SOCZÓ CSABA

A BELSŐ MODELL ÉS AZ EXTRÉM ÉRTÉKEK

Számos jelentős nyugati vállalat (Barings, Metallgesellshaft, Daiwa Bank) [6], [14] keserű tapasztalata mutatja, hogy a pénzügyi termékek számottevő kockázatot hordozhatnak, melyek időzített bombaként lapulnak az intézmény portfoliójában, amennyiben nem kellő körültekintéssel kezelik, illetve értékelik őket. Ez különösen igaz a származékos ügyletekre, melyek kockázatának mértéke a tőkeáttétel következtében jelentősen meghaladhatja azok piaci értékét. Ezen kockázatok kezelése és ellenőrzése – ami a bankok esetében főképpen a treasury tevékenységéhez kapcsolódik – nagy kihívást jelent mind a pénzintézetek, mind a szabályozók számára.

A kereskedési könyvben nyilvántartott ügyletek szabályozásáról szóló, 2000-ben hatályba lépett kormányrendelet értelmében a pénzintézeteknek lehetősége van a sztenderd és a belső modell közötti választásra. Mindkét módszer esetén az a cél, hogy a pénzügyi intézmény portfóliókockázatának megfelelő tőkekövetelmény legyen meghatározva. A kereskedési könyvről szóló kormányrendelet ugyanis előírja, hogy a pénzintézet szavatolótőkéjének meg kell haladnia a banki portfólió kereskedési könyvben nyilvántartott pozíciójának pénzügyi kockázatából adódó lehetséges veszteséget. A cikkben néhány, a belső modellhez kapcsolódó előírást vizsgálok meg.

A belső modell értelmében a pénzintézetnek lehetősége van arra, hogy az általa kifejlesztett statisztikai/matematikai módszer szolgáltatta kockázatott értéket használja fel a tőkekövetelmény meghatározásához. A hatályos szabályozás azonban **rendkívül konzervatív** a belső modell által szolgáltatott értékkel (kockázatott érték, VaR) kapcsolatban, hiszen azt még meg kell szorozni legalább hárommal a tényleges tőkekövetelmény kiszámításához. Ezt a szorzófaktort (vagy korrekciós tényezőt), melynek maximális értéke négy, természetesen növelni szükséges, amennyiben a modell által elkövetett hibák száma nagy. A következőkben azt szeretném megvizsgálni, hogy a fejlett országok piacaira elvégzett számítások alapján túlságosan nagynak ítélt korrekciós tényező vajon milyennek minősül a magyar piacon. A szorzófaktor magas értéke ugyanis azzal a következménnyel jár, hogy a belső modellt alkalmazó pénzintézetek tőkekövetelménye túlzottan magas, ami a **sztenderd modell választását** eredményezheti.

Egy másik jelentős probléma a **kevésbé pontos modellek büntetésével,** vagyis a korrekciós tényező növelésével kapcsolatos. A pontosabb módszert alkalmazó pénzintézetek számára kedvező, hogy a szorzófaktor értéke kisebb lehet, mint egy kevésbé jó, a hatályos előírásoknak még megfelelő modell esetében. A pontosabb modell alkalmazásának viszont az lehet a következménye, hogy **jóval magasabb kockázatott érték** adódik eredményül. A cikkben azt is szeretném megvizsgálni, hogy a szorzótényező csökkenése elégséges-e a VaR-ban bekövetkező növekedés kompenzálásához. Amennyiben ugyanis a pontosabb modell alkalmazásából származó VaR-növekedés mértéke nagyobb, mint a korrekciós tényező csökkenése, a pontosabb eljárást alkalmazó pénzintézet **tőkekövetelménye lényegesen nagyobb lehet,** mint egy kevésbé jó módszer esetén. Ebből az elemzésből tehát arra következtethetünk, hogy a jelenlegi szabályozás értelmében a belső modellt alkalmazó pénzintézetek mennyire vannak arra ösztönözve, hogy minél jobb módszert használjanak, és minél pontosabban becsüljék a kockáztatott értéket.

A kockáztatott érték (VaR)

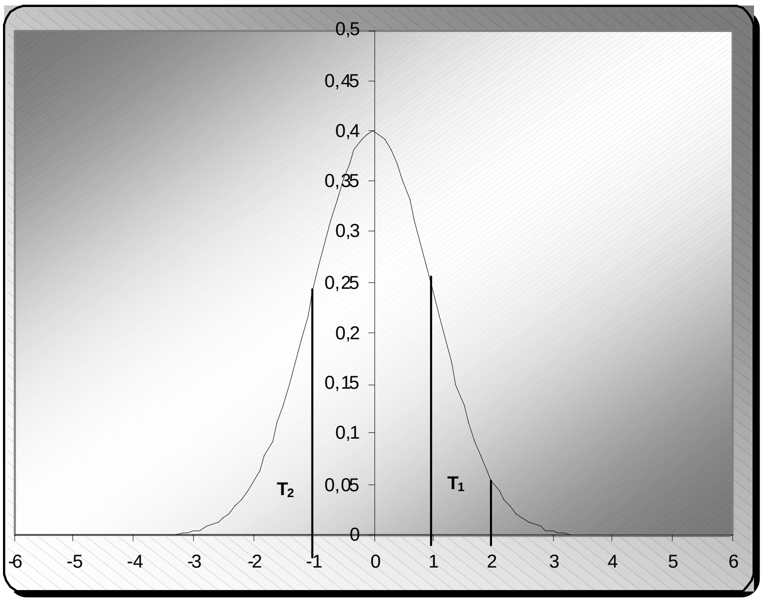
A kockáztatott érték számítása rendkívül népszerű koncepció a belső modellel történő kockázati szint meghatározáshoz. Számos kitűnő írásban megtalálható a VaR számítás módszertanának leírása [6], [14], [15]. Egy rövid összefoglalót azonban mindenképpen szükségesnek tartok annak érdekében, hogy a témakörben kevésbé jártas olvasó számára is érthetőek legyenek a következtetések.

A VaR számítás népszerűsége viszonylag egyszerű értelmezhetőségéből adódik. A VaR értéke megadja, hogy meghatározott időtartamra vonatkozóan, és adott megbízhatósági szint mellett mekkora egy portfólió lehetséges legnagyobb várható vesztesége. A statisztikai számítások során az a kiindulópont, hogy a portfólió hozama valószínűségi változó, ami valamilyen valószínűségi eloszlásnak megfelelően viselkedik. A negatív hozamok értelemszerűen veszteséget jelentenek. Általánosan megfigyelhető, hogy a nagy hozamok előfordulási gyakorisága lényegesen kisebb, mint a kis hozamoké, és egy viszonylag egyszerű feltevés szerint a hozam normális eloszlásnak megfelelően viselkedik. Ez a feltételezés rendkívül kényelmes megoldás, mivel az eloszlásfüggvény (illetve a Gauss-görbének megfelelő valószínűségi sűrűségfüggvény) mindössze két paraméterrel, a várható értékkel és a szórással leírható, továbbá ezek az értékek viszonylag egyszerűen becsülhetők. A fejlett piacokra végzett számítások szerint – a kényelmi szempontokon kívül – a belső modellekre vonatkozó szabályozás is arra ösztönözheti a bankokat, hogy egyszerűbb és kevésbé pontos modelleket alkalmazzanak [3].

Az 1. ábrán a sztenderd normális eloszlás sűrűségfüggvénye látható. A sűrűségfüggvény ismeretében viszonylag egyszerűen megadható, hogy bizonyos események bekövetkezésének mekkora a valószínűsége. Amennyiben egy portfólió jelenlegi értéke 100 egység, az 1-es ábrának megfelelő hozameloszlás esetén annak a valószínűsége, hogy például a hozam 1 és 2 közé fog esni, megegyezik ezen két érték közötti intervallumra számított görbe alatti területtel (T_1). Hasonló módon az is megadható, hogy például az 1-nél nagyobb veszteségeknek (–1-nél kisebb hozamoknak) mekkora a valószínűsége. Ezt az 1-es ábrán a sűrűségfüggvény –1-től balra eső részén a görbe alatti területtel szemléltethető (T_2). Ez az eljárás megfordítható, ugyanis adott ε valószínűségre vonatkozóan meg lehet adni azt a H_ε hozamértéket, hogy ε valószínűséggel a hozam kisebb legyen, mint H_ε. A VaR érték tehát a hozam mint valószínűségi változó sűrűségfüggvényének ismeretében adott (1-ε) megbízhatósági szintre vonatkozóan az előzőek szerint kiszámítható.[1] A hatályos szabályozás 99 százalékos megbízhatósági szintet ír elő, ami az előbbi magyarázat során ε = 1 százalékot takar, vagyis 1 százalék annak a valószínűsége, hogy a veszteség nagyobbnak adódik, mint a számított VaR érték.

1. ábra

A sztenderd normális eloszlás sűrűségfüggvénye



A VaR koncepció alapvetően egy küszöbértéknél nagyobb veszteségek gyakoriságát jellemzi. A kockázatelemzés szempontjából ez lényeges információ, ugyanakkor az is fontos, hogy a nagy veszteségeknek milyen a mértéke. A VaR számítás sajnos **nem alkalmas a VaR-nál nagyobb veszteségek kvantitatív jellemzésére** a gyakoriságon túlmenően. Ez nagyon fontos probléma, mivel a hozameloszlás szélének vastagságától függően a VaR-t meghaladó veszteségek jelentősek lehetnek.

A VASTAG SZÉLŰ ELOSZLÁSOK

Az előző fejezetben a hozam normális eloszlásának feltételezésén alapuló modellt mutattam be, ami lehetővé teszi, hogy a felhasználó viszonylag egyszerű eljárással meghatározza az eloszlás paramétereit, illetve a kockáztatott értéket. Fontos megjegyezni azonban, hogy a VaR módszerek eredménye számos körülményből adódóan pontatlan lehet. Egyrészt a matematikai modellek csak tökéletlen egyszerűsítései a valóságnak. Másrészt a modell meghatározásához alkalmazott adatminta által hordozott véletlen hibák, illetve a számítások során alkalmazott kerekítési és numerikus hibák is torzíthatják a végeredményt.

Ezen hibaforrások megfontolása eredményeként kézenfekvő a **modell tesztelésének** igénye. A teszt során a felhasználó meghatározza, hogy milyen gyakorisággal adódik nagyobb veszteség, mint a számított VaR érték. Számos kutató vizsgálta a problémát arra a következtetésre jutva, hogy a normális eloszlás feltételezésén alapuló variancia-kovariancia módszer nem kellően pontos. 500 véletlenszerűen összeállított, amerikai részvényekből álló portfóliókra vonatkozó ezernapos hozamadatsorok vizsgálata során átlagosan 16,3 esetben volt nagyobb a veszteség, mint ami a variancia-kovariancia modellből adódott [7]. 99 százalékos megbízhatósági szint esetén ezer alkalomból a hibák számának várható értéke tíz. A VaR-nál nagyobb veszteségek relatív gyakorisága és elméleti valószínűsége közötti különbség 0,63 százalék, ami statisztikai szempontból szignifikáns hiba.[2] Ebből az eredményből arra következtethetünk, hogy a korábban említett hibaforrások jelentősek, és az eredmény pontatlan, valamint a hibák viszonylag nagy száma azt jelzi, hogy a variancia-kovariancia modell túl alacsony VaR értéket eredményez.

Kézenfekvő magyarázatként szolgálhat, hogy a **modell normális eloszlásra vonatkozó alapfeltételezése hibás.** A megfigyelések szerint ugyanis a szélsőséges hozamok valószínűsége lényegesen nagyobb, mint amit a normális eloszláson alapuló modellek sejtetnek, ezért ezt vastag szél (fat-tail) jelenségnek szokták nevezni. Az **extrém értékek elmélete** (extreme value theory, EVT) [4], [7], [10], [11] lehetőséget nyújt a problémakör vizsgálatára. Az elmélet az eloszlás széleinek, tehát a nagy hozamok, illetve veszteségek valószínűségének minél pontosabb elemzésére és leírására törekszik az extrém változások alapján. Ez a felismerés rendkívüli jelentőséggel bír. A VaR számítások esetében ugyanis az a meghatározó, hogy egy küszöbértéknél nagyobb veszteség bekövetkezésének mekkora a valószínűsége. Ez a valószínűségi érték a hatályos szabályozás értelmében csupán 1 százalék, ami azt eredményezi, hogy a valószínűségi eloszlás rendkívül kis hányada határozza meg a VaR értéket. Az eloszlásfüggvény becslése múltbeli adatok alapján történik azzal a feltételezéssel, hogy az adatsor a hozameloszlás reprezentációja. A problémát az jelenti, hogy az adatok rendkívül kis hányada kerül ki abból a tartományból, ami a VaR számítás szempontjából jelentős. Ebből kifolyólag egy olyan eljárás, ami a teljes adatsort használja az eloszlás meghatározásához, mint például a variancia-kovariancia módszer esetében, érthető módon nem teszi lehetővé a kis valószínűségű nagy veszteségek előfordulásának kellő pontosságú leírását. A vastag szélű eloszlás felismerése és az extrém veszteségeken alapuló számítások újabb, jóval összetettebb modellek megszületését eredményezték. Ezek az eljárások igyekeznek a hozameloszlás szélsőséges tartományait minél jobban leírni annak érdekében, hogy a számított VaR értékek pontosabbak legyenek.[3]

A korrekciós tényező

A statisztikai modellek alkalmazásából származó hibaforrások ismeretében nem véletlen, hogy a szabályozó kellő óvatossággal kezeli a VaR értékeket. A rendelet szerint ugyanis a számított VaR értéket meg kell szorozni hárommal, hogy a megfelelő tőkekövetelményt megkapjuk. (Ezt a szorzófaktort növelni szükséges, amennyiben a pénzintézet által alkalmazott modell pontatlansága túlmegy egy bizonyos tűréshatáron.) Ezek az előírások teljes összhangban vannak a Bázeli Bizottság ajánlásával, valamint a hatályos Európai Uniós irányelvekkel és érdemes feleleveníteni ennek a bizonyos hármas szorzószám meghatározásának a történetét [9].

A **szorzófaktor** gyakorlatilag az egyesült államokbeli és a német delegáció közötti **kompromisszum eredménye.** A bizottsági ülések során a német delegáció rendkívül konzervatív politikát folytatott, és ötös szorzótényező rögzítését javasolta. Ezzel ellentétesen, az amerikai szabályozók rendkívül liberális álláspontot képviseltek, ők ugyanis a tőkekövetelményt egyszerűen a modell által szolgáltatott értékben szerették volna meghatározni. Ezen élesen különböző álláspontok összeegyeztetéseként állapodtak meg a hármas szorzószámban. Az eddigiek alapján a szorzófaktor meghatározásában tehát inkább politikai színezetű megfontolások játszották a szerepet, ebből kifolyólag érthető, hogy a kutatók részéről felmerült az igény az előírás tudományos megalapozására is.

Az első fejezetben bemutatott megközelítés szerint a portfólió értékváltozása normális eloszlást követ a közismert haranggörbének megfelelően. Az eloszlások vastag széle miatt viszont a nagy veszteségek, illetve nyereségek valószínűsége lényegesen nagyobb, mint amit a normális eloszláson alapuló modell jelez. Ezért **a haranggörbén alapuló VaR számítások jelentősen torzíthatnak,** mivel a nagy veszteségek valószínűsége alábecsült. *Gerhard Stahl* német statisztikus cikkében [2] egy elemzést közöl, ami alapot nyújthat a korábban említett hármas szorzófaktor elméleti alátámasztására. Stahl számításaiban egy általános, de véges volatilitású eloszlás eredményeként előálló VaR érték és a haranggörbén alapuló VaR számítás viszonyát vizsgálta.[4] Eredményként azt kapta, hogy tetszőleges, véges volatilitású eloszlás esetében a két VaR érték hányadosa felülről korlátos, ami természetesen függ a VaR számításhoz alkalmazott valószínűségi szinttől. 99 százalékos megbízhatósági szint esetében (amikor 1 százalék annak a valószínűsége, hogy a tényleges veszteség nagyobbnak bizonyul, mint a VaR számítás eredménye) a két különböző VaR érték hányadosa legfeljebb 4,29. Ez azt jelenti, hogy amennyiben a fat-tail effektus jelentős, a normális eloszláson alapuló számítások alacsony VaR értéket eredményeznek, de a tényleges VaR a haranggörbén alapuló számításoknál legfeljebb 4,29-szer nagyobb. Ebből adódóan a hármas szorzófaktor, ami a korábbiak értelmében valójában politikai vita eredményeként született meg, nagyszerű kompromisszum a normálisnak tekintett eloszlás és a szélsőségesen nagy fat-tail effektus között.

A tartási periódus

A VaR modellek első fejezetben bemutatott koncepciója szerint a hozameloszlás ismeretében a kockáztatott érték a megbízhatósági szint mellett a tartási periódus meghatározásával kapható meg. A jelenlegi szabályozás szerint a **VaR értékét tíz üzleti napra** vonatkozóan kell kiszámítani. Normális eloszlás esetében a szórás ismeretében megadható a hozam jövőbeni várható értékéhez viszonyított VaR. Amennyiben a számítások során napi hozamváltozásokat használtak fel, hosszabb időtartamra vonatkozó szórás- és VaR értékek egy egyszerű összegzési szabály szerint számolhatók.[5] Ennek értelmében adott tartási periódusra vonatkozó VaR a napi VaR érték és a tartási periódus hosszának a négyzetgyökének a szorzata.

A fat-tail problémát hatékonyan kezelő eloszlások esetében adott időtartamra vonatkozó összegzési szabály a korábban bemutatottól lényegesen eltér[6] [3]. Ebből kifolyólag bizonyos esetekben – az eloszlástól függően – a tartási periódusra vonatkozó kockáztatott érték számításnál a napi VaR-t egy kisebb számmal kell megszorozni, mint ami a normális eloszlás esetén adódik. Ilyenkor a variancia-kovariancia módszer esetében az időtartamra való összegzés konzervatívnak tekinthető a vastag szélű eloszlásokhoz képest.

A Korrekciós Tényező Által Felvetett Problémák

A harmadik fejezetben bemutatott elmélet szerint a korrekciós tényező értékének választása igazolható volt a normális eloszláson alapuló és egy általános eloszlást alkalmazó modell összehasonlításából. Jogosan felmerülő kifogás lehet a pénzintézetek részéről, hogy a piaci viszonyokat figyelembe vevő belső modell esetében a szabályozó **miért egy általános esetre** vonatkozóan határozza meg a korrekciós tényezőt. A fat-tail jelenségen alapuló modellek segítségével ugyanis egy adott piacon számításokat lehet végezni arra vonatkozóan, hogy a hozameloszlás mennyire különböző a normális eloszlástól. Az eredményekből következtetni lehet a fat-tail effektus jelentőségére, illetve a szükséges korrekcióra a normális eloszláson alapuló modellekhez képest. A külföldi szakirodalomban többször bírálták a korrekciós tényezőt túl magas értéke miatt [3], [5], melynek vizsgálata a magyar piacra is rendkívül hasznos lehet. Ily módon a fejlett piacokra már többször igazolt bírálat helyességét egy fejlődő ország esetében is ellenőrizni (vagy cáfolni) lehet.

Egy másik probléma a szorzófaktor lehetséges értékeivel, illetve egy kissé pontatlan modell esetében a korrekciós tényező előírt növelésének mértékével kapcsolatos. A szabályozó ugyanis a korrekciós tényező minimális értékét háromban határozza meg, ami legfeljebb eggyel növekszik a hibás előrejelzések számának függvényében. A normális eloszláson alapuló modelleken kívül azonban elméletileg léteznek módszerek, mint például az extrém értékeken alapuló modellek, amelyek sokkal pontosabban írják le a hozameloszlás VaR számítás szempontjából kritikus tartományát. A szabályozás szerint viszont a korrekciós tényező minimális értéke ilyen modellek esetében három, ami már nem igazolható a harmadik fejezetben közölt elmélettel. Stahl ugyanis a normális eloszlás feltételezésével számított VaR szükséges módosítását támasztja alá általános, normálistól eltérő eloszlás esetében. Egy **pontosabb modell viszont hatékonyan kezelni tudja a fat-tail problémát,** tehát ebben az esetben az eredmény ilyen fokú módosítása indokolatlan.

Egy következő észrevétel a korrekciós tényező lehetséges értékeivel kapcsolatos. A hibák számától függően ugyanis a VaR értéket maximum néggyel szükséges szorozni. A szorzófaktor módosítása teljesen jogos, mivel egy pontosabb modell a fat -tail effektus miatt nagyobb VaR-t ad eredményül. Kérdés azonban, hogy a pontosabb modell alkalmazásából adódó, kisebb korrekciós tényező ellensúlyozni képes-e a nagyobb VaR-t. Amennyiben ugyanis ez a feltétel nem teljesül, a számított tőkekövetelmény értéke nagyobb lehet, mint a pontatlanabb modell esetében. Ebből kifolyólag a pénzintézetek arra lehetnek ösztönözve, hogy a tőkekövetelményt alulbecsüljék, és a pontatlanabb, de a jogszabály által még megengedett modellt használják. A korrekciós tényezőre vonatkozó előírások jelenleg legfeljebb 33 százalékos növelést írnak elő a minimális hármas értékhez képest. Amennyiben a normális eloszláson alapuló modellek pontatlansága miatt négyes szorzófaktor szükséges, a pontosabb modellek legfeljebb 25 százalékkal csökkenthetik ezt az értéket. Ez a csökkenés a VaR mindössze 33 százalékos növekedését képes kompenzálni, ami felett a pontosabb modell alkalmazása célszerűtlen a nagyobb tőkekövetelmény miatt. Stahl számítási szerint viszont a VaR érték akár 4,29-szeresére is növekedhet, ami lényegesen nagyobb, mint a korrekciós faktor csökkenéséből származó kedvezmény. Ebből adódóan a korrekciós tényező jelenlegi értékintervalluma a normális eloszlástól való eltérés rendkívül szűk tartománya esetében ösztönzi a pénzintézeteket a pontosabb modell használatára Amennyiben a normális eloszláson alapuló módszer pontatlansága kisebb korrekciós tényezőt indokol, a helyzet még kedvezőtlenebb.

Részvényindexre vonatkozó számítások

Az előző fejezetben felvetett kérdések tanulmányozása érdekében az S&P500, CESI és a BUX indexekre végeztem számításokat.[7] A VaR értékek meghatározása a variancia-kovariancia (a hozam normális eloszlásának feltételezésén alapuló) módszerrel,[8] és az eloszlás végeinek parametrikus becslésével[9] történt. Ez utóbbi eljárás a hozam szélsőséges értékei alapján becsüli az eloszlás viselkedését, valamint kiválóan alkalmas a fat-tail jelenség leírására. A számítások végeredményeit az 1. táblázat tartalmazza. Az S&P500 indexre végzett számítások igazolták a külföldi szakirodalomban megfogalmazott kritikát a korrekciós tényező túl magas értékére vonatkozóan [3]. A vizsgálatok során ugyanis eredményül az adódott, hogy a VaR fat-tail jelenségből adódó növekedése a variancia-kovariancia módszer eredményének mindössze 1,18-szorosa napi hozamok esetében. Ez azt jelenti, hogy a korrekciós tényező értéke valóban nagyon túlzó, annál is inkább, mivel a tíznapos S&P500 VaR esetében ez az arány egy alá csökkent. A BUX indexre elvégzett vizsgálatokból azonban teljesen más következtetés vonható le. A számítások szerint ugyanis az extrém értékeken alapuló számítások 2,15-ször (napi), illetve 2,61-szer (tíz napi) nagyobb VaR értéket eredményeztek, mint ami a variancia-kovariancia módszer esetében adódott. Ez a nagy különbség azt jelzi, hogy a fat-tail jelenség jelentős, és a hozam eloszlása igen eltérő a normális eloszláshoz képest.[10] Ez természetesen azt is magában foglalja, hogy a variancia-kovariancia modellek hibáinak száma jelentős, és ezért a korrekciós tényező növelése is szükséges lehet. Ezáltal a korrekciós tényező törvényileg előírt értéke – a fejlett piacokra vonatkozó tapasztalatokkal ellentétesen – elfogadhatónak tekinthető, amennyiben a pénzintézet normális eloszláson alapuló módszert használ a tőkekövetelmény meghatározásához. A közép-európai részvényindex esetében a fat-tail effektus rendkívül mérsékelt, hiszen tíznapos VaR esetében a variancia-kovariancia eredmény mindössze 9 százalékos növelése indokolt, tehát a korrekciós tényező ez esetben magas.

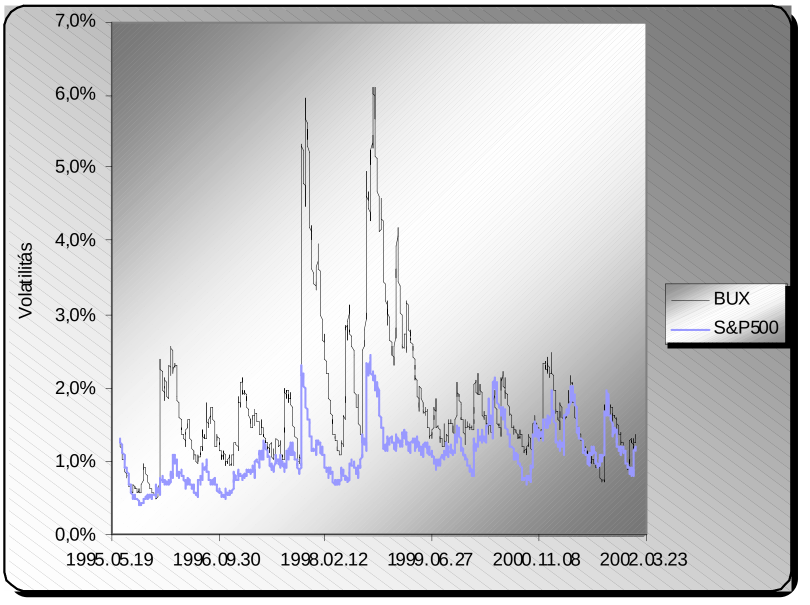
1. táblázat

Az S & P500, BUX és CESI részvényindexekre számított VaR értékek variancia-kovariancia (VK) és Hill módszerrel

	S&P500 VaR	**BUX** VaR	**CESI** VaR
1 nap			
VK	2,56%	2,93%	3,17%
Hill	3,01%	6,3%	4,24%
(Hill/VK)	*1,18*	*2,15*	*1,34*
10 nap			
VK	7,83%	8,57%	9,98%
Hill	5,54%	22,35%	10,89%
(Hill/VK)	*0,71*	*2,61*	*1,09*

2. ábra

A BUX és az S&P500 részvényindexek napi hozamának volatilitása



A fejlődő piacok rendkívül **nagy volatilitásából** adódóan természetes az a feltételezés, hogy a fat-tail jelenség mértéke, és a hozam normális eloszlástól való eltérése lényegesen nagyobb, mint a fejlett piacok esetében. Az eltérés ilyen nagy mértéke viszont meglepő. A 2. ábrán a BUX és az S&P500 indexek volatilitása látható.[11] Szembetűnő, hogy a BUX index volatilitása igen szélsőséges értékek között mozog, hiszen a legkisebb és legnagyobb értékek hányadosa 13, és 6,1 százalék a maximum. Ez az érték az S&P500 esetében lényegesen kisebb, mindössze 2,44 százalék. A rendkívül nagy eltérésből arra is következtetni lehet, hogy a BUX index esetében a részvénykosárban szereplő részvények korrelációja igen nagy, és ezért a diverzifikációs előny lényegesen kisebb a másik két részvénykosárral összehasonlításban. Az exponenciálisan súlyozott mozgó átlagszámítás alkalmazásával a múltbeli adatok súlya exponenciálisan csökken az eltelt idő függvényében. Ez azt eredményezi, hogy a BUX index esetében megfigyelhető rendkívül volatilis időszak igen kis súllyal szerepel, és az utóbbi, alacsonyabb volatilitású időszak a meghatározó. Az extrém értékeken alapuló számítás viszont éppen ezen időszakok alapján – az eltelt időtől függetlenül - határozza meg a hozameloszlás szélét és a VaR-t, ami lényegesen hozzájárul a két módszer eredménye közötti különbséghez. A volatilitás maximuma 3,97 százalék a CESI esetében, ami szintén lényegesen kisebb, mint a BUX-ra számított érték.

A hatályos szabályozás szerint a korrekciós tényező értéke három és négy között változik a modell pontosságától függően. A hazai piacon végzett számítások esetében, amennyiben a normális eloszláson alapuló módszer került kiválasztásra, a **korrekciós tényező értéke elfogadhatónak** tekinthető. A hozameloszlás VaR szempontjából kritikus tartományát pontosabb becslő módszerek esetében viszont a számított VaR érték lényegesen nagyobb lehet. Az eloszlásvég parametrikus becslésével végzett számítások 2,61-szeres növekedést eredményeztek a BUX tíznapos VaR értékének esetében. Ez a növekmény jóval meghaladja a modell pontosságából adódó maximális lehetséges csökkenést a korrekciós tényezőben. Ebből tehát az következik, hogy a **jelenlegi előírások** arra ösztönzik a pénzintézeteket – amennyiben belső modellt használnak a tőkekövetelmény meghatározásakor –, hogy **kevésbé pontos modellelt** alkalmazzanak. Ez teljesen ellentétes a szabályozó minél kifinomultabb modell alkalmazására irányuló szándékával, mivel a korrekciós tényező növeléséből adódó büntetés mértéke a hazai piacon nem elégséges a pontatlan modell alkalmazásából adódó előny kompenzálásához. Ebből kifolyólag tehát indokolt lehet a modellhibák arányától függően a **korrekciós tényező értékének változtatása jóval szélesebb tartományban** annak érdekében, hogy a pénzintézetek ösztönözve legyenek pontosabb modellek alkalmazására.

Kutatók az amerikai piacra vonatkozósan is arra a következtetésre jutottak, hogy a szabályozás a pénzintézeteket pontatlanabb modellek használatára ösztönzi [3]. A fejlett piacon végzett számítások szerint ugyanakkor a variancia-kovariancia modell eredményeinek eltérése jóval kisebbnek adódott, sőt a 2002. februári volatilitás becslés alapján számolt tíznapos VaR nagyobbnak bizonyult, mint az extrém értékeken alapuló.

Konklúzió

A magyar részvénypiacra végzett számítások alapján a fat-tail effektus igen jelentősnek bizonyult. Az egyszerűbb, normális eloszlás feltételezésén alapuló módszerekkel összehasonlításban egy pontosabb modell lényegesen nagyobb VaR értéket eredményezett. A különbség mértéke alátámasztja a mai szabályozás által meghatározott korrekciós tényezőt, amennyiben a pénzintézet Gauss-görbén alapuló módszert használ. Ez ellentétes az amerikai piacra vonatkozó eredményekkel, hiszen a korrekciós tényezőt számos kutató bírálta túlságosan magas értéke miatt. Ezen kívül a korrekciós tényezőre vonatkozóan egy másik kérdéskört is megvizsgáltunk. Az alkalmazott modell hibáitól függően ugyanis a szorzófaktor értékét növelni szükséges. A magyar piacra elvégzett számítások alapján azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a korrekciós tényező növelése nem elégséges ahhoz, hogy a pénzintézeteket pontosabb modellek használatára ösztönözzék. Ebből kifolyólag a szorzófaktor lehetséges értékeinek jelenlegi intervallumát szélesíteni szükséges.

Célszerű egy, a magyar piacra vonatkozó korábbi fontos eredményre utalni. A számítások szerint ugyanis a sztenderd modell sokkal alacsonyabb tőkekövetelményt eredményez, mint a variancia-kovariancia módszerrel számított [8]. Ebből kifolyólag a jelenlegi szabályozás a sztenderd módszer használatára ösztönzi a pénzintézeteket. Jelen írás viszont arra a problémára is ráirányítja a figyelmet, hogy a belső modell korrekciós tényezőjének jelenlegi megválasztása miatt a belső modell használata esetén a pontosabb modell alkalmazásából származó, korrekciós tényezőre vonatkozó csökkenés nem elégséges, hogy ellensúlyozza a nagyobb VaR-t. Ezért a pénzintézeteket arra ösztönzik, hogy kevésbé pontos modellt alkalmazzanak, és a VaR-t alulbecsüljék.

FELHASZNÁLT IRODALOM

1 Antal Judit [1999]: A pénzügyi kockázattal kapcsolatos legújabb kutatási eredmények ismertetése – *Felügyeleti Füzetek* - ÁPTF, 1999. június.

2 G. Stahl [1997]: Three Cheers; *Risk* 10, 67–69. oldal.

3 J. Danielsson, P. Hartmann, C. de Vries [1998]: The Cost of Conservatism; *Risk* 11 (január), 101–103. oldal.

4 M. Dacorogna, U. Müller, O. Pictet, C. de Vries: Extremal Forex Returns in Extremely Large Data Sets (http://www.olsen.ch/research/workingpapers/318_extreme.pdf).

5 F. Longin [2000]: From Value at Risk to Stress Testing: The Extreme Value Approach; *Journal of Banking & Finance* 24, 1097–1130. oldal.

6 J. Hull [1999]: Options, Futures, & Other Derivatives; *Prentince-Hall*, 4. kiadás.

7 J. Danielsson, C. de Vries: Value at Risk and Extreme Returns (www.riskResearch.org).

8 C. Soczo [2002]: Comparison of Capital Requirements Defined By Internal (VaR) Model and Standardized Method; *Periodica Politechnica, Humanities and Social Sciences,* BME 10/1.

9 C. Brooks, A. D. Clare, G. Persand [2000]: A Word of Cauton on Calculating Market-Based minimum capital risk requirements; *Journal of Banking & Finance* 24, 1557–1574. oldal.

10 Stankovics Hunor [2001]: Extrém értékeken alapuló kockázatkezelés a hazai tőkepiacon – Szakdolgozat; BKE.

11 P. Embrechts, C. Klüppelberg, T. Mikosch [1997]: Modelling Extremal Events; *Springer*

12 J. Danielsson, L. de Haan, L. Peng, C. de Vries: Using a Bootstrap Method to Choose the Sample Fraction in Tail Index Estimation (www.riskResearch.org).

13 J. P. Morgan/Reuters [1996]: RiskMetrics ™ – Technical Document; 4. kiadás, New York.

14 P. Jorion [1999]: A Kockáztatott Érték; *Panem*, Budapest.

15 Kóbor Ádám [1998]: A kamatlábkockázat mérése és kezelése a bankok működésében – *Felügyeleti Füzetek* – ÁPTF, 1998. június.

JEGYZETEK

1 $P(H<H_\varepsilon) = \varepsilon \Leftrightarrow P(H>H_\varepsilon) = 1-\varepsilon$; $F(H_0) := P(H<H_0)$
$VaR_\varepsilon := -H_\varepsilon = -F^{-1}(\varepsilon)$

2 A nagy számok Bernoulli-féle törvényének értelmében becsülni lehet egy p elméleti valószínűségű esemény és a mintavételezés során az esemény bekövetkezési gyakoriságának a különbségét adott valószínűségi szint esetében. A mintavételezés paraméterei alapján a Bernoulli-törvény értelmében 1 százalékos szignifikanciaszint mellett a relatív gyakoriság mindössze 0,14 százalékkal térhet el az elméleti értéktől (p). A teszt során egy ennél lényegesen nagyobb érték adódott, ezért az alaphipotézist elvetésre kerül (1 százalékos első fajú hibával).

3 Definíció szerint a vastag szélű eloszlások aszimptotikus viselkedése az alábbi feltételnek tesz eleget [4]:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{1-F(tx)}{1-F(t)} = x^{-\alpha}, \alpha > 0$$

A feltétel szerint a vastag szélű eloszlás hatványosan és nem exponenciálisan csökken. Ebből a kitételből következően a vastag szélű eloszlások az alábbi függvénnyel közelíthetőek az eloszlás szélein:
$F(x) = 1 - a(x^{-\alpha}) - o(x^{-\alpha})$, $x \to \infty$ esetén és $\alpha > 0$.
A Hill-módszer segítségével [4], [12] meghatározható az eloszlás aszimptotikus viselkedését leíró kifejezésben az α kitevő. Az α értékének becsléséhez szükséges egy küszöbérték (m), ami azt adja meg, hogy a becslésben a múltbeli veszteségek (X_i) hányadik legnagyobb értékig kerüljenek felhasználásra. Az eloszlásfüggvény az alábbi képlettel közelíthető:

ahol X_m az m-edik legnagyobb

$P(X > X_p) = \frac{m}{n} * \left(\frac{X_m}{X_p}\right)^{\alpha}$ múltbeli veszteség, ($X_m > X_p$),

n pedig az adatsor elemeinek száma.

4 A számítás a normális eloszlásra és egy általános, azonos szórású esetre felírt Csebisev egyenlőtlenségen alapult.

5 Normális eloszlás esetében az összegzés módja:
$\sigma_T = \sigma_n * T^{1/2}$, $VaR_T = VaR_n * T^{1/2}$
σ_n: napi hozam szórása,
VaR_n: napi VaR,
T: a tartási periódus hossza napokban,
σ_T: a tartási periódusra vonatkozó szórás,
VaR_T: a tartási periódusra vonatkozó VaR.

6 Vastag szélű eloszlások esetében az alábbi összegzési formula érvényes [3], [4]:
$VaR_T = VaR_n * T^{1/\alpha}$, ahol α a vastag szélű eloszlás aszimptotikus viselkedését leíró paraméter ($0 < \alpha < 2$). Ez az összefüggés $\alpha > 2$ esetén is közelítőleg igaz az eloszlás szélein, amennyiben az α értéke 2 közelében van és a tartási periódus nem túl hosszú.

7 A statisztikai számítások az 1995. 06. 30-tól 2002. 02. 07-ig terjedő időszakra történtek.

8 A variancia-kovariancia VaR számításához a volatilitás meghatározása az exponenciálisan súlyozott mozgó átlagszámítás segítségével történt [6], [13]; (λ = 0,94) és a 2002. 02. 07-én becsült értéke került felhasználásra.

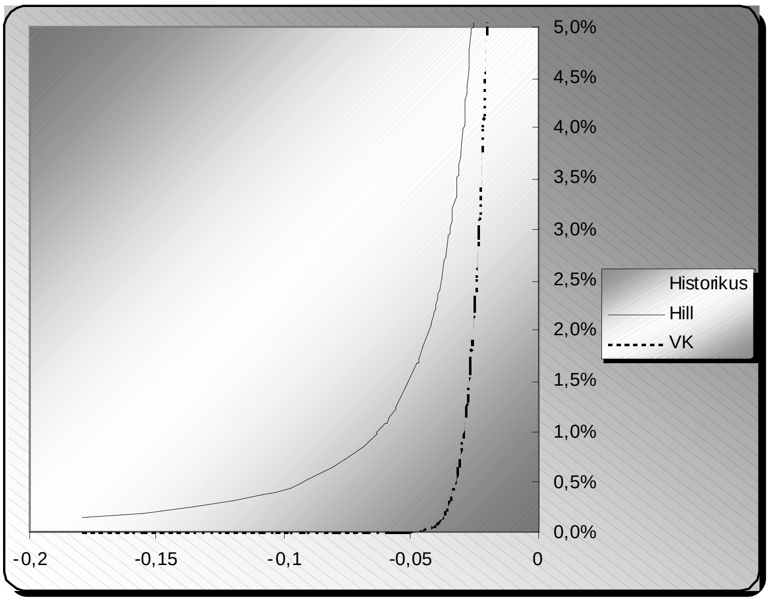
9 Az eloszlás szélének meghatározása a [3] pontban említett Hill-becsléssel történt. A küszöbérték becslése bootstraping eljárással történt, melynek részletes leírása megtalálható [4], [12]. Az algoritmus MS Excelben (Visual Basic felhasználásával) került megvalósításra.

10 A BUX eloszlásfüggvényének elemzése jó lehetőséget nyújt a vastag szélű eloszlás szemléltetésére. A 3. és 4. ábrán látható a historikus [14], az EVT-n, illetve a normál eloszláson alapuló becslés a hozam eloszlásfüggvényére. Jól látható, hogy az eloszlás szélein a normál eloszlással történő közelítés rendkívül torzít, viszont 15 százalék valószínűségi szint felett a VK eloszlásfüggvény jól közelíti a historikus görbét.

11 A volatilitás ez esetben is az exponenciálisan súlyozott mozgó átlagszámítással került meghatározásra [6], [13]; λ = 0,94.

3. ábra

A BUX index hozameloszlásának becslése variancia-kovarianca (VK) és Hill módszerrel



A karikák a historikus adatok alapján számolt eloszlást mutatják.

4. ábra

A BUX index hozameloszlásának közelítése variancia-kovariancia (VK) módszerrel