A CZK-hozamgörbe konvexitása és a 3 hó–5 év–10 év pillangó**



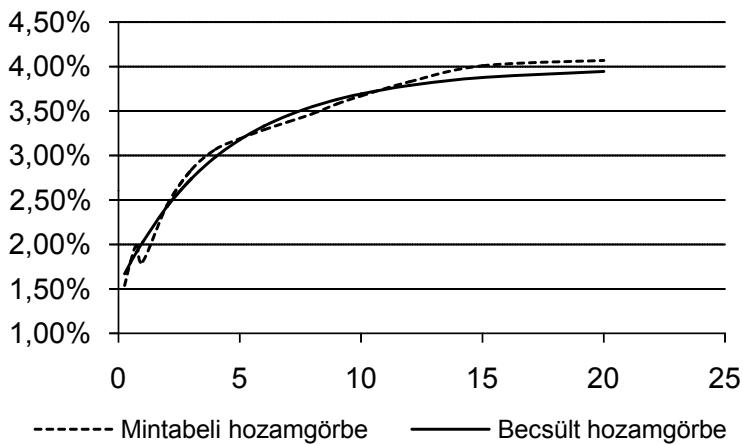
19. ábra

**A CZK-mintabeli 2 éves a becslült 2 év, valamint a becslési hiba**



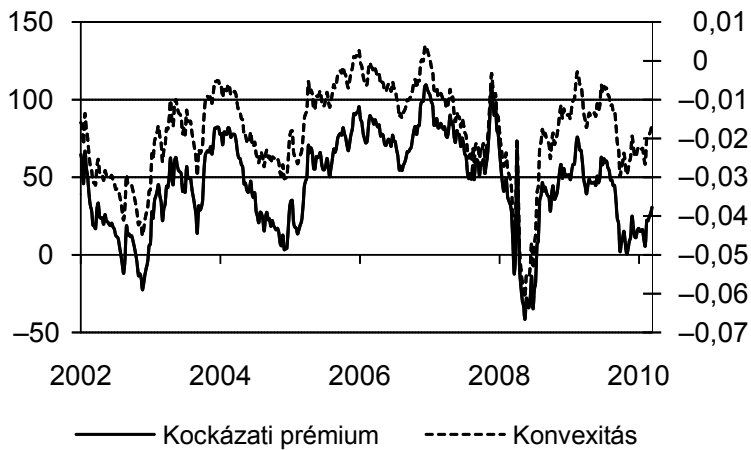
20. ábra

## A CZK-mintabeli hozamgörbe és a becült hozamgörbe 2010. január 8-án



21. ábra

## A CZK kockázati prémium és a konvexitás



Forrás: a 4–21. ábrák a szerző saját számításai

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS, TOVÁBBI KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK

Turc, Ungari és Huang [2009] MENIR-je ötvözi a statikus Nelson–Siegel alapú modellek könnyen érthetőségét a dinamikus hozamgörbemodellek belső konzisztenciájával és értékes tudásával. Az eredmény egy jól kezelhető modell, ami a Kálmán-filter segítségével viszonylag egyszerűen becsülhető. A cikk így egyfajta szempontból Reppa [2009] szemléletét követi.

A MENIR-t a közép-kelet-európai kamatswapgörbékre kalibráltam. A cseh hozamgörbe modellezhetőség szempontjából meglehetősen hasonlít a fejlett (EUR és USD) piacokhoz, rendkívül pontos illeszkedéssel és a stilizált tények tetten érhető voltával (pl. normál meredekségű hozamgörbe, pozitív kockázati prémiumok stb.) A magyar piac a másik véglet: a modell illeszkedése pontatlan, a paraméterek kevésbé stabilak. A hozamgörbe kezelése kihívást jelent a hagyományos elméleteknek (a swapgörbe a mintaidősorban többször invertálódik és normalizálódik, sokszor több inflexiós pontja van, ráadásul a kockázati prémiumok tartósan tudnak jelentősen negatív értékeket felvenni). A lengyel swaphozamgörbe a középutat jelenti a CZK- és a HUF-minták között. Viszonylag jó általános illeszkedés, ellenben heves piaci mozgások esetén hajlamosnak mutatkozik eltérni az egzotikumok felé.

A modell továbbfejlesztésére további kutatási irányként számos út kínálkozik. Érdeemes lenne például megvizsgálni, hogy az időben változó volatilitás bevezetésével (rezsimváltó modellek) hogyan változik a modellek viselkedése.

Szintén további kutatási irányt jelenthet, ha a MENIR segítségével hosszú lejáratú hozamokat becsülünk a hozamgörbe likvid, illetve létező pontjainak felhasználásával (azaz extrapoláljuk a hozamgörbét, hogy elképzelésünk legyen a már nem kereskedett lejáratokról). Ez a felhasználási, illetve kutatási lehetőség különösen fontos lehet olyan fejlődő piacok esetében (akár a lengyel, akár a cseh piaccal összevetve, nyugodtan ide sorolható a magyar hozamgörbe is), ahol a hozamgörbének csupán a viszonylag rövidebb lejárataival kereskednek aktívan.

A jelenlegi piaci környezet is további kutatási irányt jelent. A kockázati prémiumok és a 2011-es – minden valószínűség szerint 2012-ben is folytatódó – piaci stresszhelyzet kapcsán érdemes lehet majd megvizsgálni, hogy az egyes piacok reakciója mennyiben követi a 2003-as, illetve a 2008–2009-es analógiát. A cikk lezárásának pillanatában, 2011. november elején a régiós devizák piacán a 2008–2009-eshez mérhető, erőteljes stressz érződik, ellenben a swaphozamok és általánosságban a kamattermékek meglehetősen stabilak. Logikus kérdésként merül fel, hogy ez a kettősség hogyan magyarázható. Valamelyik piac téved (a régiós devizák erőteljes felértékelődés előtt állnak, vagy a kamatpiacok fognak „felrobbanni”), netán paradigmaváltás történt (a régiós gazdaságok mérlegei most könnyebben viselik a gyenge deviza következményeit, illetve versenyképességi oldalról szükségük is van rá az alacsony növekedési környezet miatt). Mindezt majd a jövő mutatja meg.

**IRODALOMJEGYZÉK**

- CHRISTENSEN, J. H. E.–DIEBOLD, F. X.–RUDEBUSCH, G. D. [2010]: The affine arbitrage-free class of Nelson-Siegel term structure models. *Journal of Econometrics*, 164., 4–20. o.
- CSAJBÓK, A. [1998]: Zéró-kupon hozamgörbe becslése jegybanki szemszögből. *MNB Füzetek*, 1998. 3.
- KOPÁNYI, SZ. [2010]: A hozamgörbe dinamikus becslése. PhD-értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem, 2010. 10.
- LITTERMAN, R.–SCHEINKMAN, J. A. [1991]: Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income*, 1991. 6., 54–61. o.
- NELSON, C. R.–SIEGEL, A. F. [1987]: Parsimonius modeling of yield curves. *The Journal of Business*, 1987. 4., 473–489. o.
- REPPA, Z. [2008]: Estimating yield curves from swap, BUBOR and FRA data. *MNB Occasional Papers*, 2008. 03.
- REPPA, Z. [2009]: A joint macroeconomic-yield curve model for Hungary. *MNB Working Papers*, 2009. 05.
- TURC, J.–UNGARI, S.–HUANG, C. [2009]: Filtering the interest rate curve. *SG Cross Asset Research*, 2009. 11.
- VASICEK, O. [1977]: An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 1977. 11., 177–188. o.
- VONNÁK, B. [2010]: Risk premium shocks, monetary policy and exchange rate pass-through in the Czech Republic, Hungary and Poland. *MNB Working Papers*, 2010. 01.